제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $8^{\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$2^{\frac{3}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}} = 2^{1} = 2$

2. 함수 $f(x)=2x^2-3x+4$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h)-f(2)}{h}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$f'(x) = 4x-3$

$f'(2) = 5$

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{5}(a_k+k)=\sum_{k=1}^{5}(2a_k+2)$ 일 때, $\sum_{k=1}^{5}a_k$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$\sum_{k=1}^{5} a_k = \sum_{k=1}^{5} (k-2) = 5$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax-2 & (x<1) \\ x^2+1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

$a-2=2$

5. 함수 $f(x)=(x-1)(x^2-4x+5)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f'(x)=(x^2-4x+5)+(x-1)(2x-4)$$

$$f'(2)=1$$

6. 1보다 큰 두 실수 a, b가

$$\log_a b=2,\ a+b=12$$

를 만족시킬 때, $\log_3 ab$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$b=a^2,\quad a+a^2=12$$

$$a=3,\ b=9$$

7. 두 곡선 $y=x^2+2$, $y=2x^2+3$과 두 직선 $x=3$, $x=-3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$$\int_{-3}^{3}(x^2+1)dx = 2\int_0^3 (x^2+1)dx$$

$$=2\left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_0^3$$

$$=24$$

8. $\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{3}{4}\pi$인 θ에 대해 $\sin\theta\cos\theta=-\frac{2}{5}$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{5}$

$\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{9}{5}$

$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow$ $\cos\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

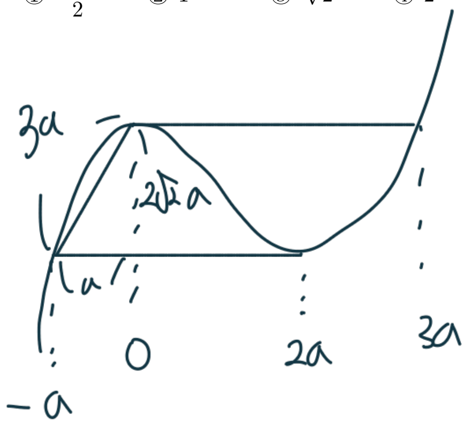
$\sin\theta-\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{5}}$

9. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=x^3-3ax^2+4$$

라 하자. $y=f(x)$가 극대가 되는 점을 A, 극소가 되는 점을 B라 할 때, 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 $y=f(x)$와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고 x축에 평행한 직선이 $y=f(x)$와 만나는 점을 D라 하자. 사각형 ACBD가 마름모일 때, a^2의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$



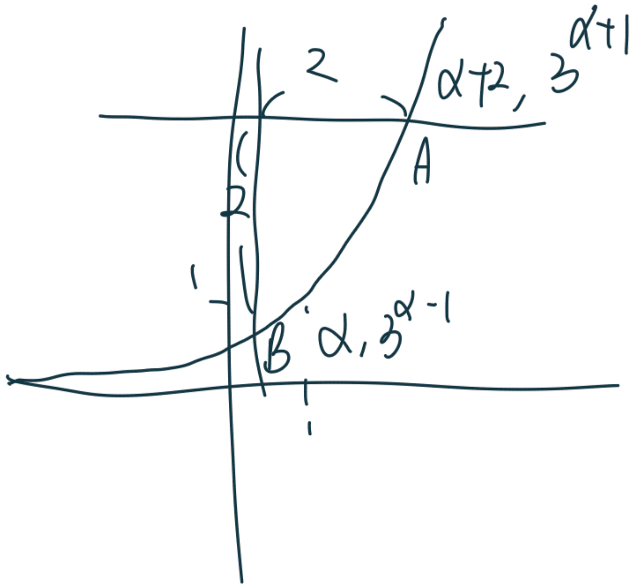
$f(0)=4$

$f(2a)=-4a^3+4$

$4a^3=2\sqrt{2}a$ $\Rightarrow$ $a^2=\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 곡선 $y=3^{x-1}$ 위의 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선과 곡선 $y=3^{x-1}$ 위의 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 넓이가 2인 직각이등변삼각형일 때, 점 A의 y좌표의 값은? (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 크다.) [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$



$3^{\alpha+1}=3^{\alpha-1}+2$

$8\cdot3^{\alpha-1}=2$ $\Rightarrow$ $3^{\alpha+1}=\frac{9}{4}$

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 시각이 $t(t\ge 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=at^2+bt$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉 $v(t)=t(at+b)$

ㄱ. $ab<0$이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.

ㄴ. $a+b>0$이면, 시각 $t=\frac{3}{2}$일 때 점 P가 원점 오른쪽에 존재한다.

ㄷ. $a=3$이고, 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리가 6이면, $b=-1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ. $\int_0^{\frac{3}{2}}(at^2+bt)\,dt$

$=\left[\frac{1}{3}at^3+\frac{1}{2}bt^2\right]_0^{\frac{3}{2}}$

$=\left(\frac{3}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b\right)>0$

ㄷ. $\int_0^2(3t^2+bt)\,dt=8+2b$

$b=-1$ 이면 변위 $=6$

ㄱ에 의해 이동거리 $>$ 변위 $=6$

12. 등차수열 $\{a_n\}$에 대해 $\sum_{k=1}^{n}a_k=S_n$이라 할 때, 아래 조건이 성립한다.

$a>0$, $d<0$

수열 $\{S_n+a_n\}$이 $n=5$에서 최댓값 72를 가진다.

a_1이 정수일 때, 가능한 a_1의 값의 합은? [4점]

① 57 ② 60 ③ 63 ④ 66 ⑤ 69

a_5 $\cancel{S_5}+a_5\ge \cancel{S_4}+a_4$ $2a_5\ge a_4 \to a_6\ge 0$

$\cancel{S_6}+a_6\le \cancel{S_5}+a_5$ $2a_6\le a_5\to a_7\le 0$

a_6

$-\frac{a}{5}\le d\le -\frac{a}{6}$

$S_5+a_5=5a_3+a_5=6a+14d=72$

$\frac{16}{5}a\le 72\le \frac{22}{6}a$

$\frac{216}{11}\le a\le \frac{45}{2}$

$a=20, 21, 22$

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 실수 전체 집합에서 증가한다. $f(0)=0$일 때, $\int_0^2 f(x)\,dx$의 최솟값은? [4점]

① 1 ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$f(x)=x^3+ax^2+bx$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$a^2-3b\le 0$

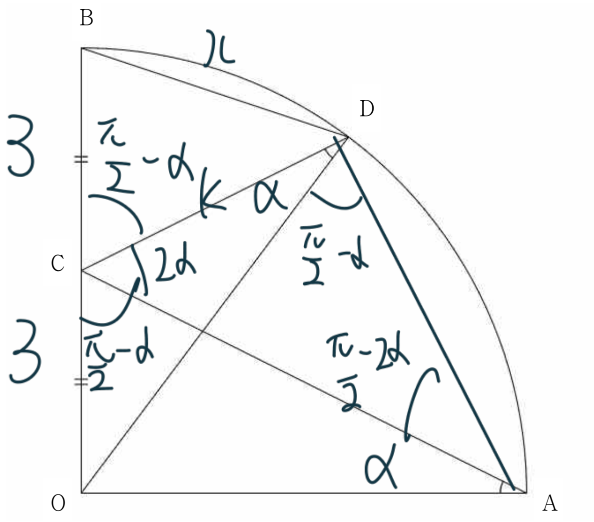
$\int_0^2 f(x)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{a}{3}x^3+\frac{b}{2}x^2\right]_0^2$

$=4+\frac{8}{3}a+2b$

$\ge \frac{2}{3}a^2+\frac{8}{3}a+4$

$\ge \frac{4}{3}\ (a=-2,\ b=\frac{4}{3})$

14. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB의 중점을 C, 호 AB 위의 한 점을 D라 하자. $\angle CDO=\angle CAO$일 때, 선분 BD의 길이는? (단, 점 D는 점 A가 아니다.) [4점]



① $\sqrt{10}$ ② $\frac{11\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ ④ $\frac{13\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{10}}{5}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\frac{k^2-27}{2\cdot 3\cdot k}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$

$k^2+\frac{6\sqrt{5}}{5}k-27=0$

$\left(k-\frac{9\sqrt{5}}{5}\right)(k+3\sqrt{5})=0$

$x^2=k^2+9-6k\cdot\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{72}{5}$

$x=\frac{6\sqrt{10}}{5}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

$\frac{f(5)}{f(6)} > 0 \Rightarrow f(5) \neq 0$

(가) $\dfrac{f(2k-1)}{f(2k)}$의 값이 0 이하가 되게 하는 정수 k 값의 집합은 $\{1, 2\}$이다.

(나) $\dfrac{f(2k+1)}{f(2k)}$의 값이 0 이하가 되게 하는 정수 k 값의 집합은 $\{1, 2\}$이다.

$\frac{f(1)}{f(0)} > 0 \rightarrow f(1) \neq 0$

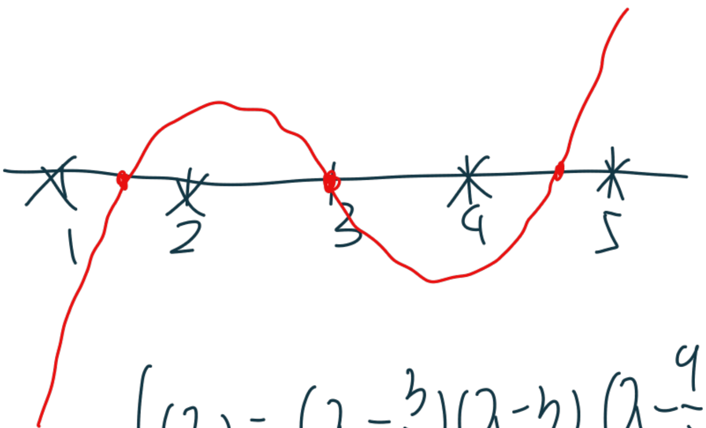
$f\left(\dfrac{k}{2}\right) = 0$을 만족시키는 정수 k의 개수가 3일 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

$\frac{f(1)}{f(2)}, \frac{f(3)}{f(2)}, \frac{f(3)}{f(4)}, \frac{f(5)}{f(4)} \leq 0$

$f(2), f(4) \neq 0$

사잇값 정리 → 근 4개 불가 → $f(3) = 0$



$f(x) = \left(x - \frac{3}{2}\right)(x-3)\left(x - \frac{9}{2}\right)$

$f(7) = 55$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = (n+1)a_n$$

을 만족시킨다. a_5의 값을 구하시오. [3점]

$a_5 = 5! = 120$

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 3$이고 $f(1) = 2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = x^3 - 3x + 4$

$f(2) = 6$

18. $0 < x < 2\pi$에서 곡선 $y = \frac{1}{n}\sin(nx)$와 직선 $y = \frac{1}{16}$의 교점의 개수가 16이 되게 하는 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

n 봉우리

$n = 8$
$n = 16$

$\boxed{24}$

19. 상수 a에 대해 함수 $f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}ax^2 + 2$ 라 하자. 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = 6$이 서로 다른 두 점에서 만날 때, $f(-a)$의 값을 구하시오. [3점]

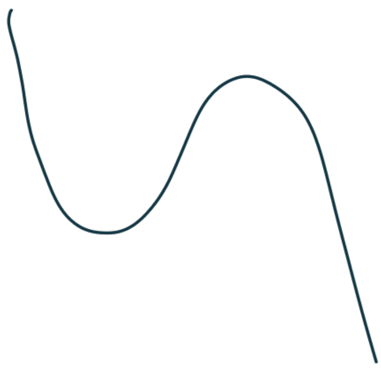
$f'(x) = -3x^2 + 3ax$

$f(0) = 2 \neq 6$

$\Rightarrow f(a) = 6$

$\frac{1}{2}a^3 + 2 = 6$

$a = 2$



$f(-2) = 22$

20. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> 2^m이 n의 약수가 되게 하는 음이 아닌 정수 m의 최댓값을 a_n이라 한다. 예를 들어 $a_3 = 0$, $a_4 = 2$이다.

다음은 자연수 n에 대해 $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k$의 값을 구하는 과정이다.

> 0 1 0
>
> $n = 1$일 때, 수열의 정의에 의해 $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = a_1 = 0$
>
> 마찬가지로, $n = 2$일 때 $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k =$ (가) $a_1 + a_2 + a_3 = 1$
>
> $n > 2$인 경우, 1과 $2^n - 1$ 사이에 2의 배수는 $2^{n-1} - 1$개 존재하고, 그 중 2^2의 배수가 아닌 것은 2^{n-2}개 존재한다. 같은 방법으로 2^k(단, k는 n보다 작은 자연수)의 배수 중 2^{k+1}의 배수가 아닌 것의 개수는 2^{n-k-1}이므로
>
> $$\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = \sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k-1})$$
>
> 이다. $\sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k-1}) = S$라고 하면
>
> $$2S = \sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k}) = \sum_{k=1}^{n-2} (k+1)(2^{n-k-1}) + 2^{n-1}$$
>
> 이고
>
> $$S = 2S - S = 2^{n-1} + \sum_{k=1}^{n-2}(k+1)(2^{n-k-1}) - \sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k-1})$$
> $$= 2^{n-1} - (n-1) + \sum_{k=1}^{n-2} 2^{n-k-1}$$
> $$= \text{(나)}$$
>
> 이다. 위의 경우를 종합하면 $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k =$ (나) 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p + f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

$$\sum_{k=1}^{n-2} 2^{n-k-1} = 2^1 + 2^2 + \cdots 2^{n-2}$$
$$= 2^{n-1} - 2$$

$\boxed{\text{나}} = 2^n - n - 1 = f(n)$

$p = 1$, $f(4) = 11$ $\boxed{12}$

21. 최고차항의 계수가 a인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족한다.

(최소 1개 실근

모든 실수 α에 대하여 $\lim_{x \to \alpha} \dfrac{f(x)}{f\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}$의 값이 존재한다.

$f(0) < a$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2}$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

$f(\beta)=0$ 인 β 가정

$1-\frac{1}{x}=\beta \Rightarrow x=\frac{1}{1-\beta}$, $f\left(\frac{1}{1-\beta}\right)=0$

$1-\frac{1}{x}=\frac{1}{1-\beta} \Rightarrow x=\frac{\beta-1}{\beta}$, $f\left(\frac{\beta-1}{\beta}\right)=0$

$1-\frac{1}{x}=\frac{\beta-1}{\beta} \Rightarrow x=\beta$

$f(x)=a(x-\beta)\left(x-\frac{1}{1-\beta}\right)\left(x-\frac{\beta-1}{\beta}\right)$

$f(0)=a \Rightarrow$ 모순

분모인 β, $1-\beta$가 0되게 하는

$f(0)=0$, $f(1)=0$ 가능

$f(0)=0 \Rightarrow f(1)=0$ (0은 중근 불가)

i) $f(1)=0$ (오직)

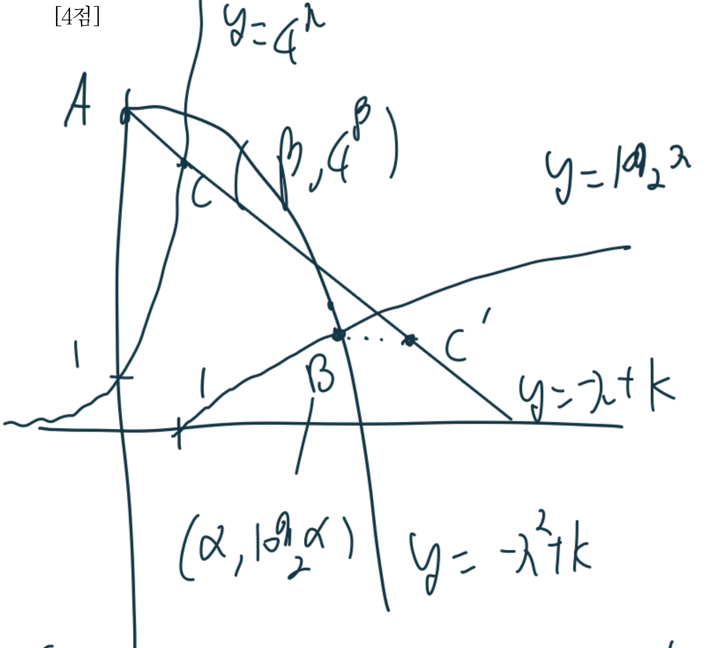
$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2} \Rightarrow a<0$, $f(0)<a$ 모순

ii) $f(0)=0$, $f(1)=0$

$f(x)=ax(x-1)^2$, $a=4$

$f(3)=48$

22. 곡선 $y=-x^2+k$ (단, $k>1$)가 y축, $y=\log_2 x$와 만나는 점을 각각 A, B라고 하자. 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 $y=4^x$과 만나는 점을 C라고 하면, 점 B와 점 C의 중점의 좌표는 (a, b)이다. $b-a=28$일 때, k의 값을 구하시오. [4점]



<점 C $y=x$ 대칭이동> $\Rightarrow$ C'

$\Rightarrow$ $y=-x+k$ 와 $y=\log_4 x$ 교점

$y=-x^2+k$ 와 $y=\log_2 x$ 교점이 B

$\Rightarrow$ x 자리에 $\sqrt{x}$ 대입

$\Rightarrow$ 점 B와 점 C' y좌표 동일!

$\beta=\log_2 \alpha$, $B(2^\beta, \beta)$

$b-a=\dfrac{4^\beta-2^\beta}{2}=28$

$\beta=3 \Rightarrow k=67$

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\ln(x+1)}$의 값은? [2점]

$/x \to 1$

$/x \to 1$

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

24. $\displaystyle\int_2^5 \frac{2x^2+x-1}{x^3+1}\,dx$의 값은? [3점]

① ln5 ② ln6 ③ ln7 ④ 3ln2 ⑤ 2ln3

$$\int_2^5 \frac{(x+1)(2x-1)}{(x+1)(x^2-x+1)}\,dx$$

$$= \int_2^5 \frac{2x-1}{x^2-x+1}\,dx$$

$$= \Big[\ln(x^2-x+1)\Big]_2^5 = \ln 7$$

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$|a_n - 3n| < \sqrt{n} + 2$$

$\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = 3$

을 만족시킬 때, $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{{a_n}^2 - a_n}{na_n + n^2}$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 3 ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 - \left(\frac{a_n}{n}\right)\cdot\frac{1}{n}}{\frac{a_n}{n} + 1} = \frac{9}{4}$$

26. 곡선 $y = \frac{1}{2\ln 2}(2^x + 2^{-x})$ $(\log_2 3 \le x \le 2\log_2 3)$의 길이는? [3점]

① $\frac{8}{3\ln 2}$ ② $\frac{25}{9\ln 2}$ ③ $\frac{26}{9\ln 2}$ ④ $3\ln 2$ ⑤ $\frac{28}{9\ln 2}$

$y' = \frac{1}{2}(2^x - 2^{-x})$

$(y')^2 + 1 = \frac{1}{4}(2^x + 2 + 2^{-x})$

$$\int_{\log_2 3}^{2\log_2 3} \frac{1}{2}(2^x + 2^{-x})\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{2\ln 2}(2^x - 2^{-x})\right]_{\log_2 3}^{2\log_2 3}$$

$$= \frac{1}{2\ln 2}\left(\frac{80}{9} - \frac{8}{3}\right) = \frac{28}{9\ln 2}$$

27. $\displaystyle\int_{-\pi}^{2\pi} \frac{\sin x}{e^x+\sqrt{e^{\pi}}}\,dx$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{3}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}$　② $-e^{-\frac{\pi}{2}}$　③ $-\frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}$

④ $e^{-\frac{\pi}{2}}$　⑤ $\frac{3}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}$

$$\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{e^x+e^{\frac{\pi}{2}}}\,dx \quad \downarrow\ x=\pi-t$$

$$=\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\sin(\pi-t)}{e^{\pi-t}+e^{\frac{\pi}{2}}}\,dt$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\sin(\pi-x)}{e^{\pi-x}+e^{\frac{\pi}{2}}}\,dx+\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\sin x}{e^{x}+e^{\frac{\pi}{2}}}\,dx$$

$$=\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{\sin x}{e^{\frac{\pi}{2}}}\,dx = -e^{-\frac{\pi}{2}}$$

28. 함수 $f(x)=e^x+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{\int_1^x f(t)\,dt}{f(x)} & (f(x)\neq 0) \\ c & (f(x)=0) \end{cases}$$

을 만족하고, 두 함수가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\int_1^x f(x)\,dx=f(x)$의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.
>
> (나) $y=g(x)$와 $y=2$는 오직 한 점에서만 만난다.

a가 음수일 때, $ac+b$의 값은? [4점]

① $-5e$　② $-4e$　③ $-3e$　④ $-2e$　⑤ $-e$

$f(x)-f'(x)=a(x-k)$

$\int_1^x f(t)dt - f(x) = \frac{a}{2}(x-k)^2 \le 0$

$f(x)=0$ 실근 0개면 $f(x)>0$

$g(x)\le 1 \to$ 모순

$f(x)=0$ 실근 2개면

$f'(\alpha)=0$ 인 α에 대해 $f(\alpha)<0$

$a(\alpha-k)<0$　$k<\alpha$

$e^\alpha+a=0$ 에서 $e^k+a<0$

$e^k+ak+b=e^k+a<0$, $f(k)<0$

$y=g(x)$, $y=2$ 교점 2개 이상 $\to$ (x)

$f(x)=0$ 실근 1개

$e^k+a=e^k+ak+b=\int_1^k f(t)dt=0$

$k=1$, $a=-e$, $b=0$, $c=2$

$ac+b=-2e$

단답형

1→2 on

2→1

29. 3으로 나누어 떨어지지 않는 자연수 m에 대해 일반항이 $a_n = |3(n-1)-m|$인 수열 $\{a_n\}$, 공비의 절댓값이 $\frac{5}{m}$인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^{k} b_{a_n}$ 이 최대가 되게 하는 k의 값은 3이다.

(나) $\sum_{n=3}^{\infty} b_{a_n} = -\frac{31}{4}$

$\Rightarrow \boxed{-1 < 공비 < 0}$

$b_{a_3} < b_{a_5}$일 때, $|b_1|$의 값을 구하시오. [4점]

i) $b_7 \; b_4 \; b_1 \; b_2 \; b_5 \; \cdots$

$b_1 > 0 \rightarrow b_{a_3} < b_{a_5}$ 모순

ii) $b_8 \; b_5 \; b_2 \; b_1 \; b_4 \; \cdots$

$b_2 > 0 \rightarrow b_{a_3} < b_{a_5}$ 모순

iii) $b_{10} \; b_7 \; b_4 \; b_1 \; b_2 \; \cdots$

$b_1 < 0 \rightarrow b_{a_3} < b_{a_5}$ 성립

공비: $-\frac{1}{2}$

$b_1 = \alpha$

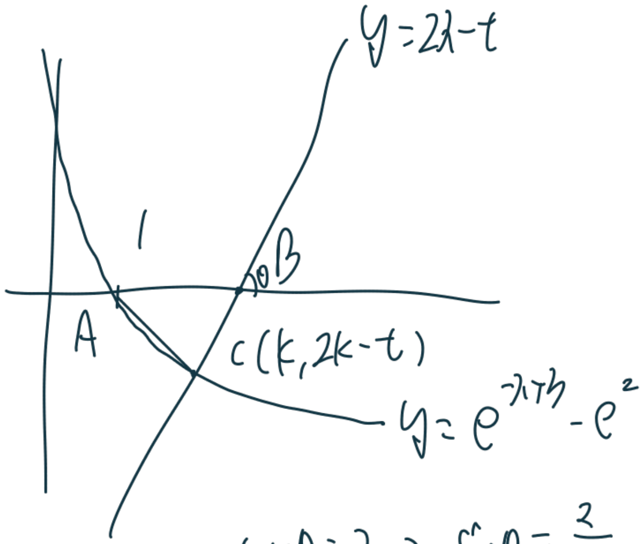
$b_4 + b_1 + b_2 + \cdots = -\frac{1}{8}\alpha + \alpha + \frac{-\frac{1}{2}\alpha}{1+\frac{1}{8}}$

$= \frac{7}{8}\alpha - \frac{4}{9}\alpha = \frac{31}{72}\alpha$

$\alpha = -18$

$|b_1| = 18$

30. 곡선 $y = e^{-x+3} - e^2$이 x축과 만나는 점을 A라 하고, 직선 $y = 2x - t$ (단, $t > 2$)가 x축, 곡선과 만나는 점을 각각 B, C라고 하자. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름을 $f(t)$, 점 C의 x좌표가 3일 때의 t의 값을 α라 할 때, $f(\alpha)f'(\alpha) = \frac{p}{q}(e^2+1)$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\tan\theta = 2 \rightarrow \sin\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$2k - t = e^{-k+3} - e^2, \; \alpha = e^2 + 5$

$2 - \frac{dt}{dk} = -e^{-k+3} \rightarrow \left.\frac{dt}{dk}\right|_{t=\alpha} = 3$

$\frac{16}{5}(f(t))^2 = (k-1)^2 + (2k-t)^2$

$\frac{16}{5} f(t)f'(t) \cdot \frac{dt}{dk} = (k-1) + (2k-t)(2 - \frac{dt}{dk})$

$\frac{16}{5} f(\alpha)f'(\alpha) \cdot 3 = 2 + (1-e^2)(-1)$

$f(\alpha)f'(\alpha) = \frac{5}{48} \rightarrow 53$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.