

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $8^{\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 함수  $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^5 (a_k + k) = \sum_{k=1}^5 (2a_k + 2)$  일 때,  $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax - 2 & (x < 1) \\ x^2 + 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $f(x) = (x-1)(x^2-4x+5)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 가

$$\log_a b = 2, \quad a + b = 12$$

를 만족시킬 때,  $\log_3 ab$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 두 곡선  $y = x^2 + 2$ ,  $y = 2x^2 + 3$ 과 두 직선  $x = 3$ ,  $x = -3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

8.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{4}\pi$ 인  $\theta$ 에 대해  $\sin\theta\cos\theta = -\frac{2}{5}$ 일 때,  $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$     ②  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$     ③  $-\frac{1}{5}$     ④  $\frac{1}{5}$     ⑤  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 + 4$$

라 하자.  $y=f(x)$ 가 극대가 되는 점을 A, 극소가 되는 점을 B라 할 때, 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이  $y=f(x)$ 와 만나는 점을 C, 점 B를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선이  $y=f(x)$ 와 만나는 점을 D라 하자. 사각형 ACBD가 마름모일 때,  $a^2$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ② 1    ③  $\sqrt{2}$     ④ 2    ⑤  $2\sqrt{2}$

10. 곡선  $y=3^{x-1}$  위의 점 A를 지나고  $x$ 축에 평행한 직선과 곡선  $y=3^{x-1}$  위의 점 B를 지나고  $y$ 축에 평행한 직선이 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 넓이가 2인 직각이등변삼각형일 때, 점 A의  $y$ 좌표의 값은? (단, 점 A의  $x$ 좌표는 점 B의  $x$ 좌표보다 크다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{3}{4}$     ③  $\frac{5}{4}$     ④  $\frac{7}{4}$     ⑤  $\frac{9}{4}$

11. 시각  $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여 시각이  $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = at^2 + bt$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ.  $ab < 0$ 이면, 출발한 후 점 P의 운동 방향이 한 번 바뀐다.  
 ㄴ.  $a+b > 0$ 이면, 시각  $t = \frac{3}{2}$ 일 때 점 P가 원점 오른쪽에 존재한다.  
 ㄷ.  $a=3$ 이고, 시각  $t=0$ 에서  $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리가 6이면,  $b = -1$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대해  $\sum_{k=1}^n a_k = S_n$ 이라 할 때, 아래 조건이 성립한다.

수열  $\{S_n + a_n\}$ 이  $n=5$ 에서 최댓값 72를 가진다.

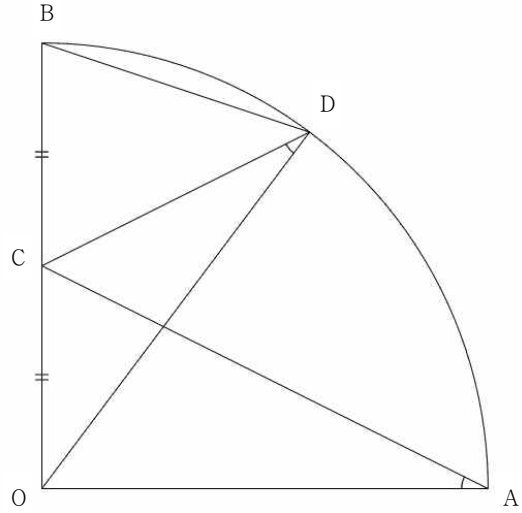
$a_1$ 이 정수일 때, 가능한  $a_1$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 57                      ② 60                      ③ 63                      ④ 66                      ⑤ 69

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 실수 전체 집합에서 증가한다.  $f(0)=0$ 일 때,  $\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 1      ②  $\frac{7}{6}$       ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

14. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OB의 중점을 C, 호 AB 위의 한 점을 D라 하자.  $\angle CDO = \angle CAO$ 일 때, 선분 BD의 길이는? (단, 점 D는 점 A가 아니다.) [4점]



- ①  $\sqrt{10}$       ②  $\frac{11\sqrt{10}}{10}$       ③  $\frac{6\sqrt{10}}{5}$   
 ④  $\frac{13\sqrt{10}}{10}$       ⑤  $\frac{7\sqrt{10}}{5}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가)  $\frac{f(2k-1)}{f(2k)}$ 의 값이 0 이하가 되게 하는 정수  $k$  값의 집합은  $\{1, 2\}$ 이다.  
 (나)  $\frac{f(2k+1)}{f(2k)}$ 의 값이 0 이하가 되게 하는 정수  $k$  값의 집합은  $\{1, 2\}$ 이다.

$f\left(\frac{k}{2}\right) = 0$ 을 만족시키는 정수  $k$ 의 개수가 3일 때,  $f(7)$ 의 값은?

[4점]

- ① 15      ② 25      ③ 35      ④ 45      ⑤ 55

단답형

16. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = (n+1)a_n$$

을 만족시킨다.  $a_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 - 3$ 이고  $f(1) = 2$ 일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18.  $0 < x < 2\pi$ 에서 곡선  $y = \frac{1}{n} \sin(nx)$ 와 직선  $y = \frac{1}{16}$ 의 교점의 개수가 16이 되게 하는 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 상수  $a$ 에 대해 함수  $f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}ax^2 + 2$  라 하자.

곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = 6$ 이 서로 다른 두 점에서 만날 때,  $f(-a)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$2^m$ 이  $n$ 의 약수가 되게 하는 음이 아닌 정수  $m$ 의 최댓값을  $a_n$ 이라 한다. 예를 들어  $a_3 = 0$ ,  $a_4 = 2$ 이다.

다음은 자연수  $n$ 에 대해  $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k$ 의 값을 구하는 과정이다.

$n = 1$ 일 때, 수열의 정의에 의해  $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = a_1 = 0$

마찬가지로,  $n = 2$ 일 때  $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = \boxed{(가)}$

$n > 2$ 인 경우, 1과  $2^n - 1$  사이에 2의 배수는  $2^{n-1} - 1$ 개 존재하고, 그 중 2의 배수가 아닌 것은  $2^{n-2}$ 개 존재한다. 같은 방법으로  $2^k$  (단,  $k$ 는  $n$ 보다 작은 자연수)의 배수 중  $2^{k+1}$ 의 배수가 아닌 것의 개수는  $2^{n-k-1}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = \sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k-1})$$

이다.  $\sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k-1}) = S$ 라고 하면

$$2S = \sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k}) = \sum_{k=1}^{n-2} (k+1)(2^{n-k-1}) + 2^{n-1}$$

이고

$$\begin{aligned} S &= 2S - S = 2^{n-1} + \sum_{k=1}^{n-2} (k+1)(2^{n-k-1}) - \sum_{k=1}^{n-1} k(2^{n-k-1}) \\ &= 2^{n-1} - (n-1) + \sum_{k=1}^{n-2} 2^{n-k-1} \\ &= \boxed{(나)} \end{aligned}$$

이다. 위의 경우를 종합하면  $\sum_{k=1}^{2^n-1} a_k = \boxed{(나)}$  이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ 라 하고, (나)에 알맞은 식을  $f(n)$ 이라 할 때,  $p + f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가  $a$ 인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

모든 실수  $\alpha$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x)}{f\left(1 - \frac{1}{x}\right)}$ 의 값이 존재한다.

$f(0) < a$ ,  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 일 때,  $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 곡선  $y = -x^2 + k$  (단,  $k > 1$ )가  $y$ 축,  $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라고 하자. 점 A를 지나고 기울기가  $-1$ 인 직선이  $y = 4^x$ 과 만나는 점을 C라고 하면, 점 B와 점 C의 중점의 좌표는  $(a, b)$ 이다.  $b - a = 28$ 일 때,  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

## 제 2 교시

## 수학 영역(미적분)

## 5지선다형

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\ln(x+1)}$  의 값은? [2점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

24.  $\int_2^5 \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 + 1} dx$  의 값은? [3점]

- ①  $\ln 5$       ②  $\ln 6$       ③  $\ln 7$       ④  $3\ln 2$       ⑤  $2\ln 3$

25. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$|a_n - 3n| < \sqrt{n} + 2$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 - a_n}{na_n + n^2}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{9}{4}$       ③ 3      ④  $\frac{15}{4}$       ⑤  $\frac{9}{2}$

26. 곡선  $y = \frac{1}{2\ln 2}(2^x + 2^{-x})$  ( $\log_2 3 \leq x \leq 2\log_2 3$ )의 길이는?

[3점]

- ①  $\frac{8}{3\ln 2}$       ②  $\frac{25}{9\ln 2}$       ③  $\frac{26}{9\ln 2}$   
 ④  $3\ln 2$       ⑤  $\frac{28}{9\ln 2}$

27.  $\int_{-\pi}^{2\pi} \frac{\sin x}{e^x + \sqrt{e^\pi}} dx$  의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{3}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}$       ②  $-e^{-\frac{\pi}{2}}$       ③  $-\frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}$   
 ④  $e^{-\frac{\pi}{2}}$       ⑤  $\frac{3}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}$

28. 함수  $f(x) = e^x + ax + b$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\int_1^x f(t) dt}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ c & (f(x) = 0) \end{cases}$$

을 만족하고, 두 함수가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\int_1^x f(x) dx = f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.  
 (나)  $y = g(x)$ 와  $y = 2$ 는 오직 한 점에서만 만난다.

$a$ 가 음수일 때,  $ac + b$ 의 값은? [4점]

- ①  $-5e$       ②  $-4e$       ③  $-3e$       ④  $-2e$       ⑤  $-e$

**단답형**

29. 3으로 나누어 떨어지지 않는 자연수  $m$ 에 대해 일반항이

$$a_n = |3(n-1) - m| \text{인 수열 } \{a_n\}, \text{ 공비의 절댓값이 } \frac{5}{m} \text{인}$$

등비수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\sum_{n=1}^k b_{a_n}$  이 최대가 되게 하는  $k$ 의 값은 3이다.

(나)  $\sum_{n=3}^{\infty} b_{a_n} = -\frac{31}{4}$

$b_{a_3} < b_{a_5}$ 일 때,  $|b_1|$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 곡선  $y = e^{-x+3} - e^2$ 이  $x$ 축과 만나는 점을 A라 하고, 직선  $y = 2x - t$  (단,  $t > 2$ )가  $x$ 축, 곡선과 만나는 점을 각각 B, C라고 하자. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름을  $f(t)$ , 점 C의  $x$ 좌표가 3일 때의  $t$ 의 값을  $\alpha$ 라 할 때,  $f(\alpha)f'(\alpha) = \frac{p}{q}(e^2 + 1)$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.