

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $7 \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 12}{x - 4} \times 7 \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{x - 2}$ 의 값은? [2점]
- ① $\frac{1}{49}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ 1 ④ 7 ⑤ 49

2. 함수

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{27}x^3 - \frac{2}{3}x^2 - 3x - 4 & (x < 0) \\ -x^2 - 3x + 4 & (x \geq 0) \end{cases}$$

- 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g'(h^4) + g'(-h^4) + 6}{h^4}$ 의 값은? [2점]
- ① $-\frac{4}{3}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_n = \frac{1}{n^2 + 2n}$ 일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{9}$

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 정수 n 에 대하여 $f(n)f(n+1) < 0$ 을 만족시킬 때, 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-1, 5)$ 에서 적어도 m 개의 서로 다른 실근을 갖는다. 자연수 m 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = -\frac{1}{2} \log_3 f'(1) \times (x-4)(x^3+x+1)$ 에 대하여 정수 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

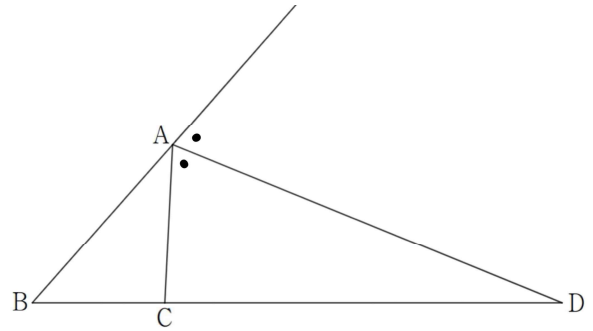
6. $0 < x < 2\pi$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin 2x$ 에 대하여

$$\tan(-\pi + \theta) = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \theta)}{\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)} \text{ 일 때, 방정식}$$

$\{f(x) - |\cos \theta|\} \{f(x) + |\tan \theta|\} = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① 4π ② $\frac{9}{2}\pi$ ③ 5π ④ $\frac{11}{2}\pi$ ⑤ 6π

7. 삼각형 ABC에 대하여 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이 선분 BC의 연장선과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CD}=15$ 일 때, $\cos(\angle BAC)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{23}{32}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{25}{32}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{27}{32}$

8. 외접원의 넓이가 2π 인 삼각형 ABC의 세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 할 때, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$ 이다. $a+b+c$ 의 값은?
[3점]

- ① $3\sqrt{6}$ ② $\frac{7}{2}\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $\frac{9}{2}\sqrt{6}$ ⑤ $5\sqrt{6}$

9. 세 실수 a, b, c 와 함수 $f(x) = 2a^2x^3 + (b^2 + c^2)x^2 + 8$ 에 대하여 $3a + b + c = 9$ 일 때, $f'(2) - f'(1)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

10. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 를 $(x-4)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $-12x + 32$ 이고, $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 -81 일 때, $f(x)$ 를 $(x-4)^2(x+1)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. $R(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -30 ② -25 ③ -20 ④ -15 ⑤ -10

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t^3 - 14t$$

이다. 시각 $t=1$ 에서 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① $\frac{115}{2}$ ② $\frac{117}{2}$ ③ $\frac{119}{2}$ ④ $\frac{121}{2}$ ⑤ $\frac{123}{2}$

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $k+m$ 의 값은? (단, $k < 35$) [4점]

(가) 자연수 k 에 대하여 S_n 은 $k, k+1$ 에서 최솟값을 갖는다.

(나) 자연수 m 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_m = 65$ 이다.

(다) 자연수 m 에 대하여

$$|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_m| = 215 \text{ 이다.}$$

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. $f(0)=2$, $f(3)=\frac{q}{p}+r\sqrt{2}$ 일 때, $p+q+r$ 의 값은?
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, r 은 정수이다.) [4점]

(가) $f(|x|)$ 는 다섯 개의 극점과 두 개의 극값을 갖는다.
(나) $f(x)$ 의 두 극점을 지나는 직선의 기울기는 -1 이다.

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

14. 두 곡선 $y=2^{\frac{1}{x}}$ 과 $y=2^x$ 가 만나는 점들의 x 좌표의 합을 a 라 하고 y 좌표의 합을 b 라 할 때, 세 점 $A(a, a)$, $B(b, 2^{\frac{1}{b}})$, $C(c, -\frac{1}{\log_2 c})$ 에 대하여 점 B와 y 축 사이의 거리와 점 C와 x 축 사이의 거리가 같다. 삼각형 ABC의 넓이는? (단, $c > 1$) [4점]

- ① $\frac{5}{8}+2^{-\frac{1}{5}}$ ② $\frac{5}{4}+2^{-\frac{1}{5}}$ ③ $\frac{15}{8}+2^{-\frac{1}{5}}$
④ $\frac{5}{2}+2^{-\frac{1}{5}}$ ⑤ $\frac{25}{8}+2^{-\frac{1}{5}}$

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? (단, $f(k) < 0$ 을 만족시키는 음수 k 가 존재한다.) [4점]

(가) $|f(-|x|)|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나) 방정식 $f\left(\int_0^x f(-|t|)dt\right) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

단답형

16. 두 함수

$$f(x) = x^3 - 13x^2 + 23x - 11, \quad g(x) = \int_1^x |f'(t)| dt$$

에 대하여 $2\int_0^{\frac{23}{3}} f(x)dx - \int_0^{10} f(x)dx + \int_{-1}^{10} g(x)dx$ 의 값을 k 라 할 때, $972k$ 의 각 자리 숫자의 합을 구하시오. [3점]

17. 두 양수 $a, b (b > 3)$ 에 대하여 $x > 3$ 에서 정의된 함수

$f(x) = a(x-3)^2 + b$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 1일 때, $f(5)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

18. 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 = a_3 a_5 = a_4$$

를 만족시킬 때, 모든 $\sum_{n=1}^9 a_n$ 값의 합을 구하시오. [3점]

19. $0 \leq x \leq \frac{2}{7}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \sin 7\pi x$ 가 있다. 직선 $y = 14x$ 와 $y = \sin 7\pi x$ 가 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 A, 직선 $y = 21(x - \frac{2}{7})$ 와 $y = \sin 7\pi x$ 가 만나는 두 점을 B, C라 하자. 사각형 AOBC의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $f(2)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\{f(a+h)\}^2} - \sqrt{\{f(a-h)\}^2}}{h} = 0$$

을 만족시키는 실수 a 의 값은 $-6, 0, 4$ 뿐이다.

21. 상수 a 와 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 2) \\ ax-1 & (2 < x < 8) \\ g(x) & (x \geq 8) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $h(5-x) + h(5+x) = 3$ 이다.
 (나) 음의 실수 t 에 대하여 $-1 < t < 0$ 에서만 방정식
 $h(x) = t$ 의 실근이 존재하지 않는다.
 (다) 방정식 $f(x) = f(2)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

$f(x)$ 와 $ax-1$ 이 한 점에서 만날 때, $h(10) = \frac{q}{p}$ 이다.

$2a+p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

22. 첫째항과 공차가 같은 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하고, 모든 항이 음수인 수열 $\{b_n\}$ 의
 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 T_n 이라 하자. 등차수열 $\{a_n\}$ 과
 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(b_n + 2S_n - na_7)(b_n - 2S_n + na_{13}) = 0$$

을 만족시킨다. $b_2 = -20$ 이 되도록 하는 T_{12} 의 최댓값을

M 이라 할 때, $-M$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.