

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[4]{3} \times 3^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 \times a_{13} = 64, \quad \frac{a_5}{a_2} = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 5 & (x < 2) \\ ax + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 5$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

6. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - x^3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

8. 1이 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 이차함수 $f(x)$ 가 $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때,

$$f(0) - f(-1) + \int_0^1 \{x^2 + 2x + f'(x)\} dx$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

10. 다음과 같이 $0 \leq x < 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 있다.

$$n-1 \leq x < n \text{ 일 때, } f(x) = 3^n \sin \pi x + 4 \text{ 이다.}$$

(단, $n = 1, 2$)

함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

12. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $b_9 - b_3 = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 145 ③ 190 ④ 235 ⑤ 280

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ 와 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+a)+b & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

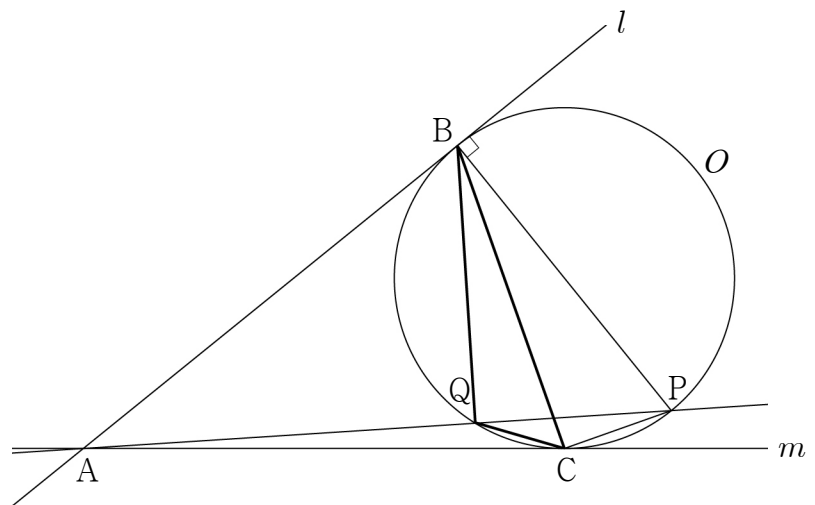
이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$$\left| \lim_{t \rightarrow k^+} h(t) - \lim_{t \rightarrow k^-} h(t) \right| = 2$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k 의 값이 1, 4, 5 일 때, $g(-4)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 원 O 의 외부에 있는 점 A 에서 원 O 에 그은 두 접선을 각각 l, m 이라 하고, 두 직선 l, m 이 원 O 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 원 O 와 만나는 두 점 중에서 B 가 아닌 점을 P , 직선 AP 가 원 O 와 만나는 두 점 중에서 P 가 아닌 점을 Q 라 하면 $\overline{AB} = 12$ 일 때, $\sin(\angle BPQ) : \sin(\angle QPC) = 3 : 1$ 이다. 삼각형 BQC 의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

15. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| - x^2 & (x \leq 0) \\ \{f(x)\}^2 + x^3 & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = b$ 에서만 미분가능하지 않다.
 (나) 방정식 $g(x) = 0$ 은 음의 실근을 갖는다.

$g\left(-\frac{1}{2}\right) + g(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

단답형

16. 방정식

$$2\log_3(x+1) = \log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 1$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19} (2a_{k+1} - b_k) = 150, \quad \sum_{k=1}^{19} (a_{k+1} + b_k) = 330$$

이다. $a_1 = 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 $x = 2$ 에서 극솟값 -6 을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = -2^{-x+a} + b$ 가 있다. 집합 $\{x | x \neq 4, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = f(x) + 2^x + \frac{|x-4|}{x-4} \{f(x) - 2^x\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

21. 함수 $f(x) = -x^2 + kx$ ($k > 0$)의 그래프 위에 있는 제 1 사분면 위의 점 $A(a, f(a))$ ($a > \frac{k}{2}$)에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하고, 직선 $y = g(x)$ 의 x 절편을 b 라 하자. 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 삼각형 AOH 의 넓이를 S 라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_a^b g(x) dx = S$$

$$(나) \int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \frac{32}{3}$$

- $g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, k 는 상수이다.)
[4점]

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 = 6$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항 a_2, a_3, a_4, a_5 중 짝수인 항의 개수는 1이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선 다형

23. ${}_4P_3$ 의 값은? [2점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

24. 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = \frac{9}{10}, \quad P(A) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

25. 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공에 적힌 수 중 적어도 하나가 8의 약수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{17}{33}$ ③ $\frac{19}{33}$ ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{23}{33}$

26. 다항식 $(1+ax)(2+x)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^4 의 계수의 합이 290일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 이산확률변수 X 가 가지는 값이 1부터 4까지의 자연수이고

$$P(X=k+2) - P(X=k) = \frac{(-1)^k}{4} \quad (k=1, 2)$$

이다. $E(X) = \frac{21}{8}$ 일 때, $P(X=1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{16}$
- ② $\frac{11}{32}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{13}{32}$
- ⑤ $\frac{7}{16}$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

- (가) $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq 5$
- (나) $n = 4, 5, 6$ 일 때, $f(f(n)) = n$ 이다.

- ① 70
- ② 75
- ③ 80
- ④ 85
- ⑤ 90

단답형

29. 정규분포 $N(80, 5^2)$ 을 따르는 확률변수 X 와 정규분포를 따르는 확률변수 Y 가

$$2X + Y = a$$

를 만족시킨다.

$$P(b \leq X \leq 75) = 0.1359,$$

$$P(a - 160 \leq Y \leq b) = 0.4332$$

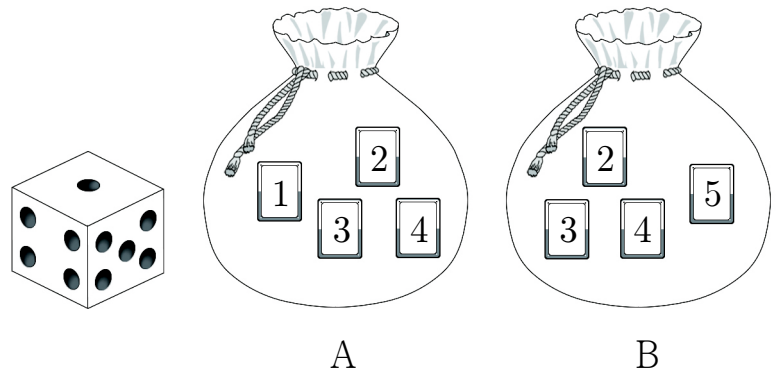
일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있는 주머니 A와 2부터 5까지의 자연수가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있는 주머니 B가 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때,
 k 가 3의 배수이면
 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸 후
 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,
 k 가 3의 배수가 아니면
 주머니 A에서 임의로 1장의 카드를 꺼낸 후
 주머니 B에서 임의로 1장의 카드를 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 두 주머니 A, B에서 꺼낸 카드 중 같은 숫자가 적힌 카드가 있을 때, 꺼낸 카드 중 숫자 4가 적힌 카드의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선 다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \sin t, \quad y = -4 \cos t + 2 \sin^2 t$$

에서 $t = \frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

25. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x}{5}\right)^{n+1} + 2x}{\left(\frac{x}{5}\right)^n + 1}$$

일 때, $f(k) = 5$ 를 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① $\frac{51}{2}$ ② $\frac{53}{2}$ ③ $\frac{55}{2}$ ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ $\frac{59}{2}$

26. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 위의 한 점 $P\left(t, \frac{\ln t}{t}\right)$ 와

점 $A(0, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 할 때,

$\int_1^e f(t)dt$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$ ④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

27. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가 실수 $k (k \neq 0)$ 에 대하여 $f(3-2k)=f(3)$ 을 만족시킨다. 함수

$$g(x) = \frac{f(x)+k}{e^{f(x)}}$$

가 $x=3$ 에서 극대이고 $g(3)=e$ 일 때, $g(k)$ 의 값은? [3점]

- ① $-2e^6$ ② $-3e^5$ ③ $-2e^5$ ④ $-3e^4$ ⑤ $-2e^4$

28. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(-x)}{x} & (x < 0) \\ -x^2 + 2x + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 $t (0 < t < 2)$ 에 대하여 $f'(x)=t$ 를 만족시키는 음수 x 의 값을 $g(t)$ 라 하고, 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a 의 값을 $h(t)$ 라 하자.

$k \geq a$ 인 모든 실수 k 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=tx+k$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는 2이다.

$g(1)+h'(1)$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

단답형

29. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수 $f(x) = \int_0^x e^{\cos \pi t} dt$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$h(g(x) + 2) = 2x^3 + 6f(1)x^2 + 1$$

을 만족시킨다. $\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)} dx = k \times \{f(1)\}^2$ 일 때, 실수 k 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선 다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (-6, 0)$, $\vec{b} = (k, 2)$ 에 대하여
 $\vec{a} + 2\vec{b} = (0, 4)$ 일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{8} = 1$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 y 절편은?

[3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

25. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(3, 4)$, $B(-3, 6)$ 에 대하여 점 P 가

$$(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA}) \cdot \overrightarrow{OB} = 0$$

을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최솟값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 초점 $F(c, 0)$ ($c > 0$)을 지나고

y 축에 평행한 직선이 쌍곡선과 제 1사분면에서 만나는

점을 P 라 하자. $\overline{PF} = 5$ 일 때, b^2 의 값은?

(단, b 는 양수이다.) [3점]

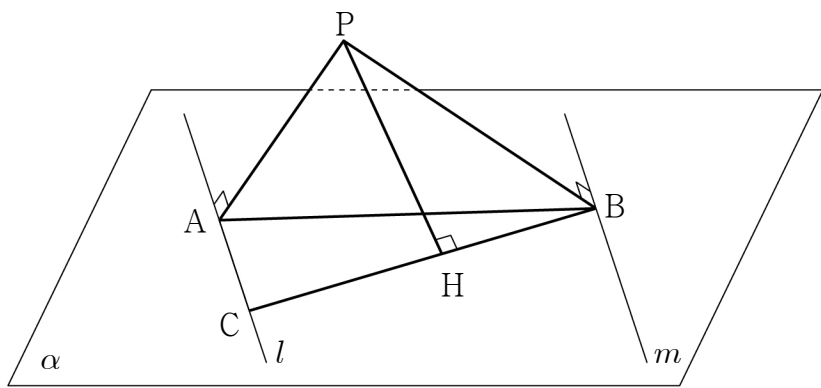
- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

27. 공간에 서로 평행한 두 직선 l, m 을 포함하는 평면 α 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P 에서 두 직선 l, m 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 직선 l 위의 점 C 에 대하여 네 점 A, B, C, P 가

$$\overline{AP}=3, \overline{BP}=3\sqrt{2}, \frac{\overline{AP}}{\overline{CA}}=\frac{\overline{BP}}{\overline{BA}}=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$$

를 만족시킨다. 점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 PH 의 길이는? [3점]

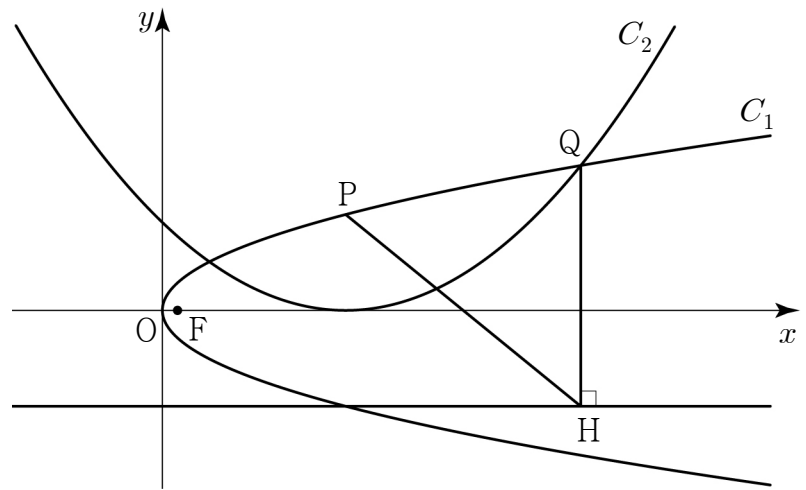
- ① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4



28. 양수 p 에 대하여 점 F 를 초점으로 하는 포물선 $C_1: y^2=4px$ 가 있다. 포물선 C_1 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 를 초점으로 하고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선을 C_2 라 하자. 두 포물선 C_1, C_2 가 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 Q 라 하고, 점 Q 에서 포물선 C_2 의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{PH}=4\sqrt{15}, \overline{QH}=5\sqrt{6}$ 일 때, 선분 PF 의 길이는?

(단, 점 P 의 x 좌표는 점 F 의 x 좌표보다 크다.) [4점]

- ① $\frac{389}{40}$ ② $\frac{197}{20}$ ③ $\frac{399}{40}$ ④ $\frac{101}{10}$ ⑤ $\frac{409}{40}$

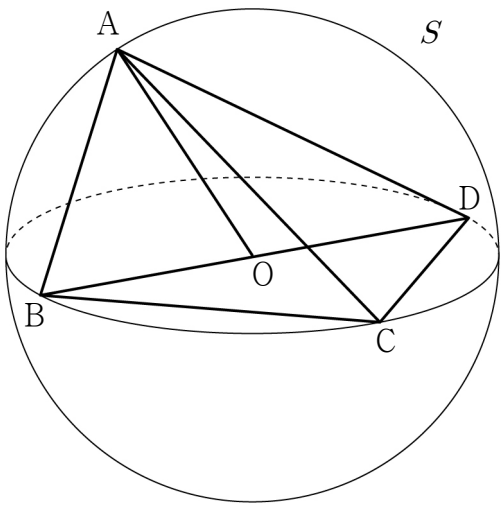


단답형

29. 공간에 점 O 가 중심이고 반지름의 길이가 5인 구 S 가 있다. 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 가

$$\overline{BC} = \overline{CD}, \quad \overline{BD} = 10, \quad \overline{AC} = \sqrt{74}, \quad \overline{AB} < \overline{AD}$$

를 만족시킨다. 직선 OA 와 평면 BCD 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{3}{5}$ 이다. 삼각형 ABD 의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. [4점]



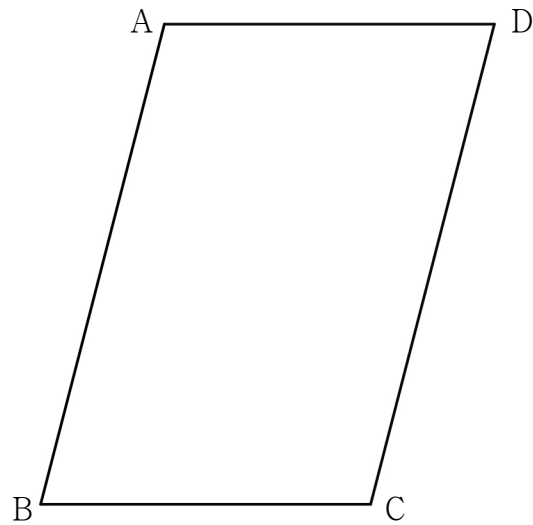
30. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 4$, $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 $ABCD$ 가 있다.

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{BD}|$$

를 만족시키는 점 P 에 대하여

$$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP}$$

를 만족시키는 점을 Q 라 하자. $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{DQ}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.