제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{2+2\sqrt{2}} \times 9^{-\frac{1}{2}-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 3 ④ 9 ⑤ 27

2. 함수 $f(x)=x^3+2x+3$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$f'(x) = 3x^2+2$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3a_5=9, \quad a_7=12$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

① 16 ② 24 ③ 32 ④ 40 ⑤ 48

$a_4=3 \rightarrow \boxed{r^3=4}$

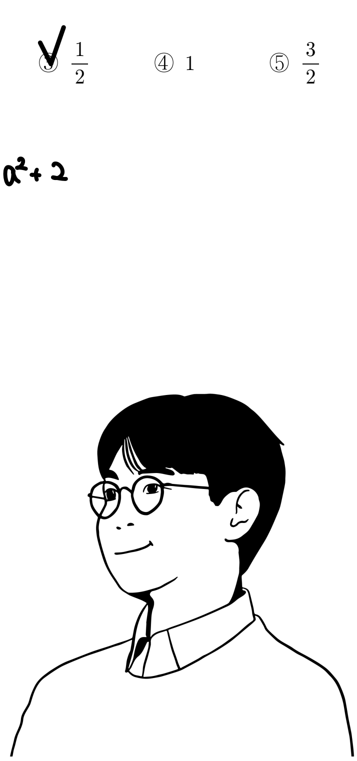
4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x+5 & (x \le a) \\ ax+2 & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}a+5 = a^2+2$



5. $\int_{-1}^{1}(\cancel{4x^3}+6x^2+2)\,dx$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$2\left[2x^3\right]_0^1 + 4$

6. $0<\theta<\pi$ 인 θ에 대하여 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [3점]

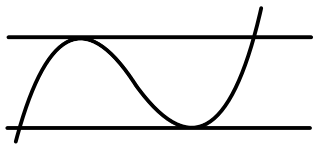
① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{1}{10}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

$\cos\theta = -\frac{1}{\sqrt{10}} \rightarrow \sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$

7. x에 대한 방정식 $\frac{2}{3}x^3+x^2-4x+a=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 1이 되도록 하는 자연수 a의 최솟값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$y' = 2x^3+2x-4 \rightarrow x=-2, 1$ 극값



$y > 0$

$y = \frac{2}{3} - 3$

$-a \le -3 + \frac{2}{3}$

8. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = n + 2$$

를 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{7} a_k = 23$일 때, a_{10}의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$S_8 = 24 \rightarrow a_8 = 1$

$a_9 = 9$

$\boxed{a_{10} = 2}$

9. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$v(t) = 3t^2 - 18t + 24 \longrightarrow t = 2, 4$

$a(t) = 6t - 18 \longrightarrow \underline{a(4) = 6}$ //

10. 다음 조건을 만족시키는 두 정수 $a(a>0)$, b에 대하여 $a+b$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M \times m$의 값은? [4점]

$0 \leq x \leq 2\pi$일 때, x에 대한 방정식 $\cos ax = b$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

b	a	a+b
-1	4	3
0	2	2
1	3	4

11. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)+\int_1^x f(t)\,dt=8x^3+ax+b$$

를 만족시킨다. $\int_0^2 f(t)\,dt=10$일 때, $f(2)+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

$xF(x) = 2x^4 + \frac{a}{2}x^2 + bx + \cancel{c}$

$F(x) = 2x^3 + \frac{a}{2}x + b$

$\underline{F(1)=0} \rightarrow 2+\frac{a}{2}+b=0$

$\underline{F(2)-F(0)=10} \rightarrow 16+a=10$

$\rightarrow a=-6,\ b=1$

$\therefore f(x) = 6x^2-3 \rightarrow f(2)+b = 21+1 = \underline{22}$

12. 2 이상의 자연수 n에 대하여 x에 대한 방정식

$$(x-2^k)(x^n-2^{36})=0$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{n=4}^{10} f(n)=17$이 되도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

x $\begin{cases} 2^k \rightarrow 1\text{개} \\ 2^{36}\text{의 } n\text{제곱근} \begin{cases} n\ \text{홀수}: 1\text{개} \\ n\ \text{짝수}: 2\text{개} \end{cases} \end{cases}$ + 중복 조심!

중복 없다면 $f(4) \sim f(10) = 18$

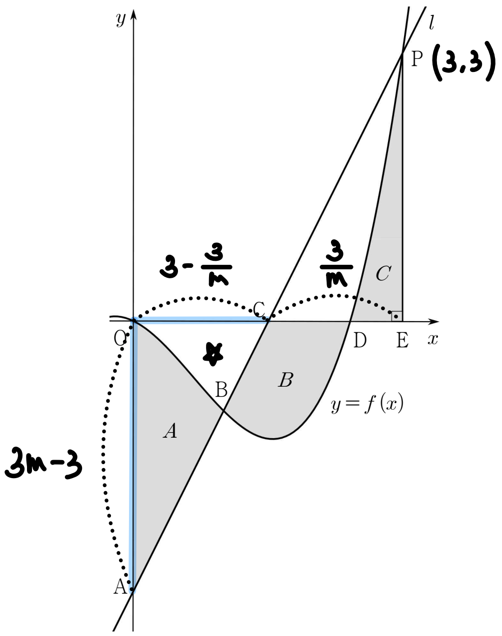
$\rightarrow$ 중복 존재! $\cdots$ $k = \frac{36}{n} = 9, 6, 4$

13. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-x^2-\frac{1}{2}x$에 대하여 점 $\mathrm{P}(3,\ f(3))$을 지나고 기울기가 $m\,(1<m<5)$인 직선을 l이라 하자.
직선 l이 y축과 만나는 점을 A, 곡선 $y=f(x)$와 제4사분면에서 만나는 점을 B, x축과 만나는 점을 C라 하고, 곡선 $y=f(x)$와 x축이 만나는 점 중 x좌표가 양수인 점을 D, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 E라 하자.
곡선 $y=f(x)$와 두 선분 OA, AB로 둘러싸인 영역을 A,
곡선 $y=f(x)$와 두 선분 BC, CD로 둘러싸인 영역을 B,
곡선 $y=f(x)$와 두 선분 DE, EP로 둘러싸인 영역을 C라 하자.

$$(A\text{의 넓이})+(C\text{의 넓이})=(B\text{의 넓이})+\frac{9}{8}$$

일 때, 상수 m의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{11}{6}$ ④ 2 ⑤ $\frac{13}{6}$



$A+\cancel{*}=\frac{1}{2m}(3m-3)^2$

$\cancel{*}+B+C=\int_0^3 f(x)\,dx$

$=\left[\frac{1}{8}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{4}x^2\right]_0^3=-\frac{9}{8}$

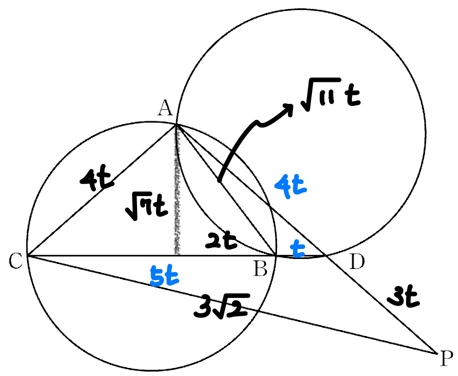
$-)$

$\frac{1}{2m}(3m-3)^2=\frac{9}{4} \rightarrow \underline{m=2}$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 점 B를 지나는 직선이 두 원과 만나는 점 중 점 B가 아닌 점을 각각 C, D라 할 때,

$$\sin(\angle\mathrm{CAD}):\sin(\angle\mathrm{ACD})=3:2\ ,\quad \overline{\mathrm{CB}}:\overline{\mathrm{BD}}=5:1$$

이다. 직선 AD 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{CP}}=3\sqrt{2}$이고 삼각형 CDP의 넓이가 삼각형 ABD의 넓이의 $\frac{9}{2}$배일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는? (단, $\angle\mathrm{CAP}>\frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{11}{7}\pi$ ③ $\frac{23}{14}\pi$ ④ $\frac{12}{7}\pi$ ⑤ $\frac{25}{14}\pi$

$\triangle CDP=\triangle ABD\times 6\times\frac{3}{4} \rightarrow \boxed{\overline{DP}=3t}$

$\triangle ACD$ 이등변 $\rightarrow \cos ADC=\frac{3}{4}$

$\triangle CDP$ 코 $18=36t^2+9t^2-36t^2\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$\hookrightarrow \boxed{t=\frac{1}{2}}$

$\triangle ABD$ 사 $\dfrac{\frac{\sqrt{11}}{2}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}=2R$

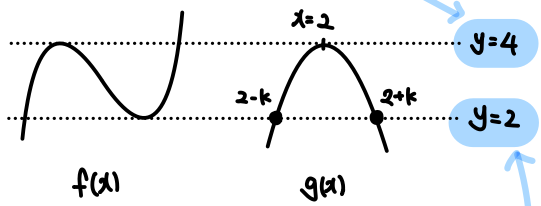
$\therefore$ 답 $=\frac{11}{7}\pi$

15. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $g(x)$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)=g(t)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 함수 $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $h(2)+\lim_{t\to 2} h(t)=5$ → g(2)가 f(x) 극값
>
> (나) 함수 $h(f(x))$ 가 $x=\alpha$ 에서 불연속인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_6$ 이라 할 때, $\alpha_2=0,\ \sum_{n=1}^{6} f(\alpha_n)=14,\ f(\alpha_4)=f(\alpha_6)$ 이다.

$g(2)=4$ 일 때, $f(5)+g(4)$ 의 값은? [4점]

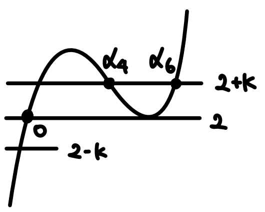
① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



h(f(x)) 불연속 → f(x)= 2-k, 2, 2+k

교점개수 1 2 3

→ 극솟값 = 2



$\sum_{n=1}^{6} f(\alpha_n)=12+2k$ → $\boxed{k=1}$

$f(x)=\frac{1}{2}x(x-3)^2+2,\quad g(x)=-2(x-1)(x-3)+2$

$\therefore f(5)+g(4)=12-4=\underline{8}$

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3)=\log_4(x+1)+\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$(x-3)^2=2(x+1)$

$x=\underline{7}$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=6x^2-4x+1$ 이고 $f(2)=8$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=2x^3-2x^2+x-2$

$\therefore f(3)=54-18+3-2=\underline{37}$

18. $10\times\sum_{k=1}^{9}\left(\frac{k^3+k^2+1}{k^2+k}\right)$의 값을 구하시오. [3점]

$$10\left(45+\sum_{k=1}^{9}\left(\frac{1}{k}+\frac{1}{k+1}\right)\right)$$

$$= 450+10-1 = \underline{459}$$

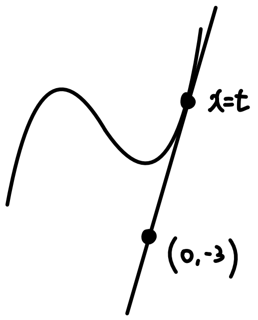
19. 일차함수 $f(x)$가 $f(0)=-3$이고 $x\ge 0$에서

$$f(x)+x^2-\frac{1}{2}\le x^3+\frac{5}{2}x^2$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 최댓값을 구하시오. [3점]

$$f(x)\le x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}$$

$\hookrightarrow y'=3x^2+3x$



$$\frac{t^3+\frac{3}{2}t^2+\frac{7}{2}}{t}=3t^2+3t \rightarrow 4t^3+3t^2-7=0$$

$\boxed{t=1}$ ··· $f(1)\le 3$, $f(3)\le \underline{15}$

20. 모든 항이 양수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_3의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+2 & (a_n<6) \\ 2a_n-2 & (a_n\ge 6)\end{cases}$$

이다.

(나) $a_p+a_{p+1}=19$를 만족시키는 자연수 p가 존재한다.

$$a_n=\begin{cases} a_{n+1}-2 & (a_{n+1}<8) \\ \dfrac{a_{n+1}+2}{2} & (a_{n+1}\ge 10)\end{cases}$$

n	a_n
p	7
$p+1$	12
$p+2$	22
	⋮

n	a_n
p	7
$p-1$	5
$p-2$	3
$p-3$	1
	×

$\therefore M+m = 22+5=\underline{27}$

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $f(a)g(a)=0$인 모든 실수 a에 대하여
> $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{\sqrt{|f(x)g(x)|+a^2}-|a|}{x-a}$ 의 값이 존재한다.

$f(0)=0$, $g(2)=-6$일 때, $f(4)+g(6)$의 값을 구하시오. [4점]

i) $\underline{a=0}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{|f(x)g(x)|}}{x} \longrightarrow x^3$ 보유!

ii) $\underline{a\neq 0}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{|f(x)g(x)|}{(x-a)\times\{\sim\}} \longrightarrow (x-a)^2$ 보유!

$f(x)g(x) = 3x^3(x-t)^2$

$\begin{cases} f(x) = x^2(x-t) \\ g(x) = 3x(x-t) \longrightarrow \boxed{t=3} \end{cases}$

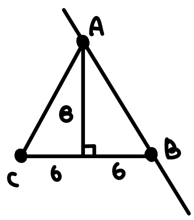
$\therefore f(4)+g(6) = 16+54 = \underline{70}$

22. 두 실수 $a\,(a>1)$, b에 대하여 직선 $y=-\frac{4}{3}x+21$이 두 곡선

y=x 대칭 후 (-1,-1) 평행이동!

$$y=a^x+b, \quad y=\log_a(x-b+1)-1$$

과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y=a^x+b$ 위의 점 C에 대하여 선분 BC는 x축과 평행하다. $\overline{\mathrm{AB}}=10$이고 삼각형 ABC의 넓이가 48일 때, $a^{12}+b$의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



$A(p, q)$

$B(p+6, q-8) \longrightarrow B'(p+7, q-7) \longrightarrow B''(q-7, p+7)$

$C(p-6, q-8)$

AB'' 평.변 $= \dfrac{q-p-7}{p-q+7} = -1 \;\; \therefore \;\; \boxed{A=B''}$

A: $y=-\frac{4}{3}x+21$, $y=x-7$ 교점 $\longrightarrow (6, 13)$

$A(6, 13) \longrightarrow a^6+b=13$

$C(0, 5) \longrightarrow b=4$

$\therefore a^{12}+b = 81+4 = \underline{85}$

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(3x+1)^4$의 전개식에서 x^3의 계수는? [2점]

① 27 ② 54 ③ 81 ④ 108 ⑤ 135

4×27

24. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{8},\quad \mathrm{P}(A|B)=\mathrm{P}(B|A)=\frac{1}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{17}{32}$ ③ $\frac{9}{16}$ ④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

25. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c라 하자. $a\times b\times c$가 9의 배수이거나 c가 짝수일 확률은? [3점]

① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{17}{27}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{19}{27}$ ⑤ $\frac{20}{27}$

$\boxed{여}$ $abc \neq 9k$ & $c=$홀수

$c=3$ 1×4^2

$c=1.5$ $2\times(6^2-2^2)$

답 $=1-\frac{16+64}{216}=\frac{17}{27}$

26. 어느 설탕 공장에서 생산하는 백설탕 한 포대의 무게는 평균이 m이고 표준편차가 0.5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산하는 백설탕 n^2포대를 임의추출하여 얻은 백설탕의 무게의 표본평균이 $\overline{x_1}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $14.84 \le m \le a$이고, 이 공장에서 생산하는 백설탕 $4n^2$포대를 임의추출하여 얻은 백설탕의 무게의 표본평균이 $\overline{x_2}$일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $b \le m \le 15.06$이다. $a+b=29.97$일 때, 자연수 n의 값은? (단, 무게의 단위는 kg이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$a = 14.84 + 2\times 1.96 \times \frac{1}{2n}$

$b = 15.06 - 2\times 1.96 \times \frac{1}{4n}$

$2\times 1.96 \times \frac{1}{4n} = 0.07$

$\rightarrow 98=7$

27. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	b	c	1

Y	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	b	a	c	b	1

$\mathrm{E}(X)=\mathrm{E}(Y)$이고 $\mathrm{V}(X)-\mathrm{V}(Y)=1$일 때, $\mathrm{E}(X^2)$의 값은? [3점]

① 8 ② $\frac{17}{2}$ ③ 9 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ 10

$a+2b+c=1$

$a+5b+4c = 2a+5b+3c \rightarrow \boxed{a=c}$

$V(X)-V(Y) = E(X^2)-E(Y^2)$

$E(X^2) = 17a+13b$

$E(Y^2) = 13a+17b$

$a-b=\frac{1}{4}$

$\therefore a=\frac{3}{8},\ b=\frac{1}{8}$

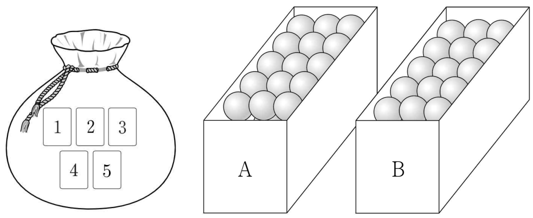
$E(X^2) = \frac{51+13}{8}$

28. 하나의 주머니와 두 상자 A, B가 있다. 주머니에는 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적힌 5장의 카드가 들어 있고, 상자 A에는 공이 15개 이상 들어 있고, 상자 B에는 공이 15개 들어 있다. 이 주머니와 두 상자 A, B를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어
> 카드에 적힌 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는다.
> 확인한 수가 홀수이면
> 상자 A에 있는 공을 적힌 수만큼 상자 B에 넣고,
> 확인한 수가 짝수이면
> 상자 B에 있는 공을 적힌 수만큼 상자 A에 넣는다.

이 시행을 3번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 19일 확률은? [4점]

① $\frac{6}{31}$ ② $\frac{13}{62}$ ③ $\frac{7}{31}$ ④ $\frac{15}{62}$ ⑤ $\frac{8}{31}$



분모	BBB $\left(\frac{2}{5}\right)^3$	AAB $\left(\frac{3}{5}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{5}\right)\cdot 3$
분자		(1,5,2) (3,3,2) (3,5,4)

답 $= \frac{6+3+6}{8+54} = \frac{15}{62}$

단답형

29. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 두 학생 A, B가 점수를 얻는 시행을 한다. [4점]

> 주머니에서 임의로 두 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 주머니에 넣는다.
> - 두 공에 적혀 있는 수의 합이 5 이하이면 A는 1점을 얻는다.
> - 두 공에 적혀 있는 수의 합이 8 이하이면 B는 1점을 얻는다.

자연수 a에 대하여 이 시행을 16200번 반복하여 A가 얻은 점수가 1840 이상일 확률과 B가 얻은 점수가 $30a$ 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 각각 p, q라 하자. $p+q=1.0919$일 때, a의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$A \sim B(16200, \frac{1}{9}) \rightarrow N(1800, 40^2)$

$B \sim B(16200, \frac{1}{3}) \rightarrow N(5400, 60^2)$

$P(A \ge 1840) = P(Z \ge 1) = 0.1587$

$P(B \le 30a) = 0.9332 = P(Z \le 1.5)$

$\rightarrow 30a = 5400 + 90$

$\therefore a = \underline{183}$ //

30. 집합 $X=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $-3 \le x \le 2$인 모든 정수 x에 대하여 $f(x) \le f(x+1)$이다.
> (나) 3 이하의 자연수 n에 대하여 $f(n) \times f(-n) \ge 0$인 자연수 n의 개수는 1이다.

$\boxed{n=1}$

$\boxed{-3, -2}$ −　　$\boxed{-1, 0, 1}$?　　$\boxed{2, 3}$ +

-3
-2
-1
0
1
2
3

X	-3	-2	-1	0	1	2	3	
Y	−	−	−	−	−	+	+	→ $_3H_5 \times {}_3H_2$
			+	+	+			→ 〃
			−	−	0			→ $_3H_4 \times {}_3H_2$
			0	+	+			→ 〃
			−	0	0			→ $_3H_3 \times {}_3H_2$
			0	0	+			→ 〃
			0	0	0			→ $_3H_2 \times {}_3H_2$

답 $= 126 \times 2 + 90 \times 2 + 60 \times 2 + 36 = \underline{588}$ //

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x\to\infty} x^2 \sin\frac{1}{2x} \tan\frac{7}{x}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

24. 매개변수 $t\ (t>0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = \ln\left(e^{t-2}+1\right), \quad y = \log_2 t$$

에서 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2\ln 2}$ ② $\frac{1}{\ln 2}$ ③ $\frac{3}{2\ln 2}$ ④ $\frac{2}{\ln 2}$ ⑤ $\frac{5}{2\ln 2}$

$$\frac{\frac{1}{\ln 2 \cdot t}}{\frac{e^{t-2}}{e^{t-2}+1}} \rightarrow \frac{1}{\ln 2}$$

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 좌표 $(x,\,y)$가

$$x = 4t\,,\quad y = \left(e^{t} + \frac{1}{e^{t}}\right)^{2}$$

일 때, 시각 $t=0$부터 $t=\ln 2$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{17}{4}$

$$\frac{dy}{dt} = 2\left(e^{t}+e^{-t}\right)\left(e^{t}-e^{-t}\right)$$

$$= 2\left(e^{2t}-e^{-2t}\right)$$

$$\int_{0}^{\ln 2} 2\left(e^{2t}+e^{-2t}\right)dt$$

$$= \left[e^{2t}-e^{2t}\right]_{0}^{\ln 2} = 4-\frac{1}{4}$$

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n = \frac{n^2+n}{2n^2+\cos \pi n}\,,\quad b_n = a_n + a_{2n}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty}(b_{n+1}-b_n)$의 값은? [3점]

① -3 ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{5}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{3}$

답 $= 1-(a_1+a_2)$

$= 1-\left(2+\frac{2}{3}\right)$

27. $0 \le x < 2\pi$에서 정의된 함수 $f(x) = 2\cos x$가 있다. $0 < k < 2$인 상수 k에 대하여 함수 $y = f(x)$의 그래프와 직선 $y = k$가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 A, B에서의 접선의 기울기의 곱이 -2일 때, 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = k$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}(\pi+2)$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}(\pi+4)$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}(\pi+6)$
④ $\frac{\sqrt{2}}{2}(3\pi+2)$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}(3\pi+4)$

$f'(x) = \pm\sqrt{2} \longrightarrow x = \frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{7}{4}\pi} \sqrt{2} - 2\cos x \, dx$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}\pi + \Big[-2\sin x\Big]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{7}{4}\pi}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}\pi + 2\sqrt{2}$$

28. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = e^{g(x)} - g(x)$$

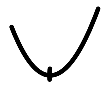
이고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x \ne 1$인 모든 실수 x에 대하여 미분가능하고 $g'(x) \le 0$이다.
> (나) 방정식 $g(x) = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(3) = 1$, $g(2) = 1$일 때, $g'(2)$의 값은? [4점]

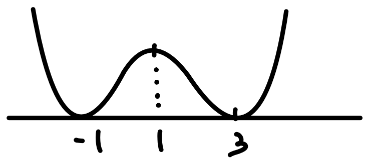
① $-\frac{1}{3}\left(\frac{e-2}{e-1}\right)$ ② $-\frac{4}{3}\left(\frac{e-2}{e-1}\right)$ ③ $-\frac{7}{3}\left(\frac{e-2}{e-1}\right)$
④ $-\frac{1}{3}\left(\frac{e-3}{e-1}\right)$ ⑤ $-\frac{4}{3}\left(\frac{e-3}{e-1}\right)$

$h(x) = e^x - x \longrightarrow f(x) = h(g(x))$



가) $f'(x) = h'(g(x)) \times g'(x)$

나) $g(x) = 0 \longrightarrow f(x) = 1,\ f'(x) = 0$



$f(x) = a(x+1)^2(x-3)^2 + 1$

$g(2) = 1 \rightarrow f(2) = e-1 \rightarrow a = \frac{e-2}{9}$

$f'(x) = 4a(x+1)(x-1)(x-3) = \left(e^{g(x)} - 1\right) \times g'(x)$

$\therefore\ g'(2) = \frac{-12a}{e-1} = -\frac{4}{3}\left(\frac{e-2}{e-1}\right)$

단답형

29. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 n에 대하여
> $|a_n| = 2^{5-n}$이고 $a_{3n-2}a_{3n} = (a_{3n-1})^2$이다.
> (나) $a_k a_{k+1} < 0$인 자연수 k의 개수는 4이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_{3n-1} = \frac{50}{7}$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1} = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\|a_n\|$	16	8	4	2	1	⋯			
부호	+	+	+	−	−	−	−	+	−

1차 시도: $a_{3n-1} > 0 \rightarrow * = \frac{8}{1-\frac{1}{8}} = \frac{64}{7}$

$\rightarrow a_5$ '만' −

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1} = \frac{8}{1-\frac{1}{2}} - 2\left(2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{16}\right)$

$= \frac{67}{8}$

30. 실수 전체의 집합에서 연속이고 $x \le 0$에서 $f(x) = 0$인 함수 $f(x)$가 있다. 두 상수 $a\,(a \ne 0)$, b에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_0^x (at+b)|\sin t|\,dt$$

라 할 때, 함수 $h(x) = f(g(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 양수 x에 대하여
> $h(x) = 4x$이고 $h(x) = h(-x-3\pi)$이다.

$g(\pi) = 2\pi$일 때, $\int_0^{2\pi} f(x)\,dx = p\pi^2 - q$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

f, g : $x>0$에서 증가!

$g(x) = g(-x-3\pi) \rightarrow g'(x) = -g'(-x-3\pi)$

$\rightarrow ax+b = a(x+3\pi)-b \rightarrow \boxed{3a\pi = 2b}$

$g(\pi) = \int_0^{\pi} (ax+b)\sin x\,dx$

$= \left[-(ax+b)\cos x + a\sin x\right]_0^{\pi} = a\pi + 2b = 2\pi$

$\rightarrow \boxed{a = \frac{1}{2},\ b = \frac{3}{4}\pi}$

$x = g(t) \rightarrow dx = g'(t)\,dt$

$\int_0^{2\pi} f(x)\,dx = \int_0^{\pi} 4t\,g'(t)\,dt$

$= \int_0^{\pi} (2t^2 + 3\pi t)\sin t\,dt$

$= \left[-(2t^2+3\pi t-4)\cos t\right]_0^{\pi}$

$= 5\pi^2 - 8$

$\therefore$ 답 $= 13$