

제 2 교시

수학 영역

속함수 자취

1. 두 상수 $a (a > 0)$, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은?
[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$$
 이다.
 (나) $f(0) = f(2) + 1$

- ① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

2. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와 두 상수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$ 의 값은?
[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$(f(x))^5 + (f(x))^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$
 이다.
 (나) $f(-3)f(3) < 0, f'(2) > 0$

- ① $-3e^{-\frac{4}{3}}$ ② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$ ③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$
 ④ $e^{-\frac{4}{3}}$ ⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

3. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = g(x) - \tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0) \times (g(0))^2$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 0, f''(\pi) = 0$

(나) $\sin g(\pi) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{3\pi}{2}$

- ① -12 ② -6 ③ -1 ④ 3 ⑤ 9

x 좌표 함수 - 미분

4. $t > 2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = t(\ln x)^2 - x^2$ 이 $x = k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha) = e^2$ 인 실수 α 에 대하여

$$\alpha \times \{g'(\alpha)\}^2 = \frac{q}{p} \text{ 일 때, } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 와 양의 실수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $a \times g'(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{\sqrt{e}}{3}$ ② $-\frac{\sqrt{e}}{4}$ ③ $-\frac{\sqrt{e}}{5}$
 ④ $-\frac{\sqrt{e}}{6}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{e}}{7}$

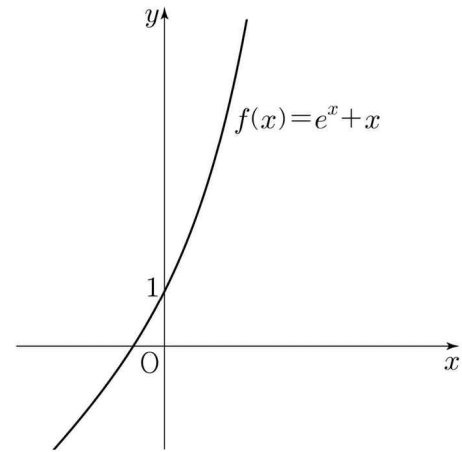
6. $0 < t < 41$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 세 점 중에서 x 좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t), t)$, x 좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t), t)$ 라 하자. $h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$ 라 할 때, $h'(5)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

7. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 와 함수 $f(x)=\sin x$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$)의 그래프가 만나는 점을 P라 할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P에서 그은 접선의 x 절편을 $g(t)$ 라 하자. $g'\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① -28 ② -24 ③ -20 ④ -16 ⑤ -12

8. 함수 $f(x)=e^x+x$ 가 있다. 양수 t 에 대하여 점 $(t, 0)$ 과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$ 에서 최소일 때, 실수 $f(s)$ 의 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 의 역함수를 $h(t)$ 라 할 때, $h'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]



9. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} (x-a-2)^2 e^x & (x \geq a) \\ e^{2a}(x-a)+4e^a & (x < a) \end{cases}$$

일 때, 실수 t 에 대하여 $f(x)=t$ 를 만족시키는 x 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

함수 $g(t)$ 가 $t=12$ 에서만 불연속일 때, $\frac{g'(f(a+2))}{g'(f(a+6))}$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $6e^4$ ② $9e^4$ ③ $12e^4$ ④ $8e^6$ ⑤ $10e^6$

x 좌표 함수 - 적분

10. 함수 $f(x)=e^x+x-1$ 과 양수 t 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x \{t - f(s)\} ds$$

가 $x=\alpha$ 에서 최댓값을 가질 때, 실수 α 의 값을 $g(t)$ 라 하자.

미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1+e^{g(t)}} dt$ 의 값을
구하시오. [4점]

11. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이고, $x < 0$ 일 때, $f(x) = -4xe^{4x^2}$ 이다.
 모든 양수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$ 라 하자.
 두 함수 $g(t)$, $h(t)$ 는 모든 양수 t 에 대하여

$$2g(t) + h(t) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x) dx = e^4 - 1$ 일 때, $\frac{f(9)}{f(8)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}e^5$ ② $\frac{4}{3}e^7$ ③ $\frac{5}{4}e^9$ ④ $\frac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\frac{7}{6}e^{13}$

[정답]

1	㉔	2	㉑	3	㉒	4	17	5	㉓
6	㉕	7	㉒	8	3	9	㉕	10	12
11	㉓								