# 2026학년도 9월 확률과 통계 변형 문제 (정답 및 해설)

## Contents

## 1 확률과 통계 23번 유형: 중복순열

**질문:** 서로 다른 4명의 여행객이 3개의 서로 다른 호텔 A, B, C에 투숙하려고 한다. 각 여행객은 3개의 호텔 중 어느 곳이든 자유롭게 선택할 수 있을 때, 4명의 여행객이 호텔에 투숙하는 모든 경우의 수는?

① 81

② 90

③ 95

④ 100

⑤ 120

**정답:** ①

**설명:**

1. 이 문제는 4명의 서로 다른 여행객 각각이 3개의 서로 다른 호텔 중 하나를 선택하는 경우의 수를 구하는 문제입니다.
2. 각 여행객은 호텔 A, B, C 중 하나를 선택할 수 있으므로, 각 여행객마다 3가지의 선택지가 있습니다.
3. 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 여행객 모두 각각 독립적으로 3가지 호텔 중 하나를 선택할 수 있습니다.
4. 이는 3개의 선택지에서 중복을 허용하여 4개를 뽑아 일렬로 나열하는 **중복순열**과 같습니다.
5. 각 여행객의 선택은 독립적이므로, 곱의 법칙에 의해 총 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$가지입니다.
6. 이를 중복순열의 기호로 나타내면 ${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$입니다.

## 2 확률과 통계 24번 유형: 확률의 덧셈정리

**질문:** 서로 **배반사건**인 두 사건 $A, B$에 대하여 $P(A^c \cap B^c) = \frac{1}{4}$이고 $P(B) = 2P(A)$일 때, $P(B)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{5}{12}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}$

**정답:** ④

**설명:**

1. **드모르간의 법칙 적용**: $P(A^c \cap B^c) = P((A \cup B)^c)$ 이므로, $P((A \cup B)^c) = \frac{1}{4}$ 입니다.
2. **여사건의 확률 계산**: $P(A \cup B) = 1 - P((A \cup B)^c) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 입니다.
3. **배반사건의 정의 활용**: 두 사건 $A, B$가 서로 **배반사건**이므로 $P(A \cap B) = 0$ 입니다.
4. **확률의 덧셈정리 적용**: 배반사건에 대한 확률의 덧셈정리는 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ 입니다. 따라서 $P(A) + P(B) = \frac{3}{4}$ 입니다.
5. **연립방정식 풀이**: 주어진 조건 $P(B) = 2P(A)$를 위 식에 대입합니다. $P(A) + 2P(A) = \frac{3}{4} \implies 3P(A) = \frac{3}{4} \implies P(A) = \frac{1}{4}$.
6. $P(B)$ **계산**: $P(B) = 2P(A) = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ 입니다.

## 3 확률과 통계 25번 유형: 조합과 확률

**질문:** 주머니 속에 흰 공 2개, 검은 공 3개, 초록 공 5개가 들어있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 검은 공의 개수와 초록 공의 개수가 서로 같을 확률은? (단, 모든 공은 크기와 모양이 같다고 가정한다.)

① $\frac{1}{14}$
② $\frac{2}{21}$
③ $\frac{1}{7}$
④ $\frac{8}{42}$
⑤ $\frac{3}{14}$

**정답:** ⑤

**설명:**

1. **전체 경우의 수**: 10개의 공 중에서 4개를 꺼내는 **조합**의 수이므로 ${}_{10}C_4 = \frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1} = 210$가지입니다.
2. **사건의 경우의 수**: 꺼낸 검은 공과 초록 공의 개수가 같은 경우를 나눕니다.
   - **검은 공 1개, 초록 공 1개일 경우**: 나머지 2개는 흰 공이어야 합니다. 경우의 수는 ${}_3C_1 \times_5 C_1 \times_2 C_2 = 3 \times 5 \times 1 = 15$가지입니다.
   - **검은 공 2개, 초록 공 2개일 경우**: 나머지 0개는 흰 공이어야 합니다. 경우의 수는 ${}_3C_2 \times_5 C_2 \times_2 C_0 = 3 \times 10 \times 1 = 30$가지입니다.
3. **총 사건의 경우의 수**: $15 + 30 = 45$가지입니다.
4. **확률 계산**: 구하는 확률은 $\frac{45}{210} = \frac{3}{14}$입니다.

## 4 확률과 통계 26번 유형: 모평균의 추정

**질문:** 전국 학생들을 대상으로 실시한 어느 시험의 성적은 정규분포를 따른다고 한다. 이 시험에 응시한 학생 중 100명을 임의추출하여 성적을 조사하였더니 표본평균이 $\bar{x}$ 점이었다. 이 결과를 이용하여 이 시험 성적의 **모평균** $m$에 대한 신뢰구간을 구했더니 $[\bar{x} - 3.92, \bar{x} + 3.92]$ 이었다. 이때, 사용된 신뢰도를 $\alpha\%$라고 할 때, $\alpha$의 값은? (단, 모표준편차는 20점이고, $Z$가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.65) = 0.90$, $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $\mathrm{P}(|Z| \leq 2.58) = 0.99$로 계산한다.)

① 90

② 92

③ 95

④ 98

⑤ 99

**정답:** ③

**설명:**

1. 모평균 $m$에 대한 신뢰구간은 $\bar{x} - k\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + k\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ 입니다.
2. 문제에서 주어진 신뢰구간으로부터, 신뢰구간의 절반 길이인 $k\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 3.92$ 입니다.
3. 주어진 값인 모표준편차 $\sigma = 20$과 표본의 크기 $n = 100$을 대입하여 신뢰도에 해당하는 상수 $k$를 구합니다.

$$3.92 = k \times \frac{20}{\sqrt{100}} = k \times \frac{20}{10} = 2k$$

4. 따라서 $k = \frac{3.92}{2} = 1.96$입니다.
5. 문제에 주어진 표준정규분포표에서 $k = 1.96$일 때의 확률은 $\mathrm{P}(|Z| \leq 1.96) = 0.95$입니다.
6. 신뢰도는 이 확률값에 100을 곱한 값이므로, 신뢰도는 95%입니다. 따라서 $\alpha = 95$입니다.

## 5 확률과 통계 27번 유형: 이산확률변수의 분산

**질문:** 좌표평면 위의 점들의 집합 $S = \{(x, y)|x, y$는 $1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 4$를 만족시키는 정수$\}$가 있다. 집합 $S$에서 임의로 선택된 한 점의 좌표를 $(a, b)$라 할 때, 확률변수 $X = a+b$에 대하여 $V(12X)$의 값은?

① 252

② 264

③ 276

④ 288

⑤ 300

**정답:** ③

**설명:**

1. 집합 $S$의 원소의 총개수는 $3 \times 4 = 12$개이고, 각 점을 선택할 확률은 $\frac{1}{12}$로 모두 같습니다.
2. 확률변수 $a$와 $b$는 서로 독립이므로 $V(X) = V(a + b) = V(a) + V(b)$가 성립합니다.
3. $a$**의 분산** $V(a)$ **계산**:
   - $a$는 $1, 2, 3$의 값을 각각 $\frac{1}{3}$의 확률로 가집니다.
   - $E(a) = 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 2.$
   - $E(a^2) = 1^2 \cdot \frac{1}{3} + 2^2 \cdot \frac{1}{3} + 3^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{14}{3}.$
   - $V(a) = E(a^2) - (E(a))^2 = \frac{14}{3} - 2^2 = \frac{2}{3}.$
4. $b$**의 분산** $V(b)$ **계산**:
   - $b$는 $1, 2, 3, 4$의 값을 각각 $\frac{1}{4}$의 확률로 가집니다.
   - $E(b) = \frac{1+2+3+4}{4} = \frac{5}{2}.$
   - $E(b^2) = \frac{1^2+2^2+3^2+4^2}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}.$
   - $V(b) = E(b^2) - (E(b))^2 = \frac{15}{2} - (\frac{5}{2})^2 = \frac{5}{4}.$
5. $X$**의 분산** $V(X)$ **계산**: $V(X) = V(a) + V(b) = \frac{2}{3} + \frac{5}{4} = \frac{23}{12}.$
6. $V(12X)$ **계산**: $V(12X) = 12^2 V(X) = 144 \times \frac{23}{12} = 12 \times 23 = 276.$

# 6 확률과 통계 28번 유형: 중복조합

**질문:** 네 종류의 스티커가 있다. 같은 종류의 스티커끼리는 서로 구별하지 않는다.

- 별 스티커: 4개
- 하트 스티커: 2개
- 달 스티커: 2개

이 8개의 스티커를 영희, 철수, 민지 세 사람에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는?

(가) 영희과 철수은 각각 적어도 하나의 스티커를 받는다.

(나) 영희은 적어도 하나의 하트 스티커를 받는다.

이 문제의 해결에는 동일한 물건을 다른 사람에게 나누어 주는 **중복조합**의 원리가 사용된다.

① 210

② 220

③ 230

④ 240

⑤ 250

**정답:** ④

**설명:**

1. 먼저 조건 (나) '영희는 적어도 하나의 하트 스티커를 받는다'를 기준으로 전체 경우의 수를 구합니다.
   - 별(4개) 나누기: ${}_3H_4 = \binom{6}{4} = 15$.
   - 달(2개) 나누기: ${}_3H_2 = \binom{4}{2} = 6$.
   - 하트(2개) 나누기 (영희가 적어도 1개): (전체 경우 ${}_3H_2 = 6$) - (영희가 0개 받는 경우 ${}_2H_2 = 3$) = 3.
   - 따라서 조건 (나)를 만족하는 총 경우의 수는 $15 \times 6 \times 3 = 270$가지입니다.
2. 위 270가지 경우 중 조건 (가) '영희와 철수는 각각 적어도 하나의 스티커를 받는다'를 만족하지 않는 경우, 즉 여사건을 제외합니다.
3. 조건 (나)에 의해 영희는 이미 스티커를 받았으므로, '철수가 스티커를 하나도 받지 못하는 경우'만 제외하면 됩니다.
4. **철수가 0개 받는 경우**: 모든 스티커를 영희와 민지에게만 분배합니다.
   - 별(4개) 나누기 (2명에게): ${}_2H_4 = \binom{5}{4} = 5$.
   - 달(2개) 나누기 (2명에게): ${}_2H_2 = \binom{3}{2} = 3$.
   - 하트(2개) 나누기 (영희, 민지에게, 단 영희가 적어도 1개): (전체 ${}_2H_2 = 3$) - (모두 민지가 받는 경우 1) = 2.
   - 철수가 받지 못하는 경우의 수: $5 \times 3 \times 2 = 30$가지입니다.
5. **최종 계산**: (조건 (나) 만족 경우) - (철수가 못 받는 경우) = $270 - 30 = 240$ 가지입니다.

## 7 확률과 통계 29번 유형: 이항분포의 정규분포 근사

**질문:** 두 집합 X={1, 2, 3}, Y={1, 2, 3, 4}에 대하여 X에서 Y로의 **함수** 중에서 임의로 하나를 선택하는 시행을 합니다. 선택된 함수의 치역의 원소의 개수가 2일 때 성공이라고 할 때, 이 시행을 1792번 독립적으로 반복하여 성공한 횟수가 1050번 이상일 확률을 k라 하겠습니다. 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 1000k의 값을 구하시오. (단, X에서 Y로의 각 함수를 선택할 확률은 모두 같습니다.)

| $z$ | $P(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.341 |
| 1.5 | 0.433 |
| 2.0 | 0.477 |
| 2.5 | 0.494 |
| 3.0 | 0.499 |

**정답:** 23

**설명:**

1. **한 번의 시행에서 성공할 확률 p 구하기**:
   - 모든 함수의 개수: $|Y|^{|X|} = 4^3 = 64$개 입니다.
   - 치역의 원소가 2개인 함수의 개수:
     (a) 공역 Y에서 치역이 될 원소 2개를 선택: ${}_4C_2 = 6$가지.
     (b) 정의역 X의 원소 3개를 선택된 2개의 원소에 모두 대응시키는 함수(전사함수)의 개수: (전체 $2^3$) - (하나의 원소로만 가는 경우 2) $= 8 - 2 = 6$ 가지.
   - 성공하는 함수의 총 개수: $6 \times 6 = 36$개 입니다.
   - 성공 확률 $p = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$ 입니다.
2. **이항분포와 정규분포 근사**:
   - 성공 횟수 X는 이항분포 $B(1792, 9/16)$를 따릅니다.
   - 평균 $E(X) = np = 1792 \times \frac{9}{16} = 1008$.
   - 분산 $V(X) = np(1-p) = 1008 \times \frac{7}{16} = 441 = 21^2$.
   - 따라서 X는 근사적으로 정규분포 $N(1008, 21^2)$을 따릅니다.
3. **확률 계산**:
   - 구하고자 하는 확률 $k = P(X \ge 1050)$ 입니다.
   - 표준화: $Z = \frac{X-1008}{21}$.
   - $k = P(Z \ge \frac{1050-1008}{21}) = P(Z \ge \frac{42}{21}) = P(Z \ge 2.0)$.
   - $P(Z \ge 2.0) = 0.5 - P(0 \le Z \le 2.0) = 0.5 - 0.477 = 0.023$.
4. **최종 값 계산**: $1000k = 1000 \times 0.023 = 23$.

## 8 확률과 통계 30번 유형: 독립사건과 조건부 확률

**질문:** 두 회사 A와 B는 정부의 기술 개발 사업권을 따내기 위해 각자 독립적으로 입찰에 참여한다.

- 회사 A는 "안전" 전략과 "공격" 전략 중 하나를 임의로 선택한다. "안전" 전략을 선택했을 때 입찰에 성공할 확률은 1/4이고, "공격" 전략을 선택했을 때 입찰에 성공할 확률은 3/4이다.
- 회사 B는 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 9개의 내부 평가 모델 중 하나를 임의로 선택한다. B의 입찰 성공은 선택된 모델 번호 m이, 정부가 발표한 경제 환경 지표인 자연수 n과 **서로소**일 때만 이루어진다.

입찰 결과에 따라 다음과 같은 규칙으로 '국가 혁신상' 수상 기업이 결정된다.

- 두 회사가 모두 입찰에 성공하면, A만 상을 받는다.
- 한 회사만 입찰에 성공하면, 입찰에 실패한 회사만 상을 받는다.
- 두 회사 모두 입찰에 실패하면, 어느 회사도 상을 받지 못한다.

A가 상을 받을 확률을 p, B가 상을 받을 확률을 q라 하자. p=q일 때, 36(n+p)의 값을 구하시오. (단, n은 $1 \leq n \leq 7$인 자연수이다.) [4점]

**정답:** 228

**설명:**

1. **A의 성공/실패 확률 계산**:
   - A는 각 전략을 1/2 확률로 선택합니다.
   - 성공 확률 $P(A_S) = (\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}) + (\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}) = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
   - 실패 확률 $P(A_F) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.
2. **B의 성공/실패 확률 계산**:
   - $C(n)$을 $\{1, ..., 9\}$ 중 $n$과 서로소인 수의 개수라 하면, B의 성공 확률 $P(B_S) = \frac{C(n)}{9}$.
   - 실패 확률 $P(B_F) = 1 - \frac{C(n)}{9}$.
3. **A가 상을 받을 확률 $p$ 계산**:
   - (A 성공, B 성공) 또는 (A 실패, B 성공)일 때 A가 상을 받습니다.
   - $p = P(A_S)P(B_S) + P(A_F)P(B_S) = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})P(B_S) = P(B_S) = \frac{C(n)}{9}$.
4. **B가 상을 받을 확률 $q$ 계산**:
   - (A 성공, B 실패)일 때 B가 상을 받습니다.
   - $q = P(A_S)P(B_F) = \frac{1}{2}(1 - \frac{C(n)}{9})$.
5. **$p = q$를 만족하는 $n$ 찾기**:
   - $\frac{C(n)}{9} = \frac{1}{2}(1 - \frac{C(n)}{9}) \implies 2C(n) = 9 - C(n) \implies 3C(n) = 9 \implies C(n) = 3$.
   - $n \in \{1, ..., 7\}$에 대해 $C(n)$을 계산하여 $C(n) = 3$이 되는 값을 찾습니다.
   - $n = 6$일 때, $\{1, ..., 9\}$ 중 6과 서로소인 수는 $\{1, 5, 7\}$로 3개입니다. 따라서 $C(6) = 3$.
   - 그러므로 $n = 6$입니다.

6. **최종 값 계산**:
   - $n = 6$일 때, $p = \frac{C(6)}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
   - $36(n+p) = 36(6+\frac{1}{3}) = 36 \times \frac{19}{3} = 12 \times 19 = 228$.