

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						-				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

우리란 꽃말을 지닌 라일락

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- **공통과목** 1~8쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\sqrt{3}-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}+\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

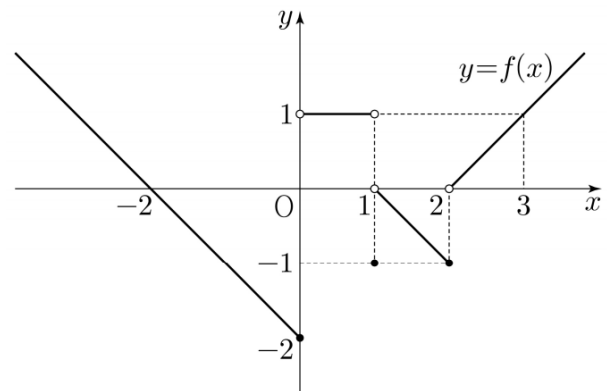
3. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_4 = 10, a_1 \geq 0$$

가 성립할 때, 모든 a_2 의 값의 곱은? [3점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{16}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(-x+2)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. $\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2\theta = -\sin\theta - 1$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ -1

6. 방정식 $2x^3 + 9x^2 + 12x + k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

7. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 부등식

$$f'(x)f'(x-2) \leq 0$$

의 해가 $1 \leq x \leq 5$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 3일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

8. 0 보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$2^{a^2} = 3^b = k^c, \log_k 6^{\frac{b}{a^2+b}} = 4$$

가 성립할 때, $\log_2 k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{1}{2}$

9. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $|f(x)|$ 의 극솟값의 개수를 a , 극댓값의 개수를 b 라 할 때 $a=2b$ 이다. $f(0)=7$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

10. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{S_n + S_{n+1}\}$ 은 등차수열이다.

(나) $a_6 \neq a_9$ 이고 $\sum_{n=1}^5 a_n = 10$ 이다.

모든 a_1 의 값의 곱은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 4 ④ 5 ⑤ 8

11. 수직선 위를 움직이는 점 P와 정지해 있는 점 Q가 시각 $t (t \geq 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 P의 속도 $v_1(t)$ 와 위치 $x_1(t)$ 가 각각
 $0 \leq t \leq 2$ 일 때, $v_1(t) = 3t^2 - 9t + 6$ 이고
 $t \geq 2$ 일 때, $x_1(t) = 2$ 이다.
 (나) 점 P와 Q가 세 번 이상 만난다.

두 점 P, Q가 처음으로 만나는 시각 t 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

12. 함수 $f(n) = (n-1)(n-a)$ 와 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$ 이라 하자. 함수 $g(n)$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a 의 최솟값은? (단, a 는 1보다 큰 자연수이다.) [4점]

모든 실수 x 에 대하여

$$2(x+1)g\left(\frac{a}{2}+1\right)g(a) = (x+1)g\left(\frac{5}{b}a-1\right)g(3)$$

을 만족시키는 자연수 b 의 값의 최솟값이 4이다.

- ① 8 ② 9 ③ 12 ④ 14 ⑤ 20

13. 두 실수 a, k 와 함수 $f(x) = -3^{-x+3} + k$ 에 대하여, 함수

$$g(x) = \begin{cases} |3^x - 2| & (x \leq a) \\ f(x) & (x > a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$a \geq 2$ 일 때만, 함수 $g(x)$ 의 최댓값과 최솟값이 모두 존재한다.

$f(4)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{14}{3}$ ④ 6 ⑤ $\frac{20}{3}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \leq g(1) \leq 0$ 이다.
 (나) $-1 < \alpha < 1$ 인 모든 실수 α 에 대하여 방정식 $\int_{-2}^{-1} g(t)dt = \int_{-2}^{\alpha} g(t)dt = \int_1^0 \{f(t+3)+4\}dt$ 를 만족시킨다.

$f'(1) = 0$ 일 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 21

15. 모든 항이 음이 아닌 정수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3n & (a_n \text{이 } 2 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + n & (a_n \text{이 } 2 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

a_1 부터 a_p 까지 0보다 큰 짝수인 항의 개수가 6이 되도록 하는 자연수 p 의 최댓값을 m 이라 할 때, 모든 m 의 값의 합은?
[4점]

- ① 25 ② 27 ③ 28 ④ 38 ⑤ 40

단답형

16. $\log_2(x-2) = \log_4(2x-1)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 7$ 이고 $f(0) = 7$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 첫째항이 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 - 3a_3 = -2a_4, \quad a_6 a_7 < 0$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 양수 a, b 와 함수 $f(x) = |a \cos x + b - 3|$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 방정식 $f(x) = f(x + \pi)$ 를 만족시키고 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 2일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항 계수가 1이고 $f(1) = 3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $y = -|x - t| + 1$ 의 그래프와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

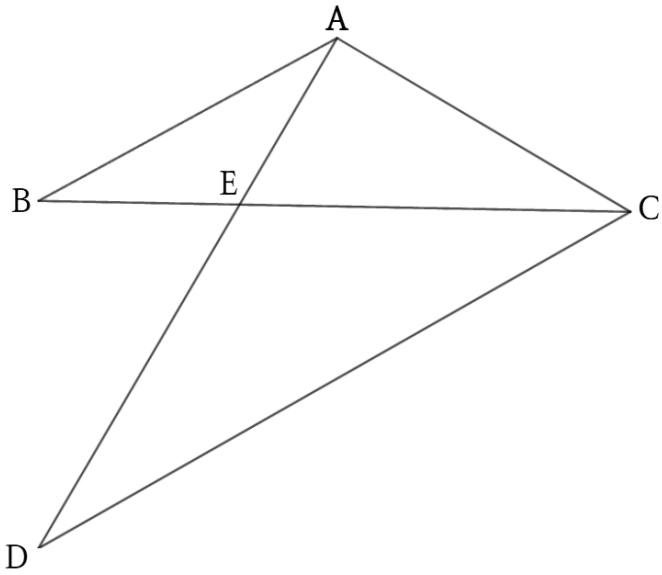
$$\lim_{t \rightarrow 2^-} g(t) = \lim_{t \rightarrow 2^+} g(t) \neq g(2)$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 A에서 그은 직선과 삼각형 ABC가 만나는 점을 E, 점 C에서 그은 직선과 만나는 점을 D라 하자.

$$\sin \angle CDA : \sin \angle CAD = 1 : 2, \angle ABC = \angle CDA, \overline{CE} = \overline{DE}$$

일 때, 삼각형 ACE의 외접원의 넓이는 S이다. $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항 계수가 -1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x) - f(x)\}\{g(x) + x - 1\} = 0 \text{이다.}$$

(나) 0 이상의 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} \times \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} = -f'(a)$$

를 만족시키는 a 의 값의 집합이 $\{0, 2, 6, \alpha, \beta, \gamma\}$ 이다.

$f'(6) \geq f'(2) \geq 0$ 일 때, $g(-1) - f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

수고하셨습니다.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.