

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $5^{\sqrt{2}+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1 ④ 5 ⑤ 25

2. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ 의

값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

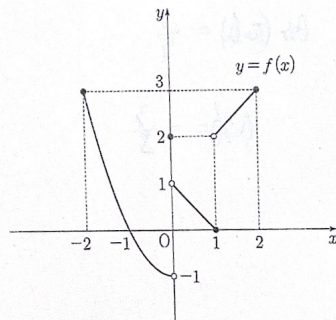
2x-4

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^6 (2a_k - 1) = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

$\frac{36}{2}$

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 2)(x^2 + x - 3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$2x - 1 + 3 \times 3$$

6. $\cos(\theta - \pi) = \frac{3}{5}$ 이고 $\tan \theta < 0$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ $\frac{4}{5}$

$$\cos(\pi - \theta) = \frac{3}{5}$$

$$\cos \theta = -\frac{3}{5}$$

7. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선이 점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$3x^2 - 10x + 6$$

$$27 - 30 + 6$$

$$3 - 3 = 0$$

$$3(5 - 3)$$

8. 두 양수 a, b 가

$$\log_{\sqrt{2}} a + \log_2 b = 2, \quad \log_2 a + \log_2 b^2 = 7$$

을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

$$2 \log_2 a + \log_2 b = 2$$

$$2 \log_2 a + 4 \log_2 b = 14$$

$$\frac{2}{\log_2 b} = 12, \quad b = 2^4$$

9. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고,

함수 $2f(x)+1$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 하자.

$G(3) = 2F(3)$ 일 때, $G(5) - 2F(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$F(x) = \int f(x)$$

$$G(x) = \int 2f(x)+1$$

$$G - 2F = \int 1 = x - 3$$

10. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 1, \quad \sum_{k=1}^6 (-1)^k S_k = 21$$

일 때, $S_2 + S_7$ 의 값은? [4점]

- ① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 69

$$-S_1 + S_2$$

$$a_2 + a_4 + a_6 = 21$$

$$1 + 4 + 16$$

$$\frac{1}{2} | 1 \quad 2 \quad 4 \quad 8 \quad 16 \quad 32 \quad |$$

$$32 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2}$$

4

수학 영역

11. 시간 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시간이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 10t + 7$$

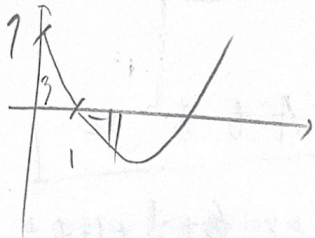
이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㉠ 시간 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
- ㉡ 시간 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 3이다.
- ㉢ 시간 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 4이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

$$(3t-7)(t-1)$$



$$\frac{7}{2} - \frac{1}{2}$$

$$t^3 - [9t^2 + 7t]_1^2$$

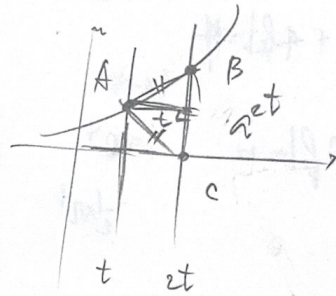
$$8 - 20 + 14 - [1 + 7 - 7]$$

$$7 + 7 - 1 = 13$$

12. 상수 $a(a > 1)$ 과 양수 t 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 과 두 직선 $x = t, x = 2t$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라 하자.

$AB = AC$ 이고 삼각형 ACB의 넓이가 8일 때, $a \times t$ 의 값은? [4점]

- ㉠ $2^{\frac{9}{4}}$
- ㉡ $2^{\frac{23}{8}}$
- ㉢ $2^{\frac{7}{2}}$
- ㉣ $2^{\frac{33}{8}}$
- ㉤ $2^{\frac{19}{4}}$



$$t \cdot a^{2t} = 16$$

$$2at = a^{2t}$$

$$a^t = 2 \quad t = 4$$

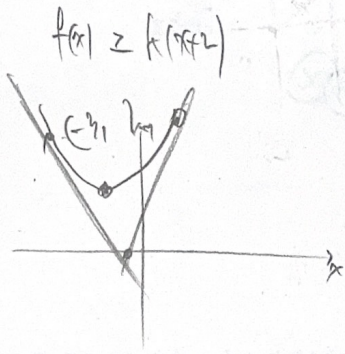
$$a = 2^{\frac{1}{4}} \times 2^2$$

13. 함수 $f(x) = x^2 + 6x + 12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여
 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$ 의 값이 존재한다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$f(x) - k(x+2)f(x) \geq 0$$



$$x^2 + (6-k)x + 12 - kx = 0$$

$$x^2 - 4kx - 12 = 0$$

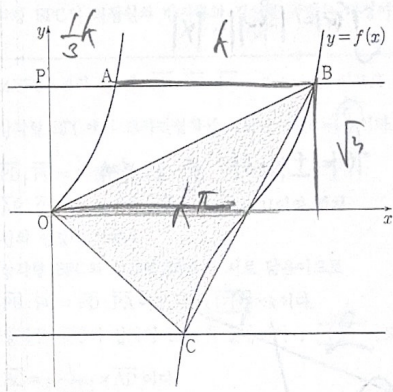
1	-4
1	2

$$-2 \leq k \leq 6$$

14. 양수 k 에 대하여 집합 $\left\{x \mid 0 \leq x < \frac{3k\pi}{2}, x \neq \frac{k\pi}{2}\right\}$ 에서

정의된 함수 $f(x) = \tan \frac{x}{k}$ 가 있다. 점 $P(0, p)$ ($p > 0$)을 지나며 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 두 점을 A, B ($\overline{PA} < \overline{PB}$)라 하고, 직선 $y = -p$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} \geq 3\overline{PA}$ 이고 삼각형 OCB 의 넓이가 $\frac{5\pi}{3}$ 일 때, $k+p$ 의 값은? (단, 0은 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{13\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{3}}{9}$



$$A\left(\frac{1}{3}k\sqrt{3}\right) \quad k \cdot \sqrt{3} = \frac{2}{3}$$

$$k = \frac{5\sqrt{3}}{9} \quad p = \frac{9\sqrt{3}}{9}$$

6

수학 영역

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

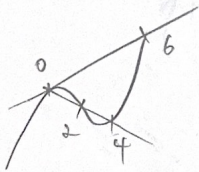
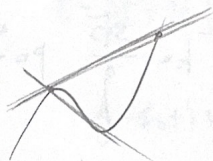
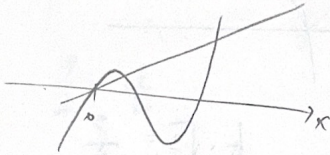
- (가) 방정식 $g'(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
- (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$, $x=6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

$f(x) \Rightarrow f(x) = |f(x)| - |x|$

$|f(x)| = |x|$ $|f(x)| = |x|$ 의 근 4개



$f(x) = px^3 + q(x-6) + x$
 $p = \frac{16}{24}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1=1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n + 2$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

$a_1 \quad a_2 \quad a_3$

1 3 6

③

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 이고 $f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$f = x^3 + x^2 + x + 3$

$8 + 4 + 2 + 3$

①

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_3 = 6, 2a_5 - a_4 = 15$

일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점]

$2(6+2d) - 6-d = 15$

$3d = 9 \quad d = 3$

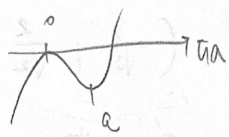
6×3
 2×6

30

19. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 5a$ 의 극솟값이 a 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

$x^2(2x - 3a)$

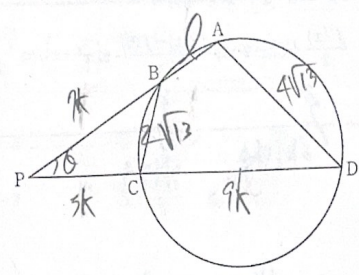
10



$f(a) = \frac{1}{2} \times 2 \cdot a^3$

$a = 2$

20. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고 $\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 3, \overline{BC} < \overline{AD}$ 일 때, 직선 AB와 직선 CD가 만나는 점을 P라 하자.



다음은 $\overline{PB} : \overline{PC} : \overline{BC} = 7 : 5 : \sqrt{14}$ 이고 $\overline{AD} = 4\sqrt{13}$ 일 때, 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다.

$\angle BPC = \theta$ 라 할 때, $\overline{PB} : \overline{PC} : \overline{BC} = 7 : 5 : \sqrt{14}$ 이므로 삼각형 BPC에서 코사인법칙에 의하여 $\cos \theta = \frac{6}{7}$ 이다.
 $\overline{PB} : \overline{PC} = 7 : 5$ 에서 $\overline{PB} = 7k, \overline{PC} = 5k,$
 $\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 3$ 에서 $\overline{AB} = l, \overline{CD} = 3l$ 이라 하자.
 원의 성질에 의하여 삼각형 BPC와 삼각형 DPA가 서로 닮음이므로 $\overline{PB} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$ 이고, $l = \frac{7k}{5} \times k$ 이다.
 삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가 $1 : \frac{7}{5}$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{1}{\frac{7}{5}} \times \overline{AD}$ 이다.
 따라서 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 할 때, 삼각형 BPC에서 사인법칙에 의하여 $R = \frac{7k}{4}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 g, q, r 이라 할 때, $p+q+r$ 의 값을 구하시오. [4점]

$7 : 5 = 5k + 3l : 7k + l$

12

$25k + 15l = 49k + 7l$

$6l = 24k$

$\frac{\sqrt{13}}{7} \times 2R = 2\sqrt{13}$

$$bx^2 + 4ax^2 + 2bx$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

800

8

수학 영역

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

이다.

↗

↖

이차함수

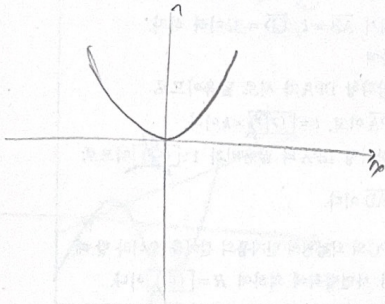
이차함수

$$\frac{f'(0)}{2} - 2 \leq f'(0) \leq 0$$

(296)

$$3x^2 - 4$$

$$-4 \leq f'(0) \leq 4$$



$$a=0, k=-1$$

$$\frac{3}{2}x^2 + \frac{2ax}{2} + \frac{b}{2}$$

$$\frac{3}{2}x^2 + ax + \frac{1}{2}b - 2 \leq 4x^2 + 2ax + b \leq x^4$$

$$\frac{3}{2}x^2 + ax + \frac{1}{2}b + 2 \geq 0$$

22. 곡선 $y = \log_2 x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다.

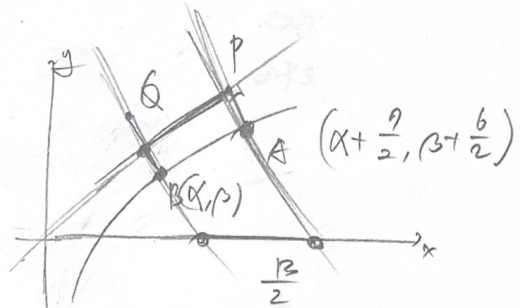
점 A에서 직선 $y=x$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고, 점 B를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 네 점 A, B, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) (직선 AP의 y 절편) - (직선 BQ의 y 절편) = $\frac{13}{2}$

(나) 직선 AB의 기울기는 $\frac{5}{7}$ 이다.

사각형 APQB의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$$a\frac{1}{2} = b\alpha$$

$$(4, 2)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}, \beta = -1$$

$$\frac{19-x}{\sqrt{2}} = \left(-\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) \times \frac{13}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{13}{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{65}{6}$$

(19)

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① e
 ② $2e$
 ③ $3e$
 ④ $4e$
 ⑤ $5e$

e^1

24. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e - 2$
 ② $\frac{e-1}{2}$
 ③ $\frac{e}{2}$
 ④ $e - 1$
 ⑤ $\frac{e+1}{2}$

$x - \frac{\pi}{4} = t$

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t \cdot e^{\sin t} dt$

$e^{\sin t} \int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = e^1 - e^0 = e - 1$

2

수학 영역(미적분)

25. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a n^b}{\sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+n}} = 6$ 일 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$$\frac{a \cdot n^b}{\sqrt{n^4+4n} + \sqrt{n^4+n}}$$

$$\frac{2 \times a \cdot n^{b+2}}{2n} = 6$$

$$\frac{2a}{3} = 6 \quad a=9$$

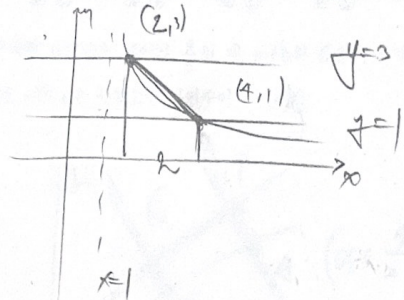
$$b = -1$$

26. 곡선 $y = \frac{3}{x-1} (x > 1)$ 이 두 직선 $y=1, y=3$ 과 만나는 점을

각각 A, B라 하자. 곡선 $y = \frac{3}{x-1} (x > 1)$ 과 직선 AB로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $4-3\ln 3$ ② $3-3\ln 2$ ③ $4-2\ln 3$
 ④ $3+3\ln 2$ ⑤ $3+3\ln 3$



$$\int_2^4 \frac{3}{x-1} dx$$

$$= 3 \ln 3 + 4$$

$$\frac{b}{a^2} (x-a)^2 = -b^2 \int a^2 \int f'(x)$$

수학 영역(미적분)

3

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.

함수 $f(x^2+x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$f(2) = 1, f'(2) = 8g'(1) - 1$ 이다. $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

$$x^2 + x \rightarrow y$$

$$f(x^2+x) \text{의 역함수}$$

$$f(f(x^2+x)) = x$$

$$f(1) = 1$$

$$f'(f(x^2+x)) \cdot f'(x^2+x) (2x+1) = 1$$

$$f'(1) \cdot f'(1) = \frac{1}{4}$$

$$f(1) \{g'(1) - 1\} = \frac{1}{4}$$

$$3x^2 - 4x - 1 = 0$$

8	1
4	-1

28. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

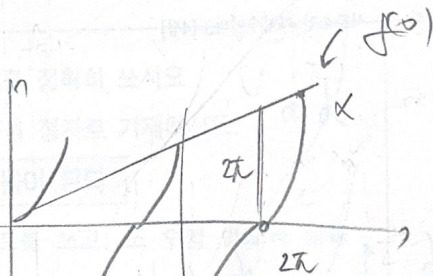
$$f(x) = g(x) - \tan g(x) = (x - \tan x) \circ g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0) \times (g(0))^2$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0) = 0, f''(\pi) = 0$

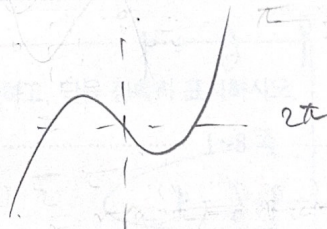
(나) $\sin g(\pi) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{3\pi}{2}$

- ① -12 ② -6 ③ -1 ④ 3 ⑤ 9

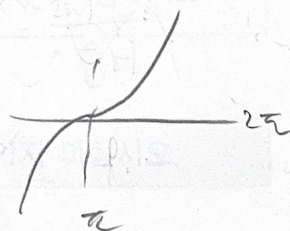


$$g(\pi) = 2\pi$$

$$\frac{3\pi}{2} < g < \frac{5\pi}{2}$$



$$f = \frac{1}{3}(x - \pi)^3 + 2\pi$$



4

수학 영역(미적분)

단답형

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 + a_2 < 10$
- (나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3이고, 이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

정답 36x6
 $9 \ 6 \ 4 \quad 36 \ 6 \ 1$
 $\frac{9}{2} \ \frac{2}{3} \quad (9)$
 $+\frac{27}{2} \ -9 \ 6 \ -4$
 $\frac{27}{2} \ -9 \ 6 \ -4$
 공비 $\frac{2}{3}$
 $\frac{27}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{81}{4}$

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와
 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 는
 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{1+x f'(x)} \right)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 4 \ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x) dx = 34, \int_1^2 x g(x) dx = 53$$

일 때, $\int_1^2 x e^{f(x)} dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

$f(x) = \ln g(x) - \ln(1+x f'(x)) \quad (31)$
 $g(x) = \frac{1+x f'(x)}{e^{f(x)}}$
 $\int_1^2 g(x) dx = \int_1^2 \frac{1+x f'(x)}{e^{f(x)}} dx = 34$
 $\int_1^2 x f'(x) e^{f(x)} dx = 53$
 $\int_1^2 x f'(x) e^{f(x)} dx = [x e^{f(x)}]_1^2 - \int_1^2 x e^{f(x)} dx = 53$
 $2 e^{f(2)} - e^{f(1)} - \int_1^2 x e^{f(x)} dx = 53$
 $2 e^{f(2)} - e^{f(1)} = 34 \quad 2 e^{f(2)} = 90$

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(기하)」, 문제가 제시되오니, 자신이 선택한
 과목인지 확인하십시오.