다원교육 고등대치본관
허혁재T - 수능공통범위

2012학년도 평가원 전문항

2012학년도 6월 모의평가
2012학년도 9월 모의평가
2012학년도 11월 수능 (이상 2011년 시행)
+
2014학년도 예비시행 고난도 (2012년 5월 시행)

S12

5월2주차 - 2012

5월2주차 - 2012 (빠른 정답)

다원수1수2 2025.05.10

1. [정답] ④
2. [정답] ④
3. [정답] ③
4. [정답] ①
5. [정답] ⑤

6. [정답] ③
7. [정답] ②
8. [정답] ⑤
9. [정답] ⑤
10. [정답] **16**

11. [정답] 11
12. [정답] **10**
13. [정답] 19
14. [정답] 39
15. [정답] 17

16. [정답] 35
17. [정답] 12
18. [정답] ③
19. [정답] ②
20. [정답] ①

21. [정답] ④
22. [정답] ⑤
23. [정답] 310
24. [정답] 29
25. [정답] **12**

26. [정답] ②
27. [정답] ①
28. [정답] ④
29. [정답] ①
30. [정답] ②

31. [정답] ②
32. [정답] 10
33. [정답] **13**
34. [정답] ②
35. [정답] ③

36. [정답] ④
37. [정답] ⑤
38. [정답] ③
39. [정답] ①
40. [정답] ④

41. [정답] ①
42. [정답] ③
43. [정답] ①
44. [정답] ④
45. [정답] ②

46. [정답] ④
47. [정답] ①
48. [정답] ⑤
49. [정답] ④
50. [정답] 32

51. [정답] ④
52. [정답] ③
53. [정답] ④

5월2주차 - 2012(해설)

다원수1수2 2025.05.07

---

1) [정답] ④

[해설]

$\log_2 12+\log_2 \frac{4}{3}=\log_2(12\times\frac{4}{3})=\log_2 16=\log_2 2^4=4$

2) [정답] ④

[해설]

$4\times 8^{\frac{1}{3}}=2^2\times 2^1=2^3=8$

3) [정답] ③

[해설]

$4\times 8^{\frac{1}{3}}=2^2\times 2^1=2^3=8$

4) [정답] ①

[해설]

$\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=f'(1)$

$f(x)=x^2+5$ 에서

$f'(x)=2x$ 이므로

$f'(1)=2$

5) [정답] ⑤

[해설]

주어진 함수의 그래프에서,

$\lim_{x\to -1-} f(x)=1$, $\lim_{x\to -1+} f(x)=1$

이 된다. 따라서 구하고자 하는

$\lim_{x\to -1-} f(x)+\lim_{x\to -1+} f(x)=2$

6) [정답] ③

[해설]

$F(x)=\int_0^x (t^3-1)dt$ 에서

양변을 x에 대하여 미분하면

$F'(x)=x^3-1 \therefore F'(2)=2^3-1=7$

7) [정답] ②

[해설]

$x^2-x+2=2$ 에서 $x^2-x=x(x-1)=0$이므로

곡선과 직선의 교점의 x좌표는 0과 1이다.

따라서 구하는 도형의 넓이는

$\int_0^1 2-(x^2-x+2)dx=\int_0^1(-x^2+x)dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2\right]_0^1=-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

8) [정답] ⑤

[해설]

주어진 그래프에서

$\lim_{x\to -1-} f(x)+f(0)+\lim_{x\to 1+} f(x)=1+2+(-1)=2$

9) [정답] ⑤

[해설]

$\lim_{x\to +0} f(f(x))=\lim_{t\to 3-0} f(t)=3$

$\lim_{x\to 2+0} f(f(x))=f(3)=2$

$\therefore \lim_{x\to +0} f(f(x))+\lim_{x\to 2+0} f(f(x))=3+2=5$

10) [정답] **16**

[해설]

$\lim_{x\to 1}\frac{x+1}{x^2+ax+1}=\frac{1+1}{1^2+a+1}=\frac{2}{a+2}=\frac{1}{9}$

$\therefore a=16$

11) [정답] 11

[해설]

$\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+3x+7)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x^2+3x+7)$

$=1^2+3\cdot 1+7$

$=11$

12) [정답] **10**

[해설]

$\lim_{x\to5}\frac{x^2-25}{x-5}=\lim_{x\to5}\frac{(x-5)(x+5)}{x-5}$

$=\lim_{x\to5}(x+5)=10$

13) [정답] 19

[해설]

$\log_3(x-11)=3\log_3 2$

$\log_3(x-11)=\log_3 2^3$

$x-11=8\ (x>11)$

$\therefore\ x=19$

14) [정답] 39

[해설]

주어진 등차수열의 공차를 d 라 하면

$a_2=a_1+d=1$

$a_1+a_6=2a_1+5d=8$

따라서 위의 두 식을 연립하면

$a_1=-1,\ d=2$

$\therefore\ a_{21}=a_1+20d=-1+40=39$

15) [정답] 17

[해설]

$f(x)=x^2+3x$

$f(2)=2^2+3\cdot2=10$

$f'(x)=2x+3$

$f'(2)=2\cdot2+3=7$

$\therefore f(2)+f'(2)=10+7=17$

16) [정답] 35

[해설]

$\int_0^5(4x-3)\,dx=\left[2x^2-3x\right]_0^5$

$=2\cdot5^2-3\cdot5$

$=35$

17) [정답] 12

[해설]

$y'=-3x^2+4$ 이므로 점 $(1,\ 3)$ 에서의 접선의 기울기는

$y'_{x=1}=1$

그러므로 접선의 방정식은

$y-3=1\cdot(x-1)$

$\therefore\ y=x+2$

따라서 $a=1,\ b=2$ 이므로

$10a+b=12$

18) [정답] ③

[해설]

지불해야 할 금액은 다음과 같다.

$500\times\sqrt[3]{8}+500\times log_3 27$

$=500\left(\sqrt[3]{2^3}+\log_3 3^3\right)=500(2+3)$

$=2500$

19) [정답] ②

[해설]

$a_{n+1}=\frac{2n}{n+1}a_n$ 에서

$a_2=a_1,\ a_3=\frac{4}{3}a_2,\ a_4=\frac{6}{4}a_3$

이므로 위의 세 항을 변변끼리 모두 곱하면

$a_2\cdot a_3\cdot a_4=a_1\cdot\frac{4}{3}a_2\cdot\frac{6}{4}a_3$

$\therefore\ a_4=2a_1=2$

20) [정답] ①

[해설]

$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x^2+ax}{x}=\lim_{x\to0}(x+a)=a$

$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=4$이므로, $a=4$

21) [정답] ④

[해설]

먼저, 주어진 수열이 등비수열이므로,

$a_n=ar^{n-1}$이라 놓고,

그러면, $a_3=ar^2=\sqrt{5}$

$a_1\times a_2\times a_4\times a_5=a^4r^8=(ar^2)^4=(\sqrt{5})^4=5^2=25$

22) [정답] ⑤

[해설]

수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 -5이고 공차가 2인 등차수열이므로

일반항은 $a_n=2n-7$이다.

$$\therefore \sum_{k=11}^{20} a_k=\frac{10(a_{11}+a_{20})}{2}$$

$$=\frac{10(15+33)}{2}=240$$

23) [정답] 310

[해설]

$a_1=2,\ a_4-a_2=2d=4$

$d=2$(공차)

일반항 a_n은

$a_n=2+(n-1)\cdot 2=2n$

$$\sum_{k=11}^{20} a_k=\sum_{k=1}^{20} a_k-\sum_{k=1}^{10} a_k$$

$$=\sum_{k=1}^{20} 2n-\sum_{k=1}^{10} 2n$$

$$=2\cdot\frac{20\cdot 21}{2}-2\cdot\frac{10\cdot 11}{2}$$

$=310$

24) [정답] 29

[해설]

$$\sum_{k=1}^{14}\frac{1}{k(k+1)}=\sum_{k=1}^{14}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ \cdots\ +\left(\frac{1}{14}-\frac{1}{15}\right)$$

$$=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$$

25) [정답] **12**

[해설]

$f(x)=(x^3+5)(x^2-1)$ 에서 x에 대하여 미분하면

$f'(x)=3x^2(x^2-1)+2x(x^3+5)$

따라서 $f'(1)=2\times 6=12$

26) [정답] ②

[해설]

$2^x+2^{5-x}=33$에서 양변에 2^x을 곱하고 식을 정리하면

$(2^x)^2-33\cdot 2^x+32=0$

$(2^x-1)(2^x-32)=0$

따라서 $2^x=1$ 또는 $2^x=32$ 이므로

$x=0$ 또는 $x=5$ 이다.

따라서 모든 실근의 합은 5이다.

27) [정답] ①

[해설]

실수전체의 집합에서 연속이므로,

$$\lim_{x\to 2} f(x)=f(2)$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+ax-10}{x-2}=b$$

$x\to 2$ 일때 분모$\to 0$ 이므로 분자$\to 0$

$4+2a-10=0\ \therefore a=3$

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+3x-10}{x-2}=b$$

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x+5)(x-2)}{x-2}=7$$

$\therefore b=7$

따라서 $a+b=10$

28) [정답] ④

[해설]

등비수열$\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공비를 r라고 하면

$$S_2=a_1+a_2=a(1+r)S_4=\frac{a(r^4-1)}{r-1}=\frac{a(r-1)(r+1)(r^2+1)}{r-1}$$

$=a(r+1)(r^2+1)$

이므로

$$\frac{S_4}{S_2}=\frac{a(r+1)(r^2+1)}{a(r+1)}=r^2+1=9$$

$\therefore\ r^2=8$

따라서 $\frac{a_4}{a_2}=\frac{ar^3}{ar}=r^2=8$이다.

29) [정답] ①

[해설]

$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-2}{x^2-1}=3$일 때, x가 1에 가까워질 때, 분모가 0에

가까이 가므로, 분자도 0으로 가까이 가고, $f(x)$가

다항함수가 다항함수이므로, $f(1)=2$

$f(x)$가 다항함수라서 미분이 가능하므로, 도함수의 정의를

이용할 수 있도록 주어진 식을 변형하면,

$\lim_{x\to 1}(\frac{f(x)-2}{x-1})(\frac{1}{x+1})=f'(1)\times\frac{1}{2}=3$

그러므로 $f'(1)=6$

따라서 구하고자 하는 $\frac{f'(1)}{f(1)}=\frac{6}{2}=3$이 된다.

30) [정답] ②

[해설]

주어진 함수 $y=\log_2(ax+b)$가

점 $(-1,\ 0)$과 $(0,\ 2)$를 지나므로, $0=\log_2(-a+b)$

$2=\log_2(0+b)$를 만족한다.

따라서, $a=3,\ b=4$ 그러므로 구하는 $a+b=7$

31) [정답] ②

[해설]

$y'=3x^2$이므로 접점의 좌표를 $A(a,a^3-2)$라 하면 점 A에서의 접선의 방정식은

$y-\alpha^3+2=3\alpha^2(x-\alpha)$

$\therefore\ y=3\alpha^2x-2\alpha^3-2$

이 접선이 점 $(0,\ -4)$를 지나야 하므로

$-4=-2\alpha^3-2$

$\therefore\ \alpha=-1$

따라서 접선의 방정식은 $y=3x-4$이므로 x절편은

$a=\frac{4}{3}$

32) [정답] 10

[해설]

세 수 $a,\ a+b,\ 2a-b$가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$2(a+b)=a+(2a-b)$

$\therefore\ a=3b$ …… ㉠

또, $1,\ a-1,\ 3b+1$이 순서대로 등비수열을 이루므로

$(a-1)^2=1\cdot(3b+1)$

㉠에서 $3b=a$를 대입하면

$a^2-2a+1=a+1$

$a^2-3a=0$

$\therefore\ a=0$ 또는 $a=3$

$a=0$일 때, $b=0$이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.

$a=3$일 때, $b=1$이고 이때 주어진 조건을 만족한다.

따라서 $a^2+b^2=9+1=10$

33) [정답] **13**

[해설]

$y'=3x^2-2x$에서 $x=1$ 일 때, $y'=1$

기울기 1이고 접점$(1,a)$에서의 접선의 방정식은 $y=x-1+a$

따라서 접선 $y=x-1+a$ 위의 점$(0,12)$이므로

$12=0-1+a\ \therefore a=13$

34) [정답] ②

[해설]

$a_n=a_1+(n-1)d=a_1+6(n-1)$

$|a_2-3|=|a_1+3|$

$|a_3-3|=|a_1+9|$

그러므로,

$|a_1+3|=|a_1+9|$가 된다.

$a_1+3=\pm(a_1+9)$

따라서, $a_1=-6$

$\therefore\ a_5=18$

35) [정답] ③

[해설]

ㄱ. $x\to 0+$ 일 때, $f(x)\to 1+$ 이므로

$\lim_{x\to 0+}f(x)=1$ (참)

ㄴ. $x=1$에서 함수 $y=f(x)$는 연속이 아니므로

$\lim_{x\to 1}f(x)\neq f(1)$ (거짓)

ㄷ. $g(x)=(x-1)f(x)$라 하면 $\lim_{x\to 1}f(x)=2$이므로

$\lim_{x\to 1}g(x)=\lim_{x\to 1}(x-1)f(x)$

$=\lim_{x\to 1}(x-1)\times\lim_{x\to 1}f(x)$

$=0\times 2=0$

또, $g(1)=(1-1)f(1)=0\times 1=0$

그러므로 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

36) [정답] ④

[해설]

$(2x+1)^4-7(2x+1)^3\le 0$

$(2x+1)^3(2x-6)\le 0$

$(2x+1)(x-3)\le 0$

$-\frac{1}{2} \le x \le 3$

따라서 정수 x의 개수는 4개

37) [정답] ⑤

[해설]

(1) $x>0$ 일 때,

$\log_2 x^2 - \log_2 x \le 3$

$\log_2 x \le 3$

$\therefore 0 < x \le 8$

(2) $x<0$ 일 때,

$\log_2 x^2 - \log_2 (-x) \le 3$

$\log_2 (-x) \le 3$

$\therefore -8 \le x < 0$

(1)과 (2)에서 정수 x의 개수는 16개

38) [정답] ③

[해설]

직선 $y=x+1$과 수직인 직선은 기울기가 -1이므로

점 P$(t,\ t+1)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-(t+1)=-1(x-t)$

$y=-x+2t+1$

따라서 점 Q의 좌표는 $(0,\ 2t+1)$이므로

A$(-1,\ 0)$과 Q$(0,\ 2t+1)$에서

$\overline{AQ}^2 = 1+(2t+1)^2 = 4t^2+4t+2$이고

$\overline{AP}^2 = (t+1)^2+(t+1)^2 = 2t^2+4t+2$이므로

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\overline{AQ}^2}{\overline{AP}^2} = \lim_{t\to\infty} \frac{4t^2+4t+2}{2t^2+4t+2}$$

$$= \lim_{t\to\infty} \frac{4+\frac{4}{t}+\frac{2}{t^2}}{2+\frac{4}{t}+\frac{2}{t^2}} = 2$$

39) [정답] ①

[해설]

ㄱ. $f(x)=x$라고 하면

$\int_0^3 x dx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^3 = \frac{9}{2}$

$3\int_0^1 x dx = 3\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1 = \frac{3}{2}$

따라서 $\int_0^3 x dx \ne 3\int_0^1 x dx$ (거짓)

ㄴ. 정적분의 성질에 의하여 참이다.

ㄷ. $f(x)=x$라고 하면

$\int_0^1 x^2 dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{1}{3}$

$\left\{\int_0^1 x dx\right\}^2 = \left(\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^1\right)^2 = \frac{1}{4}$

따라서 $\int_0^1 x^2 dx \ne \left\{\int_0^1 x dx\right\}^2$ (거짓)

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄴ이다.

40) [정답] ④

[해설]

주어진 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+2ax$가 실수 전체 구간에서 증가하도록 하려면, 도함수인 $f'(x)$가

$f'(x)=3x^2+2ax+2a \ge 0$을 모든 실수에 대해 항상 만족해야 한다.

그러므로 판별식을 이용하면, $\frac{D}{4}=a^2-6a \le 0$이 된다.

그러므로, $0 \le a \le 6$이 된다.

따라서 최댓값은 6, 최솟값은 0이다.

$\therefore M-m=6$

41) [정답] ①

[해설]

삼차함수 $f(x)$의 역함수가 존재할 필요충분조건은

이차방정식 $f'(x)=x^2-2ax+3a=0$이 서로 다른 두 실근을 갖지 않는 것이다.

따라서 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=a^2-3a \le 0$

이므로 $0 \le a \le 3$이다.

따라서 상수 a의 최댓값은 3이다.

42) [정답] ③

[해설]

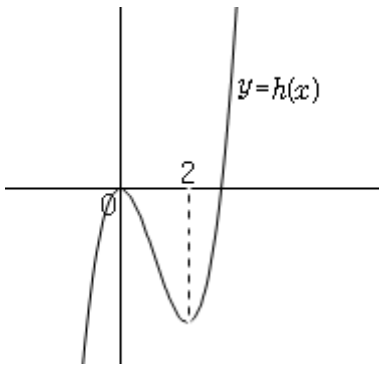
$h(x)=f(x)-g(x)$(삼차함수)라 놓으면

$h'(x)=f'(x)-g'(x)$이므로

x	⋯	0	⋯	2	⋯
$h'(x)$	+	0	−	0	+

위 증감표에서 구간$(0,\ 2)$에서 $y=h(x)$는 감소한다. 또한 $x=0$에서 극댓값, $x=2$에서 극솟값을 갖는다.

따라서 다음과 같은 그래프가 된다.



ㄱ. $0<x<2$에서 감소 (참)

ㄴ. $h(x)$는 $x=2$에서 극솟값을 갖는다. (참)

ㄷ. $h(x)=0$은 j로 다른 두 실근 (거짓)

43) [정답] ①

[해설]

$f(0)=-1$ 이므로 $f(x)=ax^2+bx-1$

한편, $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\int_{0}^{1} f(x)\,dx$ 에서

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx+\int_{0}^{1} f(x)\,dx=\int_{0}^{1} f(x)\,dx$$

$$\therefore \int_{-1}^{0} f(x)\,dx=0$$

그러므로

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} (ax^2+bx-1)\,dx$$

$$=\left[\frac{a}{3}x^3+\frac{b}{2}x^2-x\right]_{-1}^{0}$$

$$=\frac{a}{3}-\frac{b}{2}-1=0 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

마찬가지로, $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$ 에서

$$\int_{-1}^{0} f(x)\,dx+\int_{0}^{1} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx$$

$$\therefore \int_{0}^{1} f(x)\,dx=0$$

$$\int_{0}^{1} f(x)\,dx=\int_{0}^{1} (ax^2+bx-1)\,dx$$

$$=\left[\frac{a}{3}x^3+\frac{b}{2}x^2-x\right]_{0}^{1}$$

$$=\frac{a}{3}+\frac{b}{2}-1=0 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

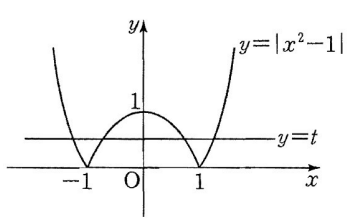
㉠과 ㉡에서 $a=3,\ b=0$

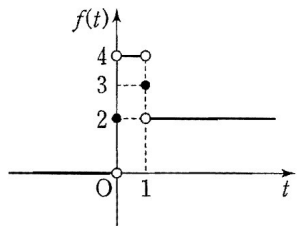
따라서 $f(x)=3x^2-1$ 이므로

$f(2)=11$

44) [정답] ④

[해설]





위 그래프에서 $y=t$의 위치에 따라 다음과 같은 함수가 만들어진다.

$t>1,\ t=0$ 일 때, $f(t)=2$

$t=1$ 일 때, $f(t)=3$

$0<t<1$ 일 때, $f(t)=4$

$t=0$ 일 때, $f(t)=2$

$t<0$ 일 때, $f(t)=0$

$\therefore \lim_{t\to 1-} f(t)=4$

45) [정답] ②

[해설]

함수 $y=\{g(x)\}^2$이 $x=0$에서 연속이므로

$$\lim_{x\to -0} \{g(x)\}^2=\lim_{x\to +0} \{g(x)\}^2=\{g(0)\}^2$$

이 성립해야 한다.

이때 이차함수 $f(x)$는 연속함수이므로

$$\lim_{x\to -0} \{g(x)\}^2=\lim_{x\to -0} \{f(x+1)\}^2=\{f(1)\}^2=a^2,$$

$$\lim_{x\to +0} \{g(x)\}^2=\lim_{x\to -0} \{f(x-1)\}^2=\{f(-1)\}^2=(2+a)^2,$$

$\{g(0)\}^2=\{f(1)\}^2=a^2$

이므로 $a^2=(2+a)^2$ 즉, $4a+4=0$이어야 한다.

$\therefore\ a=-1$

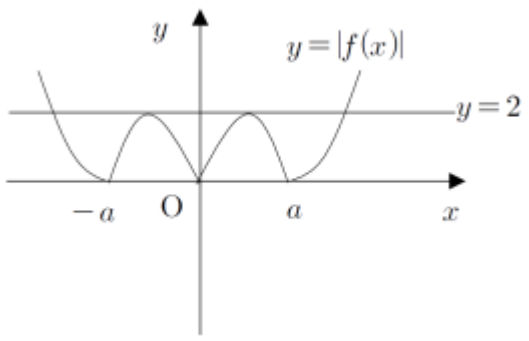
46) [정답] ④

[해설]

$f(-x)=-f(x)$ 이므로 $y=f(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

한편, $|f(x)|=2$가 서로 다른 4개의 실근을 가지므로 두 함수 $y=|f(x)|$, $y=2$는 서로 다른 네 점에서 만나야 한다.

그러므로 $y=|f(x)|$의 그래프는 다음 그림과 같다.



그러므로 $y=f(x)$는 극댓값 2를 갖는다.

한편, 최고차항의 계수가 1이므로

$f(x)=x^3-a^2x\ (a>0)$

로 놓으면

$f'(x)=3x^2-a^2$

$=3\left(x+\frac{a}{\sqrt{3}}\right)\left(x-\frac{a}{\sqrt{3}}\right)$

이므로 $x=-\frac{a}{\sqrt{3}}$에서 극댓값 2를 갖는다.

$f\left(-\frac{a}{\sqrt{3}}\right)=-\frac{a^3}{3\sqrt{3}}+\frac{a^3}{\sqrt{3}}=\frac{2a^3}{3\sqrt{3}}=2$

$\therefore\ a=\sqrt{3}$

따라서 $f(x)=x^3-3x$이므로

$f(3)=27-9=18$

47) [정답] ①

[해설]

두 정사각형의 공통부분의 넓이를 $S(a)$이라 하면

$S(a)=\left(\frac{1}{2}-\left(a-\frac{1}{2}\right)\right)\left(a^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\right)$

$=(1-a)a^2=a^2-a^3(0<a<1)$

$S(a)$의 최댓값을 구하기 위해서

$S'(a)=2a-3a^2=0$

$a=0,\frac{2}{3}$

따라서 $S(a)$의 최댓값은

$S\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{9}-\frac{8}{27}=\frac{4}{27}$

48) [정답] ⑤

[해설]

ㄱ. (거짓) $f(-1)=\frac{1}{2},\ g(-1)=1$이므로

$f(-1)<g(-1)$

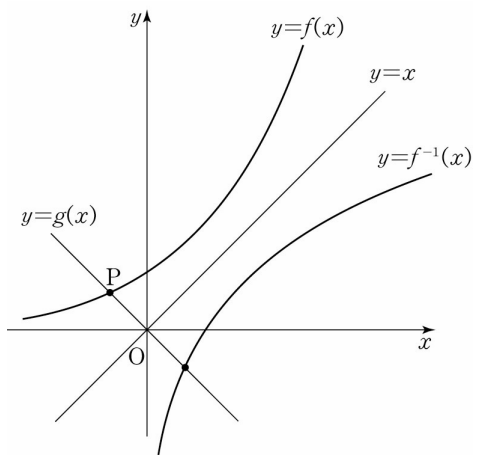
$\therefore a>-1$

ㄴ. (참) $t>0$이면 그래프에서

$|f(-t)-g(-t)|<|f(t)-g(t)|$

ㄷ. (참) 함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프와 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 구하는 점은 점 $\mathrm{P}(a,\ -a)$와 직선 $y=x$에 대하여 대칭인 점이다.

따라서, 구하는 점의 좌표는 $(-a,\ a)$이다.



49) [정답] ④

[해설]

$a_1=0$

$a_2=-a_1+\sin\frac{\pi}{2}=0+1=1$

$a_3=a_2+\sin\pi=1+0=1$

$a_4=-a_3+\sin\frac{3}{2}\pi=-1-1=-2$

$a_5=a_4+\sin2\pi=-2+0=-2$

$a_6=-a_5+\sin\frac{5}{2}\pi=2+1=3$

$a_7=a_6+\sin3\pi=3+0=3$

$a_8=-a_7+\sin\frac{7}{2}\pi=-3-1=-4$

$a_9=a_8+\sin4\pi=-4+0=-4$

$\vdots$

$\therefore a_{4k-2}=a_{4k-1}=2k-1$

$a_{4k}=a_{4k+1}=-2k$

$\therefore a_{50}=2\cdot13-1=25$

50) [정답] 32

[해설]

두 점 C, D를 지나는 직선을 l이라 하고, 직선 l과 곡선 $y=x^3-5x$의 접점의 좌표를 $(a,\ a^3-5a)$라 하자.

$y=x^3-5x$에서 $y'=3x^2-5$

$l:\ y-(a^3-5a)=(3a^2-5)(x-a)$

$y=(3a^2-5)x-2a^3$

이때, 직선 l이 x축, y축과 만나는 점이 각각 D, C이므로

$x=0$일 때, $y=-2a^3$

$\therefore$ C$(0,\ -2a^3)$

$y=0$일 때, $x=\dfrac{2a^3}{3a^2-5}$

$\therefore$ D$\left(\dfrac{2a^3}{3a^2-5},\ 0\right)$

정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이 O이므로

$\overline{\text{OC}}=\overline{\text{OD}}$

$2a^3=\dfrac{2a^3}{3a^2-5}$

$3a^2-5=1$

$a^2=2$

$\therefore\ a=\sqrt{2}$

$\therefore$ C$(0,\ -4\sqrt{2})$, D$(4\sqrt{2},\ 0)$

따라서, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는

$\overline{\text{CD}}=\sqrt{(-4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=8$

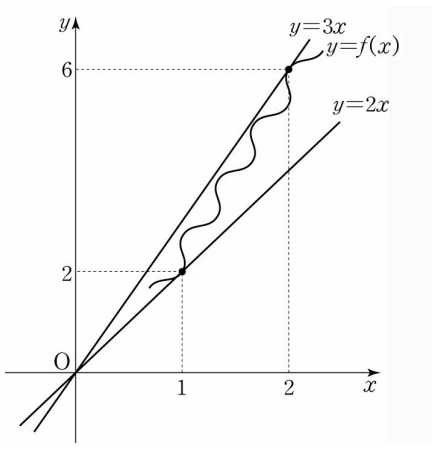
따라서, 정사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$4\times8=32$

51) [정답] ④

[해설]

$x>0$에서 $f(x)$가 미분가능하고, $2x\le f(x)\le 3x$, $f(1)=2$, $f(2)=6$이므로 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같이 두 직선 $y=2x$와 $y=3x$ 사이에 존재한다.



$y=2x$에서 $y'=2$

$y=3x$에서 $y'=3$

이므로 $f'(1)=2$, $f'(2)=3$

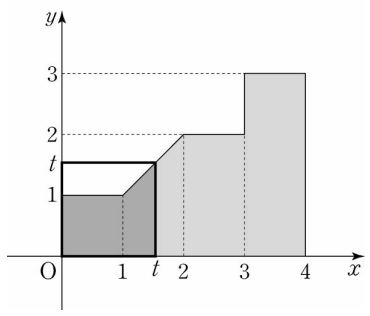
$\therefore\ f'(1)+f'(2)=5$

52) [정답] ③

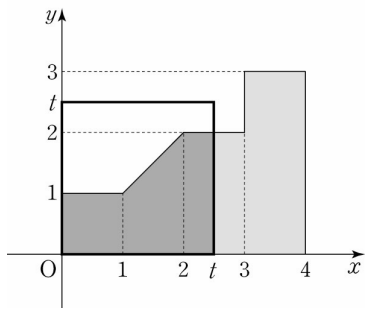
[해설]

(i) $0<t\le1$: $f(t)=t^2$

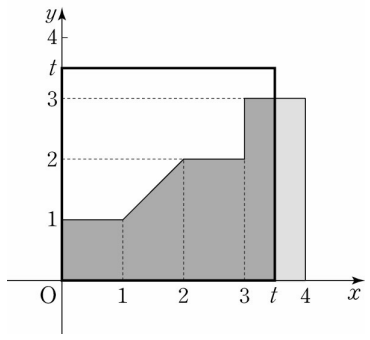
(ii) $1<t\le2$: $f(t)=1+\dfrac{1}{2}(1+t)(t-1)=\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{1}{2}$



(iii) $2<t\le3$: $f(t)=1+\dfrac{3}{2}+2(t-2)=2t-\dfrac{3}{2}$



(iv) $3<t<4$: $f(t)=1+\dfrac{3}{2}+2+3(t-3)=3t-\dfrac{9}{2}$



이때, $\lim\limits_{t\to1-}f'(t)=2$, $\lim\limits_{t\to1+}f'(t)=1$

$\lim\limits_{t\to2-}f'(t)=\lim\limits_{t\to2+}f'(t)=2$

$\lim\limits_{t\to3-}f'(t)=2$, $\lim\limits_{t\to3+}f'(t)=3$

이므로 함수 $f(t)$는 $t=1$, $t=3$에서 미분가능하지 않다.

$\therefore 1+3=4$

53) [정답] ④

[해설]

곡선 위의 점 $(t,\ t^3-3t^2+1)$에서의 접선의 방정식은

$$y=(3t^2-6t)(x-t)+t^3-3t^2+1$$

이 직선이 $(0,\ 2)$를 지나므로

$$2=-3t^3+6t^2+t^3-3t^2+1$$

$$2t^3-3t^2+1=0$$

$$(t-1)^2(2t+1)=0$$

따라서 $t=1$ 또는 $t=-\frac{1}{2}$ 일 때 접선을 갖는다.

$m\le 0$일 때 이 직선은 곡선과 서로 다른 두 점에서 만나므로 $m\le 0$인 m에 대하여 $f(m)=2$

$$m=f'\left(-\frac{1}{2}\right)=3\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2-6\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{15}{4}$$

일 때 이 직선은 곡선에 접하므로 $m<\frac{15}{4}$ 일 때 곡선과 서로 다른 두 점에서 만나고 $m\ge\frac{15}{4}$ 일 때 곡선과 서로 다른 세 점에서 만난다.

따라서 $f(m)=\begin{cases}2 & \left(m<\frac{15}{4}\right)\\ 3 & \left(m\ge\frac{15}{4}\right)\end{cases}$ 이다. 따라서 함수 $f(m)$이 구간 $(-\infty,\ a)$에서 연속이 되게 하는 실수 a의 최댓값은 $\frac{15}{4}$ 이다.