

<1회>

23	24	25	26
③	④	③	①
27	28	29	30
⑤	②	25	587

27

예상 정답률: 50%

전체 경우의 수: $5! = 120$

(1) 마주 보는 두 카드에 적힌 수의 합 10 이상이 되는 경우

→ 4, 6이 마주보는 경우와 5, 6이 마주보는 경우

각 경우의 수는 $4! = 24$

(2) 이웃한 두 카드에 적힌 수의 곱 짝수인 경우

→ 짝수를 먼저 배열한 뒤 그 사이에 홀수를 배열하는 경우의 수이므로 $2! \times 3! = 12$

(1), (2) 중복되는 경우

→ 5, 6이 마주보는 경우이므로 $2 \times 2 = 4$

따라서 전체 경우의 수: $120 - 48 - 12 + 4 = 64$

28

예상 정답률: 30%

동전을 네 번 던졌을 때 얻게 되는 점수를 확률변수 Y라 하면 $E(Y) = 2$

동전을 세 번 던졌을 때 얻게 되는 점수를 확률변수 Z라 하면 $E(Z) = 3/2$

주사위를 한 번 던져 5 이상의 눈이 나올 확률은 $1/3$, 4 이하의 눈이 나올 확률은 $2/3$ 이므로 시행을 한 번 반복하여 얻은 점수를 확률변수 W라 하면

$W = Y/3 + 2Z/3, E(W) = 5/3$

그리고 $X = 20W$ 이므로 $E(X) = 100/3$

29

예상 정답률: 10%

A, B, C, D에 넣는 공의 개수를 각각 a, b, c, d라 하면

A에는 B보다, C에는 D보다 많은 개수의 공을 넣으므로

$a = b + k (k \geq 1), c = d + p (p \geq 1)$ 로 둘 수 있음

따라서 $2(b+d) + k + p = 12$ 이고, 이를 만족시키는 경우의 수는 30

이때 모든 바구니에 홀수개의 공을 넣는 경우를 제외해 주어야 함

→ 모든 바구니에 홀수개의 공을 넣는 경우는

$a = 2q + 1, b = 2w + 1, c = 2e + 1, d = 2r + 1$ 로 두어 셀 수 있고

A에는 B보다, C에는 D보다 많은 개수의 공을 넣으므로

$q = w + t (t \geq 1), e = r + y (y \geq 1)$ 로 둘 수 있음

따라서 $2(w+r) + t + y = 4$ 이고, 이를 만족시키는 경우의 수는 5

따라서 전체 경우의 수는 $30 - 5 = 25$

30

예상 정답률: 3%

1. $N(A) = 5, N(B) = 4$ 인 경우 → 성립 X

2. $N(A) = 4, N(B) = 3$ 인 경우

A의 원소를 정하는 경우의 수는 5, B의 원소를 정하는 경우의 수는 4, 합성함수 $f \circ f$ 를 대응시키는 경우의 수는 36, A의 원소가 아닌 함수 f의 공역의 원소를 대응하는 경우의 수는 1 따라서 전체 경우의 수는 720

3. $N(A) = 3, N(B) = 2$ 인 경우

A의 원소를 정하는 경우의 수는 10, B의 원소를 정하는 경우의 수는 3, 합성함수 $f \circ f$ 를 대응시키는 경우의 수는 6, A의 원소가 아닌 함수 f의 공역의 원소를 대응하는 경우의 수는 5

따라서 전체 경우의 수는 900

4. $N(A) = 2, N(B) = 1$ 인 경우

A의 원소를 정하는 경우의 수는 10, B의 원소를 정하는 경우의 수는 2, 합성함수 $f \circ f$ 를 대응시키는 경우의 수는 1, A의 원소가 아닌 함수 f의 공역의 원소를 대응하는 경우의 수는 7

따라서 전체 경우의 수는 140

따라서 (가)를 만족시키는 전체 경우의 수는 1760

이때 (나)를 만족시키는 경우의 수는

2번 경우에는 A에 포함되지 않는 원소를 5로 정한 뒤 동일한 과정을 따라가며 세면 144

3번 경우에는 A에 포함되지 않는 원소 중 한 가지를 5로 정한 뒤 나머지 한 가지의 원소를 더 정해준 후 동일한 과정을 따라가며 세면 360

4번 경우에는 A에 포함되지 않는 원소 중 한 가지를 5로 정한 뒤 나머지 두 가지의 원소를 더 정해준 후 동일한 과정을 따라가며 세면 84

따라서 구하는 확률은 $588/1760 = 147/440, p+q=587$

세트 난이도: 22학년도 수능

〈2회〉

23	24	25	26
③	②	④	⑤
27	28	29	30
③	④	102	231

27

예상 정답률: 40%

$Y=2X+k$ 이므로 $V(Y)=4V(X)=16, \sigma=4$

$P(X \leq 7) = P(Y \geq 7)$ 이므로 각각 표준화를 해 준 뒤 계산하면 $(7-m)/2 = (m-4)/4, m=6$

$E(X)=6, E(Y)=9$ 이고 $E(Y)=2E(X)+k$ 이므로 $k=-3$

28

예상 정답률: 25%

집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f \circ f \circ f(x) = x$ 가 되려면

집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) = x$ 또는 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시켜야 함

1. 집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

전체 경우의 수는 1

2. 집합 X의 원소 x 중 3개가 $f(x) = x$ 를 만족시키고, 3개가 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

$f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를 고르는 경우의 수는

20, $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소

x를 대응시키는 경우의 수는 2

따라서 전체 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$

3. 집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

$f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를

3개씩 묶는 경우의 수는 10, $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만

족시키는 집합 X의 원소 x를 대응시키는 경우의 수는 $2 \times 2 = 4$

따라서 전체 경우의 수는 $1 \times 4 = 40$

이때 $f(3) = 5$ 가 되려면 2. 또는 3.이 되어야 함

2. 에서 $f(3) = 5$ 가 되는 경우

$f(x) = x$ 를 만족시키는 3, 5를 제외한 집합 X의 원소 x를 고르

는 경우의 수는 4, $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는

집합 X의 원소 x를 $f(3) = 5$ 를 만족시키게끔 대응시키는 경우

의 수는 1

따라서 전체 경우의 수는 $4 \times 1 = 4$

3. 에서 $f(3) = 5$ 가 되는 경우

3, 5가 같은 묶음에 들어가도록 집합 X의 원소 x를 3개씩 묶

는 경우의 수는 4, $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는

집합 X의 원소 x를 $f(3) = 5$ 를 만족시키게끔 대응시키는 경우

의 수는 $1 \times 2 = 2$

따라서 전체 경우의 수는 $4 \times 2 = 8$

따라서 구하는 확률은 $12/81 = 4/27$

29

예상 정답률: 5%

숫자 1이 적혀 있는 카드의 수를 a, 숫자 4가 적혀 있는 카 드의 수를 b로 둔다면 $2 \times P(X=2) = P(X=8)$ 을 만족시키는 경우 는 $a=3, b=4$ 인 경우가 유일

이에 따라 숫자 2가 적혀 있는 카드의 수를 c, 숫자 3이 적 혀 있는 카드의 수를 $5-c$ 로 둘 수 있음

이때 주머니에서 임의로 꺼낸 한 개의 카드에 적혀 있는 수를 확률변수 Y라 할 때, $E(X) = 16/30$ 이므로 $E(Y) = 8/3$ 이고 이는 $(34-c)/12$ 와 같음

따라서 $c=2$ 이므로 숫자 2가 적혀 있는 카드의 수는 2, 숫자 3이 적혀 있는 카드의 수는 3

따라서 각 카드에 적힌 모든 수의 제곱의 합은 102

30

예상 정답률: 3%

1. x, y, z 중 6개 연속하는 문자가 존재하는 경우

전체 경우의 수는 x, y, z 중 연속할 문자를 고르는 경우의 수인 3

2. x, y, z 중 5개 연속하는 문자가 존재하는 경우

x, y, z 중 연속할 문자를 고르는 경우의 수는 3, 나머지에 나열할 1개의 문자를 고르는 경우의 수는 2, 이를 배열하는 경우의 수는 2

따라서 전체 경우의 수는 $3 \times 2 \times 2 = 12$

3. x, y, z 중 4개 연속하는 문자가 존재하는 경우

x, y, z 중 연속할 문자를 고르는 경우의 수는 3

3-1. OOOO_의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 5번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2, 6번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 3

3-2. _OOOO의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 1번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2, 6번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2

3-3. __OOOO의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 1번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 3, 2번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2

따라서 전체 경우의 수는 $3 \times (2 \times 3 + 2 \times 2 + 3 \times 2) = 48$

4. x, y, z 중 3개 연속하는 문자가 존재하는 경우

x, y, z 중 연속할 문자를 고르는 경우의 수는 3

4-1. OOO__의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 4번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2, 5번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 3, 6번째 칸에 문자를 나 열하는 경우의 수는 3

이때 __에 같은 문자가 들어가는 경우의 수는 2

4-2. _OOO_의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 1번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2, 5번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2, 6번째 칸에 문자를 나 열하는 경우의 수는 3

4-3. __OOO_의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 1번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 3, 2번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2, 6번째 칸에 문자를 나 열하는 경우의 수는 2

4-4. ___OOO의 순으로 문자가 나열되는 경우

왼쪽에서 1번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 3, 2번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 3, 6번째 칸에 문자를 나열하는 경우의 수는 2

이때 _ _ _에 같은 문자가 들어가는 경우의 수는 2

따라서 전체 경우의 수는 $3 \times (2 \times 3 \times 3 - 2 + 2 \times 2 \times 3 + 3 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 2 - 2) = 168$

따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 12 + 48 + 168 = 231$

세트 난이도: 23년 7모

〈3회〉

23	24	25	26
④	⑤	②	③
27	28	29	30
④	①	139	169

27

예상 정답률: 80%

A, B가 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 5! = 240$

A, B, C가 모두 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 4! = 48$

따라서 전체 경우의 수는 $240 - 48 = 192$

28

예상 정답률: 50%

1. 주머니 A에서 흰 공 2개를 선택해 주머니 B에 넣는 경우
확률 $\rightarrow 1/6$

1-1. 주머니 B에서 흰1, 검2 선택해 넣는 경우

확률 $\rightarrow 1/6 \times 1/7 = 1/42$ (A 흰 공 1개)

1-2. 주머니 B에서 흰2, 검1 선택해 넣는 경우

확률 $\rightarrow 1/6 \times 4/7 = 2/21$ (A 흰 공 2개)

2. 주머니 A에서 흰 공 1개, 검은 공 1개를 선택해 주머니 B에 넣는 경우

확률 $\rightarrow 4/6$

2-1. 주머니 B에서 검3 선택해 넣는 경우

확률 $\rightarrow 4/6 \times 1/35 = 2/105$ (A 흰 공 1개)

2-2. 주머니 B에서 흰1, 검2 선택해 넣는 경우

확률 $\rightarrow 4/6 \times 12/35 = 8/35$ (A 흰 공 2개)

3. 주머니 A에서 검은 공 2개를 선택해 주머니 B에 넣는 경우

확률 $\rightarrow 1/6$

3-1. 주머니 B에서 검3 선택해 넣는 경우

확률 $\rightarrow 1/6 \times 4/35 = 2/105$ (A 흰 공 2개)

따라서

주머니 A에 흰 공이 1개 있을 확률 $\rightarrow 3/70$

주머니 A에 흰 공이 2개 있을 확률 $\rightarrow 12/35$

이에 따라 주머니 A에 들어 있는 흰 공의 개수를 확률변수 X라 하면

$P(X=1) = 1/9$

$P(X=2) = 8/9$

따라서 $E(X) = 17/9$

29

예상 정답률: 10%

1. $f(1)=1$ 인 경우

$f(2)f(3)f(4)/f(1)$ 의 값이 3의 배수인 경우의 수는 $4^3 - 3^3 = 64 - 27 = 37$

2. $f(1)=2$ 인 경우

$f(2)f(3)f(4)/f(1)$ 의 값이 3의 배수인 경우의 수는 $4^3 - 3^3 - 2^3 = 64 - 27 - 8 = 29$

3. $f(1)=3$ 인 경우

$f(2)f(3)f(4)/f(1)$ 의 값이 3의 배수인 경우의 수는

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 1 중 하나인 경우 $\rightarrow 3$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 2 중 하나인 경우 $\rightarrow 3$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 1$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 4 중 하나인 경우 $\rightarrow 3$

따라서 전체 경우의 수는 10

4. $f(1)=4$ 인 경우

$f(2)f(3)f(4)/f(1)$ 의 값이 3의 배수인 경우의 수는

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 2, 2, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 3$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 1, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 6$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 2, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 6$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 3, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 3$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 4, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 3$

따라서 전체 경우의 수는 21

따라서 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는 $37+30+10+21 = 98$

이때 $f(2)$ 의 값이 짝수인 경우는

1. $f(1)=1$ 인 경우

$f(2)$ 의 값을 짝수로 선택한 뒤 나머지를 고르면 되므로 $2 \times (4^2 - 3^2) = 14$

2. $f(1)=2$ 인 경우

$f(2)$ 의 값을 짝수로 선택한 뒤 나머지를 고르면 되므로 $2 \times (4^2 - 3^2) = 14$

3. $f(1)=3$ 인 경우

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 1 중 하나인 경우 $\rightarrow 0$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 2 중 하나인 경우 $\rightarrow 1$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 0$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 3, 3, 4 중 하나인 경우 $\rightarrow 1$

따라서 전체 경우의 수는 2

4. $f(1)=4$ 인 경우

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 2, 2, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 2$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 1, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 2$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 2, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 4$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 3, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 1$

$f(2), f(3), f(4)$ 가 각각 4, 4, 3 중 하나인 경우 $\rightarrow 2$

따라서 전체 경우의 수는 11

따라서 다음 조건을 만족시키면서 $f(2)$ 의 값이 짝수인 경우의 수는 $14+14+2+11=41$

따라서 구하는 확률은 $41/98$, $p+q=139$

30

예상 정답률: 6%

A, B, C, D에게 모자를 나누어 주는 전체 경우의 수는 455
이때 A, B, C, D가 받는 모자의 개수를 각각 a, b, c, d라 하면

$a+b+c+d=12$

이때 어떤 학생이 9개 이상의 모자를 받는 경우는

a, b, c, d가 각각 (9, 3, 0, 0) 중 하나인 경우 $\rightarrow 12$

a, b, c, d가 각각 (9, 2, 1, 0) 중 하나인 경우 $\rightarrow 24$

a, b, c, d가 각각 (9, 1, 1, 1) 중 하나인 경우 $\rightarrow 4$

a, b, c, d가 각각 (10, 2, 0, 0) 중 하나인 경우 → 12
 a, b, c, d가 각각 (10, 1, 1, 0) 중 하나인 경우 → 12
 a, b, c, d가 각각 (11, 1, 0, 0) 중 하나인 경우 → 12
 a, b, c, d가 각각 (12, 0, 0, 0) 중 하나인 경우 → 4
 따라서 어떤 학생이 9개 이상의 모자를 받는 경우의 수는 80
 따라서 각 학생이 모두 8개 이하의 모자를 받는 경우의 수는
 $455-80=375$
 그리고 A가 받는 모자의 개수가 B가 받는 모자의 개수와 같
 은 경우는
 $2a+c+d=12$
 이를 만족시키면서 어느 학생도 9개 이상의 모자를 받지 않게
 끔 모자를 나누어 주는 경우의 수는 37
 그리고 A가 받는 모자의 개수가 B가 받는 모자의 개수보다
 많은 경우는 A가 받는 모자의 개수가 B가 받는 모자의 개수
 보다 적은 경우와 같으므로
 구하는 전체 경우의 수는 $(375-37)/2=169$

세트 난이도: 23학년도 9평

〈4회〉

23	24	25	26
②	③	①	⑤
27	28	29	30
①	②	38	108

27

예상 정답률: 70%

(가)를 만족시키는 경우의 수는 55

(나)를 만족시키지 않는 경우의 수는

$a=4$ 인 경우의 수 $\rightarrow 7$

$b=4$ 인 경우의 수 $\rightarrow 7$

$c=4$ 인 경우의 수 $\rightarrow 7$

이때 $a=b=c=4$ 인 경우의 수는 3번 중복되었으므로

(나)를 만족시키지 않는 경우의 수는 $21-2=19$

따라서 전체 경우의 수는 $55-19=36$

28

예상 정답률: 45%

전체 경우의 수는 $5^3=125$

이때 다음 조건을 만족시키는 경우는

1. $f(1), f(2), f(3)$ 이 모두 같은 경우

$f(1)=f(2)=f(3)=1$ 과 $f(1)=f(2)=f(3)=4$ 로 경우의 수는 2

2. $f(1), f(2), f(3)$ 중 2개가 같은 경우

$f(1), f(2), f(3)$ 중 나머지 2개와 같지 않은 1개를 선택하는 경우의 수는 3

$f(1), f(2), f(3)$ 중 나머지 2개와 같지 않은 1개는 제공수이어야 하므로 이를 선택하는 경우의 수는 2

$f(1), f(2), f(3)$ 중 서로 같은 2개는 같지 않은 1개가 가진 함숫값이 아닌 다른 함숫값을 가져야 하므로 이를 선택하는 경우의 수는 4

따라서 전체 경우의 수는 $3 \times 2 \times 4 = 24$

3. $f(1), f(2), f(3)$ 이 모두 같지 않은 경우

다음 조건을 만족시키는 경우의 수는 존재하지 않는다.

따라서 다음 조건을 만족시키는 전체 경우의 수는 $2+24=26$ 이고

구하는 확률은 $26/125$

29

예상 정답률: 25%

$P(m_1 \leq X \leq m_2) - P(m_1 \leq Y \leq m_2) = 0.1359$ 를 만족시키는 유일한 경우는

$P(m_1 \leq X \leq m_2) = P(0 \leq Z \leq 2)$,

$P(m_1 \leq Y \leq m_2) = P(0 \leq Z \leq 1)$ 인 경우이다.

따라서 확률변수 Y 의 표준편차는 X 의 표준편차의 2배이므로 $\sigma = 10$ 이다.

이에 따라 $m_2 - m_1 = 10$ 인 것을 알 수 있다.

이때 $P(m_1 \leq X \leq 14) + P(14 \leq Y \leq m_2) = 0.5328$ 을 만족시키는 경우의 수는

$P(m_1 \leq X \leq 14) = P(0 \leq Z \leq 0.5)$,

$P(14 \leq Y \leq m_2) = P(0 \leq Z \leq 1)$ 또는

$P(m_1 \leq X \leq 14) = P(0 \leq Z \leq 1)$,

$P(14 \leq Y \leq m_2) = P(0 \leq Z \leq 0.5)$ 이다.

이때 전자는 후자와 달리 $m_2 - m_1 = 10$ 에 모순이다.

따라서 $m_1 = 9, m_2 = 19$ 이므로

$m_1 + m_2 + \sigma = 38$

30

예상 정답률: 15%

2가 적혀 있는 공과 3이 적혀 있는 공이 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 5! = 240$

이때 2와 3이 적혀 있는 공이 이웃하면서 3과 4가 적혀 있는 공이 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 4! = 48$

그리고 2와 3이 적혀 있는 공이 이웃하면서 4와 5가 적혀 있는 공과 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 4! = 96$

이때 2와 3이 적혀 있는 공, 3과 4가 적혀 있는 공, 4와 5가 적혀 있는 공이 모두 이웃하는 경우의 수는 $2 \times 3! = 12$

따라서 구하는 경우의 수는 $240 - 48 - 96 + 12 = 108$

세트 난이도: 24학년도 수능

〈5회〉

23	24	25	26
②	④	⑤	④
27	28	29	30
①	①	63	108

27

예상 정답률: 80%

$$P(12 \leq X \leq 18) = P(0 \leq Z \leq 2)$$

실수 k가 최솟값을 가지는 경우는

$$P(k \leq Y \leq k+12) = P(-2 \leq Z \leq 0)$$

이때 k=6

그리고 실수 k가 최댓값을 가지는 경우는

$$P(k \leq Y \leq k+12) = P(0 \leq Z \leq 2)$$

이때 k=18

따라서 실수 k의 최솟값과 최댓값의 합은 24

28

예상 정답률: 35%

1. 남학생을 3명, 여학생을 3명 선택하는 경우

A, B를 포함하여 6명을 선택하는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

이때 남학생끼리 서로 이웃하지 않는 경우는 남학생을 먼저 둘러앉게 한 뒤 그 사이에 여학생을 둘러앉게 하는 경우이므로 $2! \times 3! = 12$

이때 A, B가 서로 이웃하는 경우는 B가 A의 왼쪽에 앉는 경우, 오른쪽에 앉는 경우가 존재하고 각 경우는 2가지이므로 전체 경우의 수는 $2! \times 2 \times 2 = 8$

따라서 구하는 경우의 수는 $9 \times (12 - 8) = 36$

2. 남학생을 2명, 여학생을 4명 선택하는 경우

A, B를 포함하여 6명을 선택하는 경우의 수는 3

이때 남학생끼리 서로 이웃하지 않는 경우는 전체 경우에서 남학생이 이웃하는 경우이므로 $5! - 2 \times 4! = 72$

그리고 남학생이 이웃하지 않으면서 A와 B가 이웃하는 경우는 B가 A의 왼쪽에 앉는 경우, 오른쪽에 앉는 경우가 존재하고 각 경우는 $3 \times 3!$ 이므로 전체 경우의 수는 $2 \times 3 \times 3! = 36$

따라서 구하는 경우의 수는 $3 \times (72 - 36) = 108$

전체 경우의 수는 $36 + 108 = 144$

29

예상 정답률: 20%

집합 X의 모든 원소 x에 대하여 $f \circ f(x) = x$ 가 되려면

집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) = x$ 또는 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시켜야 함

1. 집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

전체 경우의 수는 1

2. 집합 X의 원소 x 중 4개가 $f(x) = x$ 를 만족시키고, 2개가 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

$f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를 고르는 경우의 수는 15, $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를 대응시키는 경우의 수는 1

따라서 전체 경우의 수는 $15 \times 1 = 15$

3. 집합 X의 원소 x 중 2개가 $f(x) = x$ 를 만족시키고, 4개가 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

$f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를 고르는 경우의 수는 15, $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를 대응시키는 경우의 수는 3

따라서 전체 경우의 수는 $15 \times 3 = 45$

4. 집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 경우

$f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 집합 X의 원소 x를 대응시키는 경우의 수, 즉 전체 경우의 수는 15

따라서 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는 $1 + 15 + 45 + 15 = 76$

이때 $f(4) \neq 4$ 라면 $f(f(4)) = 4$ 여야 하고, 이때 $f(4)$ 가 가질 수 있는 함숫값은 1, 2, 3, 5, 6의 5가지이다.

그리고 각 가지당 경우의 수는

1. $f(4)$, 4를 제외한 집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) = x$ 를 만족시키는 경우 → 1가지

2. $f(4)$, 4를 제외한 집합 X의 원소 중 2개가 $f(x) = x$ 를 만족시키는 경우 → 6가지

1. $f(4)$, 4를 제외한 집합 X의 모든 원소 x가 $f(x) \neq x$ 이면서 $f \circ f(x) = x$ 를 만족시키는 경우 → 3가지

따라서 다음 조건을 만족시키면서 $f(4) \neq 4$ 인 경우의 수는 $5 \times (1 + 6 + 3) = 50$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $50/76 = 25/38$, $p+q=63$

30

예상 정답률: 5%

전체 경우의 수는 $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 168$

이때 백의 자리 수와 일의 자리 수 간 차가 2가 되도록 배열하는 경우의 수는 백의 자리 수가 0, 일의 자리 수가 2인 경우와 백의 자리 수가 2, 일의 자리 수가 0인 경우가 각각 존재하므로 $2 \times 2 \times 3 \times 1 \times 3 \times 1 = 36$

따라서 (나)를 만족시키는 경우의 수는 $168 - 36 = 126$

이때 (나)를 만족시키면서

0, 1, 2가 연속하는 경우의 수는 6

2, 1, 0이 연속하는 경우의 수는 12

그리고 (나)를 만족시키면서 0, 1, 2와 2, 1, 0이 모두 연속하는 경우는 존재하지 않으므로

만들 수 있는 모든 자연수의 개수는 $126 - 6 - 12 = 108$

세트 난이도: 25년 6모