

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

넓음과 깊음을 가슴에 채우며

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\log_9 6 \times \frac{\log_6 4}{\log_3 8}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

2. $\int_{-2}^2 \left(\frac{5}{16}x^4 - x^3 + |x| \right) dx$ 의 값은? [2점]

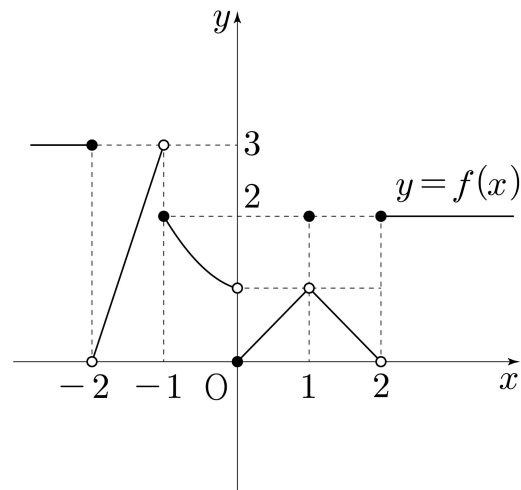
- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 = \frac{5}{4}$, $a_6 + a_8 = 10$ 일 때,

a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(-2x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 중심각의 크기가 2라디안이고 넓이가 64인 부채꼴의 둘레의 길이는? [3점]

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

6. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x (t-1)f'(t)dt = x^3 - 3x^2 + 3x + k$$

를 만족시킨다. $f(1)=0$ 일 때, $k+f(3)$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 함수 $f(x)=x^2-4x+k$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & (x < a) \\ -|f(x)| & (x \geq a) \end{cases}$$

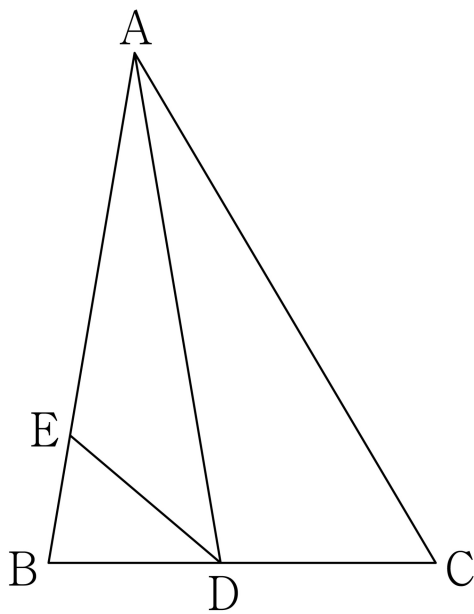
가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수 a, k 에 대하여 $a+k$ 의 값은? [3점]

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

8. 두 상수 a, b 에 대하여 $3^{a+b} = 3^a - 1 = 3^{a-2} - 3^b$ 일 때, 3^{a+b} 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3\sqrt{2}+4}{4}$ ② $\frac{3+\sqrt{2}}{3}$ ③ 1
- ④ $\frac{3-\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}-4}{4}$

9. 그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 선분 BC위에 점 D, 점 A와 점 B를 3:1로 내분하는 점 E가 있다. $\angle BAC = \angle BDE$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD} = 8$, $\overline{BC} = 6$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는? [4점]



- ① $6\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{19}$ ③ $4\sqrt{5}$
- ④ $2\sqrt{21}$ ⑤ $2\sqrt{22}$

10. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(n-a)(n-b)$ 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하면,

$$\left\{ \sum_{n=3}^9 f(n) \right\} \times \left\{ \sum_{n=10}^{16} f(n) \right\} = 72$$

이다. 두 홀수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

11. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = |xf(x)| - 2|f(x)|$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. $f(2) = 8$ 일 때, 가능한 $f(4)$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 108 ② 112 ③ 116 ④ 120 ⑤ 124

12. 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 에 대하여 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 는

$$v(t) = f(|t-6|) \times f'(t) \quad (t \geq 0)$$

이다. 점 P는 $t = k (k > 0)$ 에서만 운동 방향을 바꿀 때, $t = 4$ 에서 점 P의 위치는? (단, a 와 k 는 상수이다.) [4점]

- ① $-\frac{116}{3}$ ② $-\frac{119}{3}$ ③ $-\frac{122}{3}$
 ④ $-\frac{125}{3}$ ⑤ $-\frac{128}{3}$

13. 자연수 n 에 대하여 부등식 $x - \log_2(20-x) \leq n$ 을 만족시키는 n 이상의 정수 x 의 개수를 a_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{19} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 47 ② 50 ③ 53 ④ 56 ⑤ 59

14. $f'(3)=0$ 이고 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_1^x f(x)f(t)dt - \int_1^x f(x-k)f(t)dt$$

가 있다. 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 0이고 $g(3)=3$ 일 때, 상수 k 에 대하여 $k \times f(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

15. 모든 항이 정수이고 첫째항이 22인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

함수 $f(x)$ 는 모든 자연수 n 에 대하여

$$\text{구간 } [n-1, n) \text{에서 } f(x) = a_n \sin(\pi x)$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x) = m$ ($x \geq 0$)의 실근을 작은 수부터 차례대로 나열한 것을 x_1, x_2, x_3, \dots 이라 할 때, 어떤 자연수 k 에 대하여 $x_{k+1} - x_k = 5$ 이다.

$m + \sum_{n=1}^{k+1} (a_n + x_n)$ 의 값은? (단, m 은 상수이다.) [4점]

- ① 59 ② 64 ③ 69 ④ 74 ⑤ 79

단답형

16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+a}-4}{x-2} = b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $4ab$ 의 값을

구하시오. [3점]

17. $\cos\theta = -\frac{2}{3}$ 일 때, $20 \times \tan^2\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^5 (a_n)^2 = 30, \quad \sum_{n=1}^5 (a_n - n)^2 = 55$$

일 때, $\sum_{n=1}^5 na_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{f(1+h)+g(-1)} = \frac{1}{f'(0)} = 1$$

일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) : \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{1}{x}\right)}{g\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x^3}} = \frac{1}{2}, \quad g(1) = 0$$

(나) : 방정식 $\lim_{t \rightarrow x} \frac{g(t)}{f(-t)} = 0$ 의 실근은 오직 $x=0$ 뿐이다.

$f(5)+g(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = f(x) - t|x| - t^2x$$

가 있다. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 극값을 갖도록 하는 실수 a 의 개수를 $h(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \{h(1+t) - h(1-t) - 3\} > 0$$

이다. $f(-2)=0$, $f(0)=\frac{4}{3}$ 일 때, $f(2)$ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

22. 첫째항이 1000이하의 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{a_n} & (a_n \text{이 자연수인 경우}) \\ 4a_n & (\text{그 이외의 경우}) \end{cases}$$

이다. 상수 a 에 대하여 집합 $\left\{ \sum_{k=1}^n (a_k - a) \mid n \text{은 자연수} \right\}$ 의 원소의 개수가 6일 때, $a \times a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(1 - \cos \frac{1}{3n}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

24. $\tan\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\tan\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은? [3점]

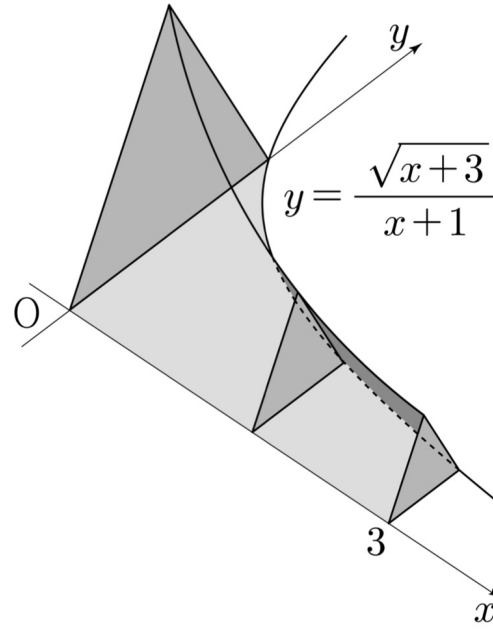
- ① $3\sqrt{3}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 0
 ④ $-3\sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{3}$

25. 곡선 $x^3 - y^2 = e^{xy}$ 위의 점 $(a, 0)$ 에서의 접선의 기울기가 b 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

26. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x+1}$ ($x > -1$)과 x 축, y 축 및 직선

$x=3$ 으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{16} + \frac{\sqrt{3}\ln 2}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{8} + \frac{\sqrt{3}\ln 2}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}\ln 2}{2}$
 ④ $\frac{3\sqrt{3}}{16} + \sqrt{3}\ln 2$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{8} + \sqrt{3}\ln 2$

27. 함수 $f(x) = \frac{x}{x^2+16}$ 와 일차함수 $g(x)$ 가 있다. 양의 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 $g(x)$ 중에서 $g(0)$ 의 최댓값을 $h(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$ 의 값은? [3점]

모든 실수 x 에 대하여 $f(x-t)g(x) \geq f(x)f(x-t)$ 이다.

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킬 때, $\int_0^1 f(x)e^x dx$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x+1)+f(x) = \int_0^2 f(t)(e^{1-x}-e^{-t})dt$ 이다.
 (나) $f(0)+f(1)=2$

- ① $\frac{e^3+4e^2-3e+2}{1-e}$ ② $\frac{e^3+4e^2+3e+2}{1-e}$ ③ $\frac{e^3+4e^2+3e-2}{1-e}$
 ④ $\frac{e^3-4e^2+3e-2}{1-e}$ ⑤ $\frac{e^3-4e^2-3e-2}{1-e}$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n a_{n+2} = 3, \quad 6 \sum_{n=1}^{\infty} a_{n+1} + 7 \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = 18 \sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

일 때, $\left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 두 점 $A(0, 1)$, $B(0, -1)$ 을 지름으로 하는 원 O 와 실수 $t \left(t > \frac{3\sqrt{2}}{4}\right)$ 에 대하여 두 점 $(0, t)$, $(3, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 있다. 두 점 A, B 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 H_1, H_2 라 하고, 선분 BH_2 가 원 O 와 만나는 점 중 B 가 아닌 점을 C 라 하자. 선분 AH_1, H_1H_2, H_2C 및 점 B 를 포함하지 호 AC 로 둘러싸인 부분의 넓이와 선분 BC 및 점 A 를 포함하지 않는 호 BC 로 둘러싸인 부분의 넓이의 합을 $S(t)$ 라 할 때, $625 \times S'(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.