제 2 교시

2026학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제지

# 수학 영역

| 성명 | |
|---|---|

| 수험 번호 | | | | | – | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

**삶이란 가꿀수록 아름다운 것이라고**

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.



**※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.**

한국교육과정평가원

- 예상 1컷: 미적 85, 확통 93, 기하 90

- 제 2 외국어 안합니다. 못하는거 아님

- 최적의 풀이 X, 이 사람이 시험장이였다면 어케 풀었는지만 확인

제 2 교시

# 수학 영역

## 5지선다형

1. $4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} = 2$

2. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(1) = 1$

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7} a_k = 8$일 때, $\sum_{k=1}^{7} (2a_k + 1)$의 값은? [3점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$2\sum_{k=1}^{7} a_k + \sum_{k=1}^{7} 1 = 2 \cdot 8 + 7 = 23$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 $a$의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$-x^2+a\big|_{x=3} = 5x-a\big|_{x=3}$

$-9+a = 15-a$, $a=12$

5. $\int_0^2 (6x^2-2x+1)dx$ 의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$\int_0^2 6x^2-2x+1\,dx = [2x^3-x^2+x]_0^2 = 14$

6. 두 양수 $a$, $b$에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx+1$의 최댓값이 8이고 주기가 $\pi$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

$a\cos bx+1 \le a+1 = 8,\ a=7$

$\frac{2\pi}{b} = \pi,\ b=2$

$\therefore a+b=9$

7. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=5x^2-xf(x)$$

라 하자. $f(3)=2$, $f'(3)=1$일 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

$g'(3) = 10x + \{xf'(x)+f(x)\}\Big|_{x=3} = 35$

8. $\sin(\pi-\theta)>0$이고 $2\cos\theta=\sin\theta$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ $0$
④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta>0 \rightarrow \quad 0<\theta<\frac{\pi}{2}$

$2\cos\theta=\sin\theta \rightarrow \quad \tan\theta=2 \rightarrow \cos\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 함수 $f(x)=x^2+ax$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+1)f(x)\,dx=36+\int_{-3}^{3}f(x)\,dx$$

일 때, 상수 $a$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

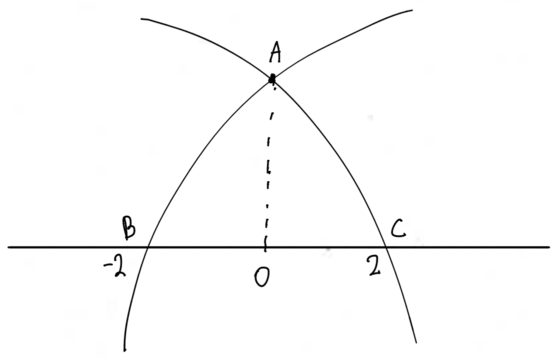
$\int_{-3}^{3} xf(x)dx=36$

$\int_{-3}^{3} xf(x)dx=\int_{-3}^{3} x^3+ax^2\,dx=\left[\frac{2}{3}ax^3\right]_0^3=18a=36$

$\therefore a=2$

10. 실수 $a\,(a>1)$에 대하여
곡선 $y=\log_a(x+3)$이 곡선 $y=\log_a(-x+3)$과 만나는 점을 A,
곡선 $y=\log_a(x+3)$이 $x$축과 만나는 점을 B,
곡선 $y=\log_a(-x+3)$이 $x$축과 만나는 점을 C라 하자.
삼각형 ABC가 정삼각형일 때, $a$의 값은? [4점]

① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$




$\angle ABC=\frac{\pi}{3} \rightarrow \frac{\overline{AO}}{\overline{BO}}=\frac{\log_a 3}{2}=\sqrt{3}$

$\therefore a=3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$

**11.** 시각 $t=0$일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$일 때 점 P의 위치 $x$가

$$x=t^3-t^2-t+1$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 1이다.

ㄴ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 속도는 0이다.

ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에 점 P의 가속도는 4이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

ㄱ: $x|_{t=1}=0$ (x)

ㄴ: $v_1=\frac{dx}{dt}\Big|_{t=1}=3t^2-2t-1\Big|_{t=1}=0$ (o)

ㄷ: $\frac{dx}{dt}=0$인 순간, 즉 $t=1$ 일 때

$a_1=\frac{d^2x}{dt^2}\Big|_{t=1}=6t-2\Big|_{t=1}=4$ (o)

∴ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**12.** 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4$의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1=a_3$

(나) 모든 자연수 $n$에 대하여

$$(a_{n+1}-a_n+3)(a_{n+1}-2a_n)=0$$

이다.

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$a_{n+1}=a_n-3$ 또는 $a_{n+1}=2a_n$ 이다.

let $a_1=k$

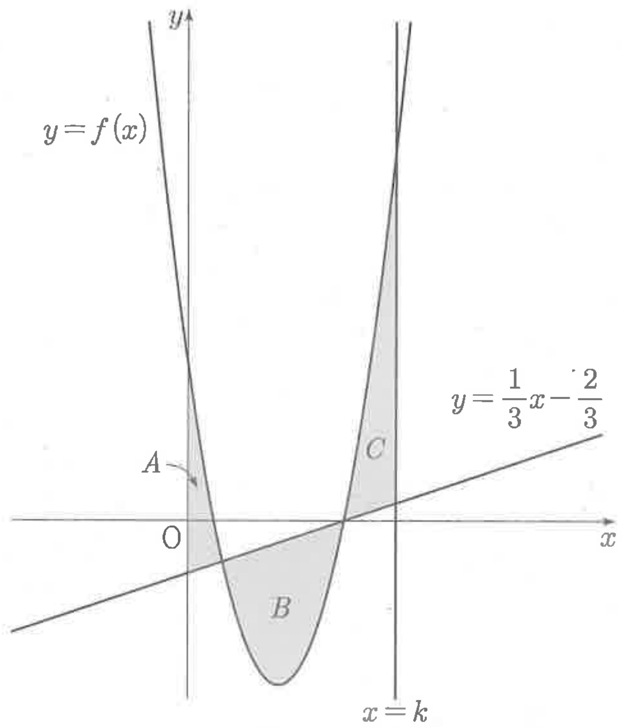
| $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ |
|---|---|---|---|
| $k$ | $k-3$ | $k-6=\varnothing$ | |
| | | $2k-6=6$ | 12, 3 |
| | $2k$ | $2k-3=3$ | 6, 0 |
| | | $4k=0$ | 0, -3 |

∴ 12

**13.** 그림과 같이 함수 $f(x)=3x^2-7x+2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ 및 $y$축으로 둘러싸인 영역을 $A$, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$로 둘러싸인 영역을 $B$, 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$, $x=k\,(k>2)$로 둘러싸인 영역을 $C$라 하자.

$$(A\text{의 넓이})+(C\text{의 넓이})=(B\text{의 넓이})$$

일 때, 상수 $k$의 값은? [4점]




① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

$\int_0^k (3x^2-7x+2)-(\frac{1}{3}x-\frac{2}{3})\,dx=0$

$\int_0^k 3x^2-\frac{22}{3}x+\frac{8}{3}\,dx=\left[x^3-\frac{11}{3}x^2+\frac{8}{3}x\right]_0^k=0$

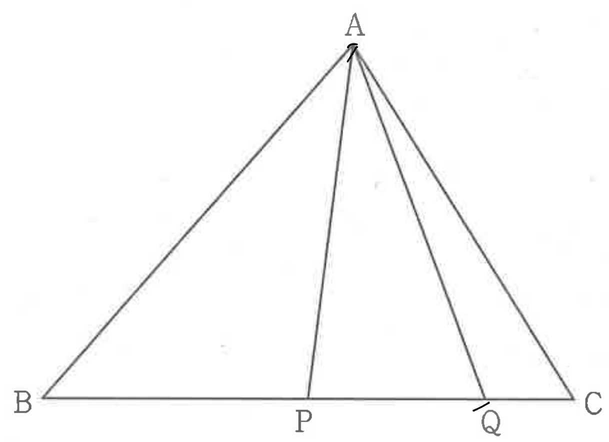
$k^3-\frac{11}{3}k^2+\frac{8}{3}k=k(k-1)(3k-8)=0 \quad \therefore k=\frac{8}{3}$

**14.** $\overline{AB}=2\sqrt{7}$인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P, 선분 BC를 5 : 1로 내분하는 점을 Q라 하자.

$$\overline{AQ}=3\sqrt{2},\ \sin(\angle QAP):\sin(\angle APQ)=\sqrt{2}:3$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [4점]

① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$




$\sin(\angle QAP):\sin(\angle APQ)=\overline{PQ}:\overline{AQ}=\sqrt{2}:3 \rightarrow \overline{PQ}=2$

$\overline{BQ}=5l$, $\overline{QC}=l$ 로 두면 $\overline{BP}=\overline{PC}=3l$, $\overline{PQ}=2l=2$, $l=1$

$\therefore \overline{BP}=3$, $\overline{PQ}=2$, $\overline{QC}=1$

스튜어트 정리에 의해

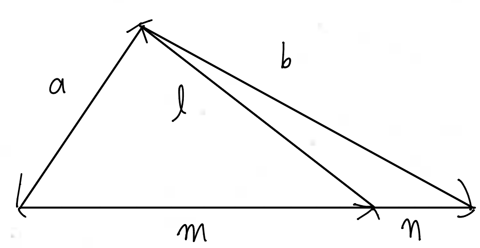
$2\cdot 28+3\cdot 18=5(\overline{AP}^2+6)$, $\overline{AP}=4$

$28+\overline{AC}^2=2(16+9)$, $\overline{AC}=\sqrt{22}$

$\angle ABC=\theta$라 하면

$\cos\theta=\frac{9+28-16}{2\cdot 3\cdot 2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{4} \rightarrow \sin\theta=\frac{3}{4}$

$2R=\frac{\overline{AC}}{\sin\theta}=\frac{4\sqrt{22}}{3}$, $\therefore R^2\pi=\frac{88}{9}\pi$




스튜어트 정리: $na^2+mb^2=(m+n)(l^2+mn)$

이며, $m=n$일 때는 파푸스 중선정리라 불린다.

파푸스 중선 정리: $a^2+b^2=2(mn+l^2)$

15. 상수 $k$와 $f'(0)=6$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\le 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 $a$에 대하여 $\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) $x$에 대한 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 $t$의 최댓값은 13이다.

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

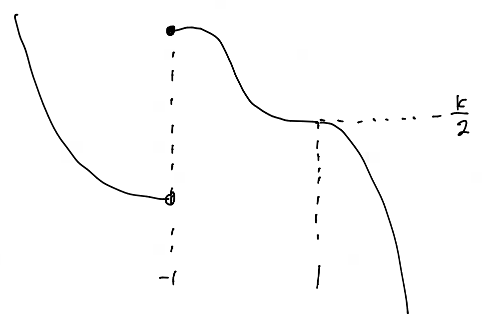
$x=\pm1$에서 $g(x)$가 변동된다.

조건(가)에 의해 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이므로 $f(1)+k=-f(1)$이다.

또한 $\lim_{x\to\infty} g(x)<0$ 이므로 최고차항은 음수다.

$g(x)$가 연속이진 않아도, 감소함수이므로 $f'(-1)=f'(1)=0$이다. ... lemma

즉, 개형은 아래와 같다




조건(나)에 의해 $\lim_{x\to-1+} g(x)=-f(-1)=13$이다.

$f'(x)=a(x-1)(x+1)$이라 하면, $f'(0)=-a=6$, $a=-6$이다.

$f(x)=-2x^3+6x+C$이고, $f(-1)=-13$이므로 $C=-9$이다.

$f(1)=-5=-\frac{k}{2}$이므로 $k=10$이다

$\therefore k+f(\frac{1}{2})=10-\frac{25}{4}=\frac{15}{4}$

· lemma

$x<-1$일 때는 $g'(x)=f'(x)<0$이다.

만약, $\delta>0$에 대해 $(-1,-1+\delta)$에서 $f'(x)<0$이면

구간 내에서 $g'(x)>0$인 $x$가 적어도 1개 존재한다.

즉, 구간 $(-\infty,-1)$에서 $f'(x)<0$, $(-1,-1+\delta)$에서 $f'(x)>0$이므로

중간값 정리에 의해 $f'(-1)=0$이다.

같은 방법으로 $f'(1)=0$이다.

## 단답형

16. 방정식 $\log_5(x+1)+\log_5(x-1)=\log_{25}9$를 만족시키는 실수 $x$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_5(x+1)(x-1)=\log_{25}9=\log_5 3$

$x=2$ //

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+4x$이고 $f(0)=3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$\int f'(x)dx=f(x)=x^3+2x^2+C$

$f(0)=3\to f(x)=x^3+2x^2+3$, $f(1)=6$ //

**18.** $\sum_{k=1}^{6}(k^2+2k)$의 값을 구하시오. [3점]

$$\sum_{k=1}^{6} k^2+2k = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2\cdot\frac{n(n+1)}{2}\Bigg|_{n=6}$$

$$= 133$$

**19.** 상수 $a$에 대하여 함수 $f(x)=3x^3-9x^2+a$의 극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오. [3점]

$$f(2)-f(0) = \int_0^2 f'(x)dx = \int_0^2 9x^2-18x\,dx = 12$$

$$\therefore f(0)=8$$

**20.** 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $0 \le x < 4$일 때 $f(x)=-x^2+4x$이고,
> 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x+4)=f(x)$이다.

방정식 $f(f(x))=f(x)$의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, $n$번째 수를 $a_n$이라 하자.
다음은 $a_{20}+a_{21}+a_{22}$의 값을 구하는 과정이다.

> 방정식 $f(x)=x$의 모든 실근이 0, 3이므로
> 방정식 $f(f(x))=f(x)$의 실근을 구하는 것은
> 방정식 $f(x)\times(f(x)-3)=0$의 실근을 구하는 것과 같다.
>
> $0 \le x < 4$일 때, 방정식 $f(x)\times(f(x)-3)=0$의
> 모든 실근은 0, (가), 3이므로
> $a_1=0$, $a_2=$ (가), $a_3=3$
> 이다. 또한 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x+4)=f(x)$이므로
> 세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$은
> 첫째항이 각각 0, (가), 3이고
> 공차가 모두 (나)인 등차수열이다.
> 따라서 $a_{20}+a_{21}+a_{22}=$ (다)이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 $p$, $q$, $r$이라 할 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. [4점]

$-x^2+4x=0 \cdots 0$

$-x^2+4x=3 \cdots 1, 3 \rightarrow$ (가) : 1

(나) : 4

$a_{3n-2}=4(n-1)$ $a_{3n-1}=4(n-1)+1$ $a_{3n}=4(n-1)+3$

$a_{20}=25$, $a_{21}=27$ $a_{22}=28$

$a_{20}+a_{21}+a_{22}=80$ , (다) : 80

$p+q+r=85$

**21.** 함수 $f(x)=(x-1)(x-2)$와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 실수 $a$에 대하여
> $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{g(x)\times|f(x)|}{f(x)}$의 값과 $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$의 값이
> 모두 존재한다.

$g(-1)$의 값을 구하시오. [4점]

$\displaystyle\lim_{x\to1-} g(x)\cdot\frac{|f(x)|}{f(x)} = g(1)$

$\displaystyle\lim_{x\to1+} g(x)\cdot\frac{|f(x)|}{f(x)} = -g(1)$ 이고, $g(1)=-g(1)$이므로 $g(1)=0$

같은 방법으로 $g(2)=0$이다

$g(x)=f(x)\cdot(x^2+ax+b)$ 라 하자.

$g(1)=g(2)=0$ 이므로

$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$와 $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$이 존재한다.

$\displaystyle\frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}=\frac{|f(x)|\cdot|x^2+ax+b-1|}{f(x)\cdot(x^2+ax+b)}$ 이다.

이때, $x^2+ax+b$가 근을 가지면 반드시 (분모)$=0$이므로 모든 실수 $x$에 대해 $x^2+ax+b\neq0$이다.

또한 $\dfrac{|f(x)|}{f(x)}$는 $x=1$, $x=2$ 근방에서 부호가 바뀌므로

$x^2+ax+b-1=(x-1)(x-2)$ 이다.

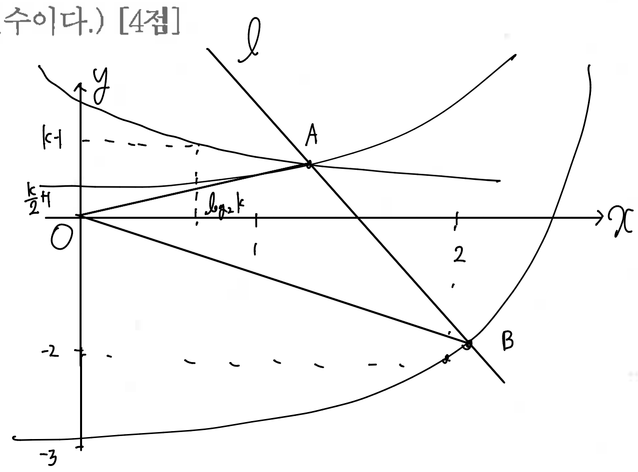
따라서 $g(x)=(x-1)(x-2)\{(x-1)(x-2)+1\}$이다.

$\therefore g(-1)=42$ ״

**22.** $k>1$인 실수 $k$에 대하여 두 곡선

$$y=2^x+\frac{k}{2},\quad y=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+k-2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 $-1$인 직선이 곡선 $y=2^{x-2}-3$과 만나는 점을 B라 하자.
삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k+\log_2 k=\dfrac{q}{p}$이다.
$p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]




A의 $x$좌표를 $p$라 하자.

$2^p+\frac{k}{2}=k\cdot2^{-p}+(k-2)$, $2^{2p}-(2-\frac{k}{2})2^p-k=0$, $k=2^{p+1}$이다

따라서 $A(p,\ 2^{p+1})$이며, $l:\ x+y=p+2^{p+1}$이다

$B(q,\ 2^{q-2}-3)$라 두면, $p-q=2^{q-2}-3-2^{p+1}$이므로

$q=p+3$이다.

$\overline{AB}=3\sqrt2$이고, 직선 $l$과 원점 O와의 거리는 $\dfrac{p+2^{p+1}}{\sqrt2}$이므로

$S=\dfrac{1}{2}\cdot3\sqrt2\cdot\dfrac{p+2^{p+1}}{\sqrt2}=16$, $p+2^{p+1}=\dfrac{32}{3}$이다.

$\therefore k+\log_2 k=2^{p+1}+p+1=\dfrac{32}{3}+1=\dfrac{35}{3}$, $p+q=38$ ״

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(확률과 통계)

**5지선다형**

23. 6개의 문자 $a$, $a$, $a$, $a$, $b$, $c$를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

$\frac{6!}{4!\cdot 1!\cdot 1!} = 30$

24. 두 사건 $A$와 $B$는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A\cup B)=1,\ \mathrm{P}(A^C)=2\mathrm{P}(A)$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$P(A^c) = 1 - P(A) = 2P(A)$

$P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{2}{3}$

25. 다항식 $(2x-1)^5(x+1)$의 전개식에서 $x^3$의 계수는? [3점]

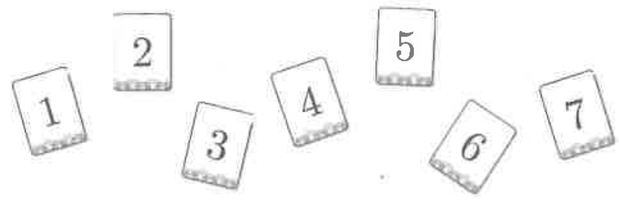
① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

$(2x-1)^5$에서 $x^2$의 계수와 $x^3$ 계수의 합이다.

$\therefore\ {}_5C_2 \cdot 2^2 \cdot (-1)^3 + {}_5C_3 \cdot 2^3 \cdot (-1)^2 = 40$

26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수가 되도록 카드가 놓일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$




양 끝 카드중 적어도 하나는 짝수이다.

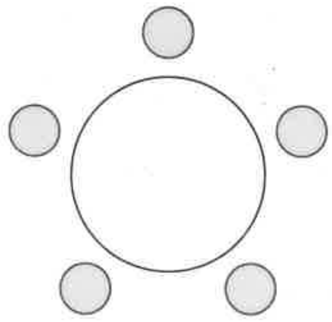
양 끝에 놓는 경우의 수: ${}_7P_2$

그 두 카드 모두 홀수인 경우의 수: ${}_4P_2$

$\therefore\ \frac{{}_4P_2}{{}_7P_2} = \frac{2}{7},\ 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$

**27.** 5명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 남학생 5명, 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 중에서 4명 이상의 남학생을 포함하여 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480



i) 남자 4명, 여자 1명

$_5C_4 \times {}_3C_1 \times (5-1)! = 360$

ii) 남자 5명

$(5-1)! = 24$

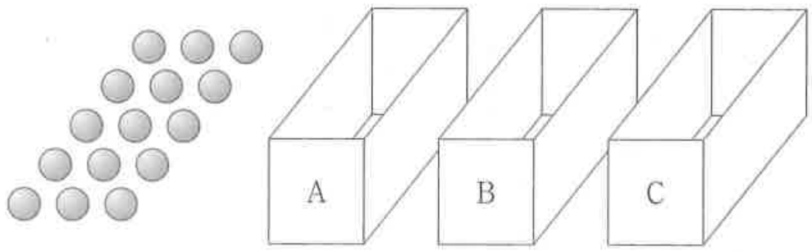
i, ii에 의해 384

**28.** 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져
> 나온 눈의 수가 3의 배수이면
> 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,
> 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
> 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은? [4점]

① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$




3의 배수가 나온 횟수를 $n$이라 하자.

A는 항상 5개, B는 $5+n$개, C는 $5-n$이다.

$5+n$이 홀수이므로 $n = 0, 2, 4$이고,

$5+(5-n) \geq 8$이므로 $n = 0, 2$이다.

이때, $P(X=n) = {}_5C_n \left(\frac{1}{3}\right)^n \left(\frac{2}{3}\right)^{5-n}$ 이므로

$$\therefore \frac{P(X=0)+P(X=2)}{P(X=0)+P(X=2)+P(X=4)} = \frac{\frac{32}{3^5}+\frac{80}{3^5}}{\frac{32}{3^5}+\frac{80}{3^5}+\frac{10}{3^5}} = \frac{56}{61}$$

## 단답형

**29.** 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 $a$, $b$, $c$라 할 때, $a+b=8$ 또는 $b \geq c$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

앞사건을 A, 뒷사건을 B라 하자.

$P(A)$ : $\frac{1}{36} \cdot ({}_5H_2 - 2) = \frac{5}{36}$

$P(B)$ : $\dfrac{1+\frac{1}{6}}{2} = \frac{7}{12}$

$P(A \cap B)$

$b$: n일 때 경우의 수: n개

$\therefore \frac{1}{6^3} \cdot \sum_{b=2}^{6} b = \frac{5}{54}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{17}{27}$. $p+q=44$ //

**30.** 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $x=1, 2, 3, 4$일 때 $f(x+1)+3 \geq f(x)+x$이다.
> (나) $f(2)$의 값은 홀수이다.

$f(2)-f(1) \geq -2$, $f(3)-f(2) \geq -1$, $f(4)-f(3) \geq 0$, $f(5)-f(4) \geq 1$

이제 $f(4)=k$라 하고 보자

2

i) $f(2)=1$

| $f(1)$ | $f(2)$ | $f(3)$ | $f(4)$ | $f(5)$ |
|---|---|---|---|---|
| $1 \sim 3$ | 1 | $? \sim k$ | $k$ | $k+1 \sim 5$ |

이때, $k-1 \geq -1$은 정의역 전체에서 가능하다.

따라서 $3 \times \sum_{k=1}^{5} k(5-k) = 60$

ii) $f(2)=3$

| $f(1)$ | $f(2)$ | $f(3)$ | $f(4)$ | $f(5)$ |
|---|---|---|---|---|
| $1 \sim 5$ | 3 | $? \sim k$ | $k$ | $k+1 \sim 5$ |

이때, $k-3 \geq -1$은 $k \geq 2$일때부터 가능하다.

따라서 $5 \times \sum_{k=2}^{5} (k-1)(5-k) = 50$

iii) $f(2)=5$

| $f(1)$ | $f(2)$ | $f(3)$ | $f(4)$ | $f(5)$ |
|---|---|---|---|---|
| $1 \sim 5$ | 5 | $? \sim k$ | $k$ | $k+1 \sim 5$ |

이때, $k-5 \geq -1$이므로 $k \geq 4$일 때부터 가능하다.

따라서 $5 \times \sum_{k=4}^{5} (k-3)(5-k) = 5$

i ~ iii에 의해 $60+50+5=115$ //

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty} \frac{4\times 3^{n+1}}{2^n+3^n}$ 의 값은? [2점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

$\lim_{n\to\infty} \frac{12\cdot 3^n}{2^n+3^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{12}{\left(\frac{2}{3}\right)^n+1} = 12$

24. 곡선 $3x+y+\cos(xy)=2$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 $x$절편은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$3+\frac{dy}{dx}-\left(y\sin xy+\frac{dy}{dx}\cdot x\sin xy\right)=0$

$\frac{dy}{dx}=\frac{y\sin xy-3}{1-x\sin xy}$

$(0,1)$에서의 기울기: $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0,\,y=1}=-3$

$l$: $y=-3x+1$, $\therefore \frac{1}{3}$

25. 양수 $a$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a-3n}{n}+\frac{an+6}{n+a}\right)$이 실수 $S$에 수렴할 때, $a+S$의 값은? [3점]

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{a-3n}{n}+\frac{an+6}{n+a}\right)=-3+a=0$

$\therefore a=3$

$\frac{3-3n}{n}+\frac{3n+6}{n+3}=\frac{3}{n}-\frac{3}{n+3}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3-3n}{n}+\frac{3n+6}{n+3}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{n}-\frac{3}{n+3}$

$=\lim_{n\to\infty}3\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}-\frac{1}{n+3}\right)$

$=\frac{11}{2}$

$\therefore a+S=\frac{17}{2}$

26. 함수 $f(x)=e^{3x}-3e^{2x}+4e^{x}$의 역함수를 $g(x)$라 하자. $g'(a)=\frac{1}{8}$이 되도록 하는 실수 $a$에 대하여 $a+f'(g(a))$의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$g'(a)=\frac{1}{8} \rightarrow f'(g(a))=8$

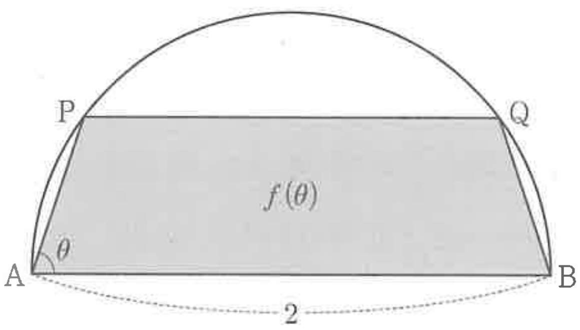
$f'(x)=3e^{3x}-6e^{2x}+4e^{x}$

$g(a)=t$라 하면, $f(t)=a$이다

$f'(t)=8 \rightarrow t=\ln 2 \rightarrow a=f(\ln 2)=4$

$\therefore a+f'(g(a))=12$

**27.** 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta\left(\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$라 하고, 점 P를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 사각형 ABQP의 넓이를 $f(\theta)$라 하고, $\overline{AP} : \overline{BP} = 1:3$이 되도록 하는 $\theta$의 값을 $a$라 할 때, $f'(a)$의 값은? [3점]




① $-\frac{64}{25}$ ② $-\frac{59}{25}$ ③ $-\frac{54}{25}$
④ $-\frac{49}{25}$ ⑤ $-\frac{44}{25}$

let $\overline{AP} = l$, $\overline{BP} = 3l$

$10l^2 = 4$, $l = a = \sqrt{\frac{2}{5}}$이고, $\tan\theta = 3$이므로 $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}$이다

$9l^2 = l^2 + 4 - 4l\cos\theta$, $\cos\theta = \frac{1}{l} - 2l$이다

$\frac{dl}{d\theta}\cdot(-\sin\theta) = -\frac{1}{l^2} - 2$, $\frac{dl}{d\theta} = \frac{\sqrt{10}}{6}$이다

$\overline{PQ} = 2 - 2l\cos\theta$, $h = l\sin\theta$이므로

$f(\theta) = \frac{1}{2}\cdot(2 + 2 - 2l\cos\theta)\cdot l\sin\theta$
$= 2 - l^2\sin\theta\cdot\cos\theta$

$f'(\theta) = -2l\sin\theta\cdot\cos\theta - l^2\cdot\frac{dl}{d\theta}\cdot\cos^2\theta - \sin^2\theta$

대입하면 $f'(a) = -\frac{54}{25}$

**28.** 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$와 두 상수 $a$, $b$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 $x$에 대하여
> $$\left(f(x)\right)^5 + \left(f(x)\right)^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$
> 이다.
>
> (나) $f(-3)f(3) < 0$, $f'(2) > 0$

① $-3e^{-\frac{4}{3}}$ ② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$ ③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$
④ $e^{-\frac{4}{3}}$ ⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

let $g(x) = x^5 + x^3$, $h(x) = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right) - (ax + b)$

$g(f(x)) = h(x)$이다.

이때, $g(0) = g'(0) = g''(0)$이고, $\exists f''(x)$이므로 $f(\alpha) = 0$인 $\alpha$에 대해

$h(\alpha) = h'(\alpha) = h''(\alpha) = 0$이다.

$h''(\alpha) = \frac{(\alpha+2)(\alpha-1)}{\left(\alpha^2 + \alpha + \frac{5}{2}\right)^2} = 0$이므로

$\alpha = -2$ or $1$이다.

$g'(f(x))\cdot f'(x) = h(x)$이고, $g'(f(x)) > 0$이므로 $f'(x)$와 $h'(x)$의 부호는 같다.

i) $\alpha = -2$, $h'(\alpha) = 0 \to \left.\frac{2\alpha+1}{\alpha^2 + \alpha + \frac{5}{2}}\right|_{\alpha=-2} - a = 0$, $a = -\frac{2}{3}$

$h'(2) = \frac{5}{\frac{17}{2}} + \frac{2}{3} > 0$

ii) $\alpha = 1$ $h'(\alpha) = 0 \to \left.\frac{2\alpha+1}{\alpha^2 + \alpha + \frac{5}{2}}\right|_{\alpha=1} - a = 0$, $\alpha = \frac{2}{3}$

$h'(2) = \frac{5}{\frac{17}{2}} - \frac{2}{3} < 0$

$\therefore \alpha = -2$, $a = \frac{2}{3}$

$h(0) = 0 \to b = \ln\frac{9}{2} - \frac{4}{3}$

$\therefore ae^b = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{2}\cdot e^{-\frac{4}{3}} = -3e^{-\frac{4}{3}}$

## 단답형

**29.** 두 정수 $\alpha$, $\beta\,(\alpha>\beta)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> 모든 자연수 $n$에 대하여
>
> $a_n=\alpha\times\sin\frac{n}{2}\pi+\beta\times\cos\frac{n}{2}\pi$
>
> 이고, $a_1\times a_2\times a_3\times a_4=4$이다.

수열 $\{a_n\}$과 $b_1>0$인 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_{4n-2}\,b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}(a_{4n-3}\,b_{2n})=6$$

일 때, $b_1\times b_3=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$a_{4n-3}=\alpha,\ a_{4n-2}=-\beta,\ a_{4n-1}=-\alpha,\ a_{4n}=\beta$ $(n\in\mathbb{N})$이므로

$\alpha^2\beta^2=4$이다 이때, 가능한 $(\alpha,\beta)$는 $(2,1)(2,-1),(1,$

$b_n=b_1\cdot r^{n-1}$이라 하면,

$\sum_{n=1}^{\infty}a_{4n-2}\,b_n=-\beta\cdot\frac{b_1}{1-r}=6$

$\sum_{n=1}^{\infty}a_{4n-3}\,b_n=-\alpha\cdot\frac{b_1 r}{1-r^2}=6$이다.

$b_1>0$이므로 $\beta<0$이다. 따라서 $(\alpha,\beta)=(2,-1),(1,-2),(-1,-2)$뿐이다.

양변을 나누면 $\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{1+r}{r}=1$이다.

$\frac{\beta}{\alpha}=-2,-\frac{1}{2},2$이고, $|r|<1$을 만족시키려면,

$\alpha=-1,\ \beta=-2,\ r=-\frac{2}{3}$이다. 따라서 $b_1=5$, $b_3=\frac{20}{9}$이므로

$b_1b_3=\frac{100}{9}$, $p+q=109$

**30.** 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\left|f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)\right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극소이고, $g(0)>0$이다.
>
> (나) $g'(\ln 3)<0$, $|g'(-\ln 3)|=\frac{3}{8}g(-\ln 3)$

$g(0)$의 최솟값을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$t=\frac{2}{1+e^{-x}}$라 하면, $0<t<2$이다. 또한, $t'>0$이다.

$g'(0)=0\rightarrow|f'(1)\cdot t'|=0$, $f'(1)=0$이다.

$f(x)=(x-1)^2(x-a)+b$라 하자.

$f(t)$의 근이 존재하면, $t'>0$이기 때문에 미분 불가하다.

즉, $f(t)>0$ 또는 $f(t)<0$인데, $f(1)>0$이므로 $f(t)>0$

$g'(\ln 3)=f(\frac{3}{2})\cdot f'(\frac{3}{2})=a(\frac{7}{4}-a)<0\rightarrow a<0$ or $a>\frac{7}{4}$

$|g'(-\ln 3)|=|f'(\frac{1}{2})\cdot\frac{3}{8}|=\frac{3}{8}|a-\frac{1}{4}|$ $\quad g(-\ln 3)=f(\frac{1}{2})=-\frac{1}{4}a+b+\frac{1}{8}$

i) $f'(\frac{1}{2})=a-\frac{1}{4}$

$b=\frac{5}{4}a-\frac{3}{8}$

$f(0)=\frac{1}{4}a-\frac{3}{8}>0$이므로 $a>\frac{3}{2}$

$t=1$일 때 $f(t)$가 극솟값을 가지므로 $g''(0)>0$

$g''(0)=f''(1)\cdot t'+f'(1)\cdot t''\Big|_{x=0}=(1-a)(\frac{5}{4}a-\frac{3}{8})>0$, $\frac{3}{10}<a<1$

따라서 이를 만족하는 $a$는 존재하지 않는다

ii) $f'(\frac{1}{2})=\frac{1}{4}-a$

$b=-\frac{3}{4}a+\frac{1}{8}$

위와 같은 방법으로 $\frac{17}{14}\le a<\frac{7}{4}$을 얻는다

$g(0)=|b|=\frac{3}{4}a-\frac{1}{8}$이고, $\frac{11}{14}\le g(0)<\frac{19}{16}$이므로 $p+q=25$

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.