

제 2 교시

5지선다형

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 3x^2 - 2$

$f'(1) = 1$

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$

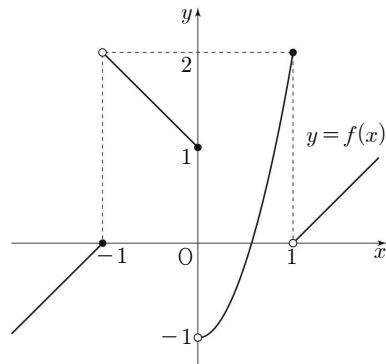
를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$k^2 + 1 = 3k^2$

$k^2 = \frac{1}{2}$ $k = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$0 + (-1) = -1$

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

$$f'(x) = 2(x^2 - 2x + 5) + (2x + 1)(2x - 2)$$

$$f'(2) = 10 + 10 = 20$$

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta \tan\theta + \cos\theta = 3$ 일 때,

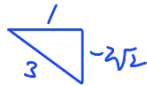
$\sin\theta - \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$$\frac{s^2}{c} + c = 3$$

$$s^2 + c^2 = 3c$$

$$1 = 3c, c = \frac{1}{3}$$



$$\sin\theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}, \tan\theta = -2\sqrt{2}$$

$$\sin\theta - \tan\theta = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
 (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

$$D = k^2 - 4k + 4 \leq 0$$

$$(k-2)^2 \leq 0, \quad k=2$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 2$$

$$f(3) = 9 - 9 + 3 + 2 = 5$$

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$2^{|x|} = t \quad (t > 0)$$

$$t + \frac{64}{t} \leq 20$$

$$t^2 - 20t + 64 \leq 0$$

$$4 \leq t \leq 16$$

$$2^2 \leq 2^{|x|} \leq 2^4$$

$$2 \leq |x| \leq 4$$

$$x = \pm 2, \pm 3, \pm 4$$

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$$\int_0^1 f'(t)dt = k$$

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + k$$

$$x=0 \rightarrow 0 = -3 + k, k=3$$

$$f(x) = ax^2 + 2$$

$$f'(x) = 2ax$$

$$\int_0^1 f'(t)dt = a = k = 3 \quad \therefore f(x) = 3x^2 + 2$$

$$\int_0^2 (3x^2 + 2)dx = 6 + 4 = 12$$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4} = \frac{n}{4(2n+1)}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$$\frac{1}{a_n b_n} = \frac{n}{4(2n+1)} - \frac{n-1}{4(2n-1)}$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{(2n+1)(2n-1)} \right)$$

$$= \frac{1}{(4n+2)(4n-2)} \quad (n \geq 2)$$

$$\frac{1}{a_n b_n} = \frac{1}{12} \quad \text{이러므로} \quad \therefore a_n b_n = \frac{1}{(4n+2)(4n-2)}$$

a_n, b_n 공차 4

$$\therefore a_n + b_n = (4n+2) + (4n-2) = 8n$$

$$\sum_{k=1}^5 8k = 8 \times 15 = 120$$

4

수학 영역

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = kt^3 - 6t^2 + t$$

이다. 양수 k 에 대하여 시각 $t = k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시각 $t = 2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

$$v|t = 3kt^2 - 12t + 1$$

$$v|k = 3k^3 - 12k + 1 = 1$$

$$3k^3 - 4k = 0 \quad k = 2$$

$$a|t = 6kt - 12 = 12t - 12$$

$$a|4 = 36$$

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1), k, t$ 에 대하여

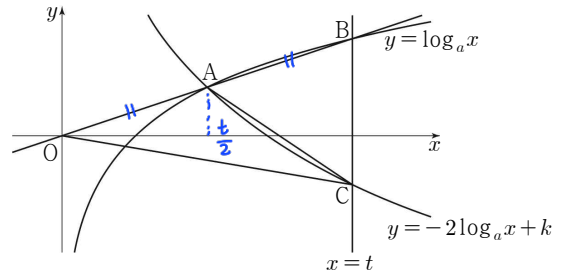
두 곡선 $y = \log_a x, y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고,

직선 $x = t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x, y = -2\log_a x + k$ 와 만나는

점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고

두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때, $a \times k \times t$ 의 값은?

(단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 24 ⑤ $24\sqrt{2}$

$$\log_a t = 2 \cdot \log_a \frac{t}{2}, \quad t = \frac{t}{2}, \quad t = 4$$

$$B(4, \log_a 4), C(4, -2\log_a 4 + k), A(2, \log_a 2) = (2, -2\log_a 2 + k)$$

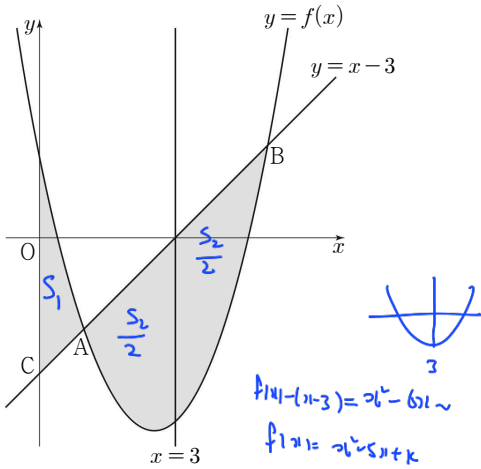
$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 4 \times (3\log_a 4 - k) = 4$$

$$3\log_a 2 = 2, \quad a^3 = 2^2, \quad a = \sqrt[3]{4}, \quad k = 2$$

$$\therefore a \times k \times t = 16\sqrt{2}$$

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인
 두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라
 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의
 넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
 직선 $x=3$ 이 이등분하고, $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?
 (단, 점 A의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.)
[4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



$$\int_0^3 (x^2 - 5x + k - (x - 3)) dx = S_1 - \frac{S_2}{2} = -3$$

$$\int_0^3 f(x) dx = -3 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 3x \right]_0^3 = \frac{-15}{2}$$

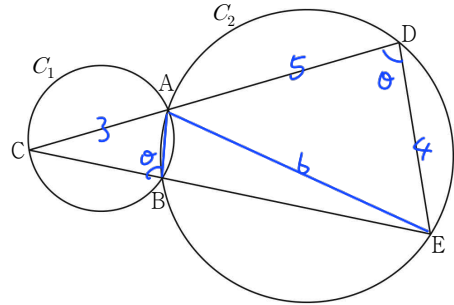
$$\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + kx \right]_0^3 = 9 - \frac{45}{2} + 3k = \frac{-15}{2}, k = 2$$

$$f(x) = x^2 - 5x + 2, f(-1) = 9$$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가
 만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의
 두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가
 각각 한 직선 위에 있다.

$$r_1 : r_2 = 1 : 2, \overline{AC} = 3, \overline{AD} = 5, \overline{DE} = 4$$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

$$r_1 : r_2 = 1 : 2 \rightarrow \overline{AO} : \overline{BO} = 1 : 2 \quad \therefore \overline{AB} = 6$$

$$\triangle ADE: \cos \theta = \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

$$\triangle DCE: CE^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{1}{5} = 72$$

$$\therefore CE = 6\sqrt{2}$$

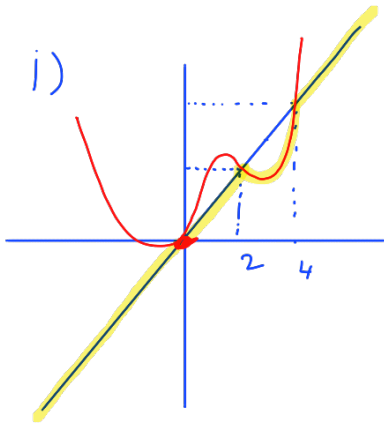
15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $\{g(x)-x\}\{g(x)-f(x)\}=0$ 을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

- (가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2}$ 의 값은 존재하지 않는다. **미분**
 (나) $x \geq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다. **원점대칭**

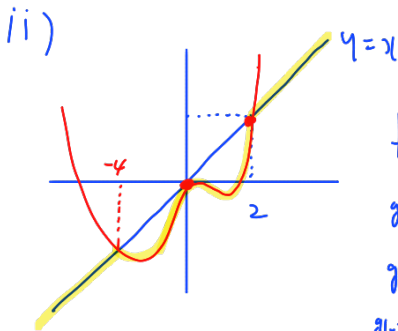
- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$

$g(x) = x$ or $g(x) = f(x)$, (가) $f(x) = x^4$ 가 $x=2$ 에서 $x=3$ 까지 $g(x) = x$ 를 넘어서



$f(x) = x^4 + a(x-2)(x-4) + x$
 $g(2) = 2$
 $g(3) = f(3) = -6$
 $\frac{g(-2)}{g(3)} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}$



$f(x) = x^4 + a(x-2)(x+4) + x$
 $g(2) = f(2) = -32 - 2 = -34$
 $g(3) = 3$
 $\frac{g(-2)}{g(3)} = \frac{-34}{3}$
 $\therefore \frac{1}{3} - \frac{34}{3} = -11$

단답형

16. 방정식

$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

10

$x > 3$
 $x > \frac{1}{5}$
 $(x-3)^2 = 5x-1$
 $x^2 - 11x + 10 = 0$
 $x = 1, 10$
 $\therefore x = 10$ ($\because x > 3$)

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x) dx = \int_0^a (x^2 + x) dx$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

2

$\int_0^a (3x^2 - 4x) dx = 0$

$a^3 - 2a^2 = 0$

$a = 2$

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

23

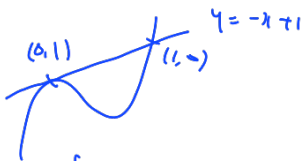
$$\sum_{k=1}^5 a_k + 15 = 30$$

$$\sum_{k=1}^5 a_k = 15 \quad \therefore 30 + \sum_{k=1}^5 b_k = 53$$

$$\sum_{k=1}^5 b_k = 23$$

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

16



$$f'(x) = x^2(1-x) - 1 + 1$$

$$f(3) = 16$$

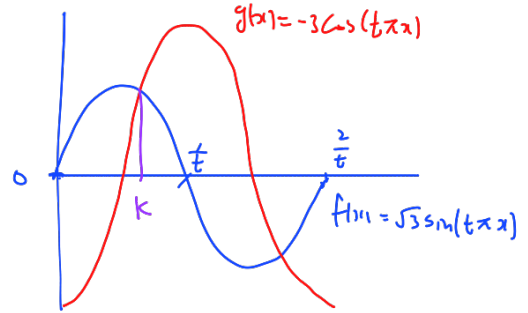
20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3 \cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때,

$60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

110



$$\sqrt{3} \sin(t\pi k) = 3k$$

$$-3 \cos(t\pi k) = 3k$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{3} \tan(t\pi k) = 1, \quad \tan t\pi k = -\sqrt{3}$$

$$t\pi k = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{3} \sin \frac{2}{3} \pi = 3k$$

$$\therefore \frac{3}{2} = 3k, \quad k = \frac{1}{2}, \quad t = \frac{4}{3}$$

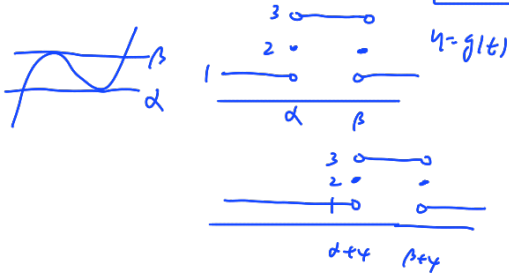
$$60\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2}\right) = 80 + 30 = 110$$

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

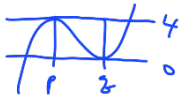
함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

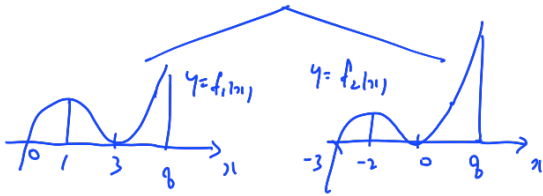
200



$t=0, t=a$ 불연속 $\Rightarrow d=0, d+4=\beta, \beta+4=a$
 $\therefore d=0, \beta=4, a=8$



$\frac{1}{2}(8-1)^2=4, 8-p=2$
 $f(0)=0$



$f_1(x) = x(x-1)(x-3), f_1(8) < f_2(8)$
 $f(8) = 200$

22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 \times a_2 > 0$
- (나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

71

$a_1 < 0 \rightarrow a_2 \geq 0$ (가) x $\therefore a_1 > 0$

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	
x	$-2x+3$	$4x-3$	p^2	p^4	$(p=0)$ ①
$+$	$+$	p	$-3 < p \leq 0$	$-2p+3$	$(-3 < p < 0)$ ②
$0 < x < \frac{3}{2}$		$-3 < p < 3$	$-2p+3$	$(-2p+3)^2$	$(\frac{3}{2} < p < 3)$ ③
			$0 < p < 3$	$4p-3$	$(0 < p < \frac{3}{2})$ ④

$p=0$ ① $p=p^4, p=0, d=\frac{3}{4}$

$-3 < p < 0$ ② $p=-2p^2+3, (2p+1)(p-1), p=-\frac{3}{2}, d=\frac{3}{8}$

$\frac{3}{2} < p < 3$ ③ $p=4p^2-1, p=9$
 $(4p-9)(p-1)=0, p=\frac{9}{4}, d=\frac{21}{16}$

$0 < p < \frac{3}{2}$ ④ $p=4p-3, p=1, d=1$

$\therefore \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{21}{16} + 1 = \frac{39+16}{16} = \frac{55}{16}$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(확률과 통계)

제 2 교시

5지선다형

23. 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

24. 다항식 $\left(x + \frac{1}{2}\right)^8$ 의 전개식에서 x^5 의 계수는? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$8C_5 x^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7x^5$$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 세 주사위 A, B, C를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a \times b \times c$ 의 값이 3의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{17}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{19}{27}$ ④ $\frac{20}{27}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

3.6
 $\{1, 2, 4, 5\} \rightarrow \frac{2}{3}$ $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{19}{27}$

26. 흰 공 5개와 검은 공 10개를 네 주머니 A, B, C, D에 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 넣는 경우의 수는? (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않고, 검은 공을 넣지 않는 주머니가 있을 수 있다.) [3점]

- (가) 각 주머니에 흰 공을 1개 이상씩 넣는다.
 (나) 세 주머니 A, B, C에 넣는 흰 공의 개수의 합은 주머니 D에 넣는 검은 공의 개수와 같다.

- ① 120 ② 135 ③ 150 ④ 165 ⑤ 180

	A	B	C	D	
W	1	1	1	2	$3H_7 = 36$
B				3	
W	2	1	1	1	$3 \times 3H_6 = 84$
B				4	

수학 영역(확률과 통계)

3

27. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 5장씩 있다.
이 20장의 카드 중에서 5장을 택해 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로
나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가
적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

(가) 나열한 5장의 카드에 적힌 수의 곱은 96이다.
(나) 오른쪽 끝에 놓인 카드에 적힌 수는 짝수이다.

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

$$96 = 2^5 \times 3$$

$\left[\begin{array}{l} 3 \ 4 \ 4 \ 2 \ 1 \\ 3 \ 4 \ 2 \ 2 \ 2 \end{array} \right.$

i) $3 \ 4 \ 4 \ 2 \ 1$ $\begin{array}{l} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array}} \right) 36$

ii) $3 \ 4 \ 2 \ 2 \ 2$ $\begin{array}{l} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array}} \right) 16$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는
함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

(가) $2f(1) + 2f(2) + f(6) = f(3) + 16$
(나) $f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq f(6)$

- ① 288 ② 300 ③ 312 ④ 324 ⑤ 336

(가) $f(1)+f(2) = 8 + \frac{f(3)-f(6)}{2}$ $f(3)-f(6) : -4, -2, 0, 2, 4$
 $f(1)+f(2) = 6, 7, 8, \dots$ (x)
 $\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5\text{가} & 6\text{가} & 5\text{가} \end{array} \left| \begin{array}{l} \\ \\ \hline f(3) \leq f(6) \end{array} \right.$

	$f(3)$	$f(4)$	$f(5)$	$f(6)$	
$f(3)-f(6) = -4$	1			5	$2 \times 4 \times 2 \times 5 = 150$
	2			6	

$f(3)-f(4) = 2$	1		3		
	2		2		$4 \times 2 \times 2 \times 6 = 144$
	4		6		

$f(3)-f(4) = 0$	1		1		
	2		2		$6 \times 1 \times 5 = 30$
	6		6		

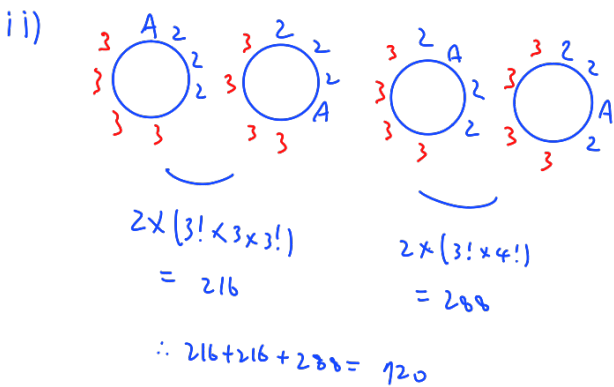
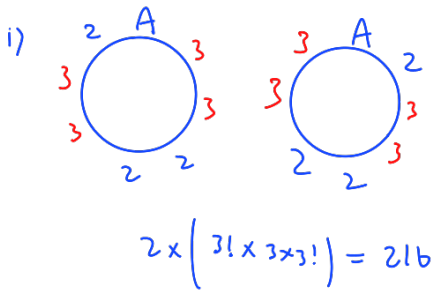
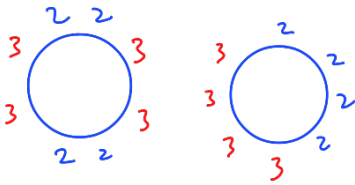
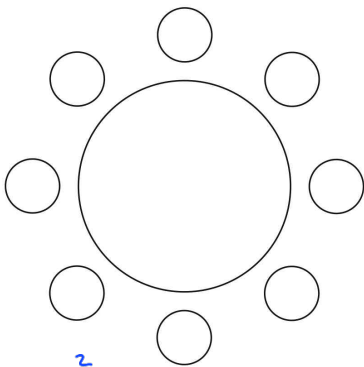
$\therefore 150 + 144 + 30 = 324$

단답형

29. 학생 A를 포함한 4명의 2학년 학생과 학생 B를 포함한 4명의 3학년 학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 각 학생은 자신과 이웃한 두 학생 중 적어도 한 명과 같은 학년이다.
- (나) A와 B는 이웃하지 않는다.

720

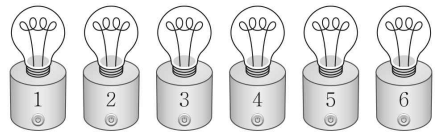


30. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 전구가 있다. 이 6개의 전구는 모두 꺼져 있고, 각 전구는 전원 버튼을 누를 때마다 켜짐과 꺼짐이 전환된다. 이 6개의 전구와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 n 일 때, n 이하의 숫자가 적힌 모든 전구의 전원 버튼을 한 번씩 누른다.

이 시행을 5번 반복할 때, 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d, e 라 하자. 5번째 시행 후 전구가 모두 켜져 있도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수를 구하시오. [4점]

376



$$\begin{array}{r|cccccc}
 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\
 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow 1 \\
 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow 5 \times 5_2 = 50 \\
 1 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow 5 \times 5 = 25 \\
 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & \rightarrow 5_2 \times \frac{5!}{2!2!} = 300 \\
 \hline
 & & & & & & \therefore 1 + 50 + 25 + 300 = 376
 \end{array}$$

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ② $2 \ln 2$ ③ $3 \ln 2$ ④ $4 \ln 2$ ⑤ $5 \ln 2$

24. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t-2}, \quad y = \frac{\ln t}{t}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\left. \frac{\frac{1-\ln t}{t^2}}{2e^{2t-2}} \right|_{t=1} = \frac{1}{2}$$

2

수학 영역(미적분)

25. 두 양수 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn} - bn) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(bn-1)^2}{(b+6)n^2+1}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

$a = 6$

$$\frac{b}{\sqrt{a+b}} = \frac{b^2}{b+b}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{b^2}{b+b}, \quad 2b^2 - b - b = 0$$

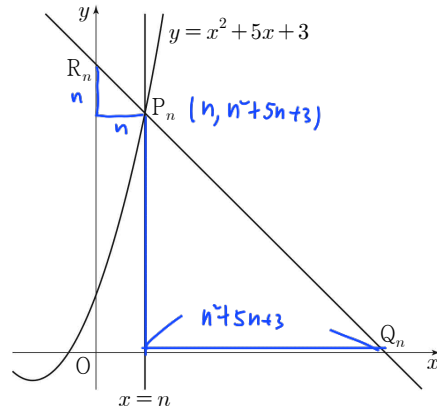
$$(2b+3)(b-2) = 0$$

$$b=2, a=4$$

26. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 + 5x + 3$ 과 직선 $x = n$ 이 만나는 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q_n , y 축과 만나는 점을 R_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{2}}{P_n Q_n - P_n R_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$



$$\overline{P_n Q_n} = \sqrt{2}(n^2 + 5n + 3)$$

$$\overline{P_n R_n} = \sqrt{2}n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n^2 + 4n + 3} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(n+1)(n+3)}$$

$$= \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{5}{4}$$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖고, 모든 실수 x 에 대하여

$$e^{2f(x)} - e^{f(2x)} - 2e^{3x} = 0$$

을 만족시킨다. $g'(f(0))$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\eta = 0 \rightarrow e^{2f(0)} - e^{f(0)} - 2 = 0$$

$$(e^{f(0)} - 2)(e^{f(0)} + 1) = 0, \quad e^{f(0)} = 2$$

$$\text{미분} \Rightarrow 2f'(x)e^{2f(x)} - 2f'(2x)e^{f(2x)} - 6e^{3x} = 0$$

$$\eta = 0 \rightarrow 2f'(0) \cdot 4 - 2f'(0) \cdot 2 - 6 = 0$$

$$\therefore f'(0) = \frac{3}{2}, \quad g'(f(0)) = \frac{1}{f'(0)} = \frac{2}{3}$$

28. 7π 보다 작은 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \sin(a + b \cos x) \quad -1 \leq f(x) \leq 1$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 방정식 $f'(x) = b$ 의 해가 존재한다.

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin\left(f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{b}{a}$$

- ① 5π ② $\frac{25}{4}\pi$ ③ $\frac{15}{2}\pi$ ④ $\frac{35}{4}\pi$ ⑤ 10π

$$(가) f'(x) = \cos(a + b \cos x) (-b \sin x) = b \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

$$\cos(a + b \cos x) \sin x = -1, \quad \sin x \cos x \cos a$$

-1	1	1	0	-1	$\rightarrow a = \pi, 3\pi, 5\pi$
1	-1	-1	0	1	$\rightarrow a = 2\pi, 4\pi, 6\pi$

$$(나) \eta \rightarrow 0 \quad \sin f(a) \pi = 0 \quad \therefore f(a) = -1, 0, 1$$

$$f(a) = \sin(a + b \cos a) = -1 \text{ or } 0 \text{ or } 1$$

$$\sin\left(f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right)\right) = g(x) \rightarrow (나) g'(0) = 0$$

$$g'(x) = \cos f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right) \times \frac{f(a)}{4}$$

$$g'(0) = \frac{f(a)}{4} \cos f(a) = \frac{b}{a}$$

$$f(a) = 1 \rightarrow -\frac{1}{4} \quad (x)$$

$$f(a) = 0 \rightarrow 0 \quad (x)$$

$$f(a) = -1 \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{b}{a} \quad \therefore a = 4b < 7\pi$$

$$\downarrow \quad \begin{matrix} a < b < \frac{7}{4}\pi \\ b = \frac{a}{4} \end{matrix}$$

$$f(a) = \sin b(4 + \cos a) = -1$$

$$\cos a = -1 \quad \sin 3b = \sin \frac{3a}{4} = -1 \quad (X)$$

$(a = \pi, 3\pi, 5\pi)$

$$\cos a = 1 \quad \sin 5b = \sin \frac{5a}{4} = -1, \quad a = 6\pi$$

$(a = 2\pi, 4\pi, 6\pi)$ $b = \frac{3}{2}\pi$

$$\therefore a+b = \frac{15}{2}\pi$$

수학 영역(기하)

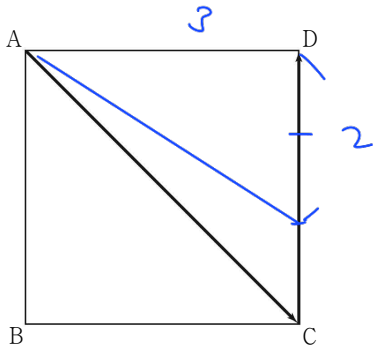
제 2 교시

1

5지선다형

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD에서

$\left| \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3} \overrightarrow{CD} \right|$ 의 값은? [2점]



- ① $\sqrt{13}$ ② $\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ 4 ⑤ $\sqrt{17}$

24. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 의 장축의 길이가 단축의 길이의 2배가 되도록 하는 모든 양수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$2a = 8, a = 4$

$4 = 4a, a = 1$

25. 양수 p 에 대하여 포물선 $y^2 = 4px$ 위의 점 $\left(\frac{1}{p}, 2\right)$ 에서의 접선이 포물선의 준선과 만나는 점의 y 좌표가 $-\frac{5}{4}$ 일 때, p 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

$$2y = 2p\left(x + \frac{c}{p}\right) \quad x = -p$$

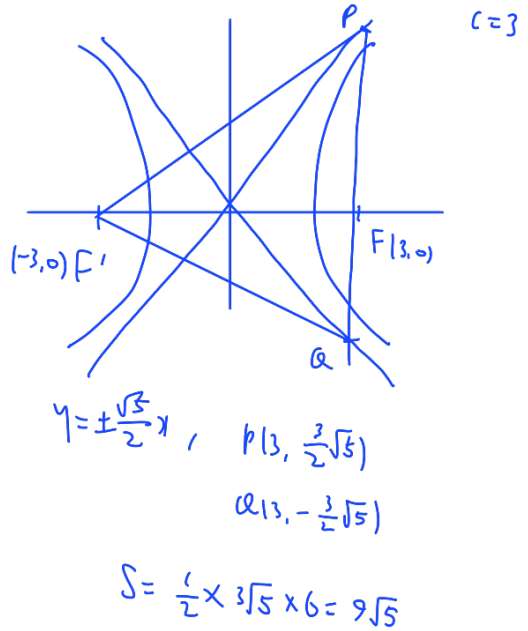
$$\left(-p, -\frac{5}{4}\right)$$

$$-\frac{5}{4} = 2p\left(-p + \frac{c}{p}\right) = -2p^2 + 2c$$

$$2p^2 = \frac{9}{2}, \quad p = \frac{3}{2}$$

26. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)(c > 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$ 에 대하여 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 쌍곡선의 두 점근선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 삼각형 $F'PQ$ 의 넓이는? [3점]

- ① $5\sqrt{5}$ ② $6\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $9\sqrt{5}$

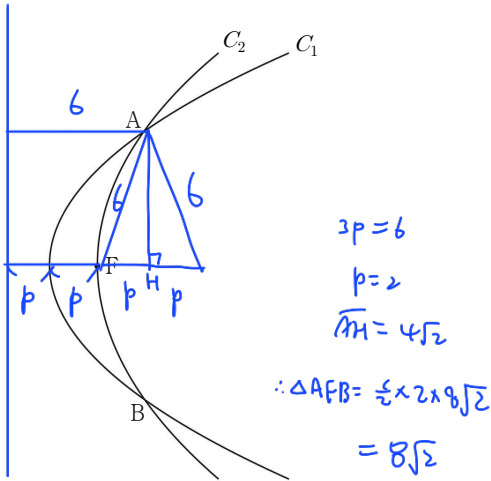


수학 영역(기하)

3

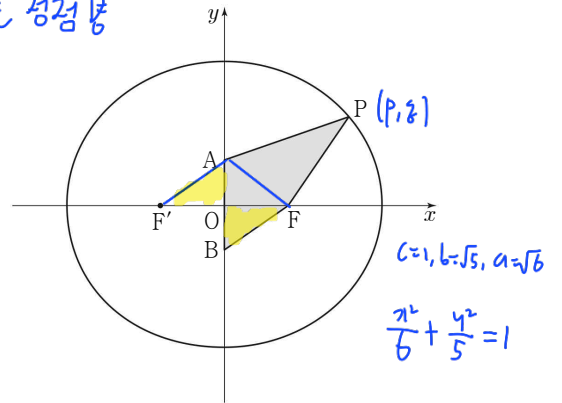
27. 포물선 C_1 의 초점 F에 대하여 점 F를 꼭짓점으로 하는 포물선 C_2 가 있다. 두 포물선 C_1, C_2 는 준선이 서로 일치하고 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. $\overline{AF}=6$ 일 때, 삼각형 AFB의 넓이는? [3점]

- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$



28. 그림과 같이 두 초점이 $F(1, 0), F'(-1, 0)$ 이고 단축의 길이가 $2\sqrt{5}$ 인 타원과 y 축 위의 점 A가 있다. 점 A를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 제1사분면에서 이 타원 위를 움직이는 점 P에 대하여 네 선분 AB, BF, FP, PA로 둘러싸인 도형의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 $P_0(a, b)$ 라 하자. $\overline{BF} + \overline{FP_0} + \overline{P_0A} = 2\sqrt{6}$ 일 때, $a \times b$ 의 값은? (단, 점 A의 y 좌표는 양수이고, $\overline{AB} < 2\sqrt{5}$ 이다.) [4점]

A는 정점용

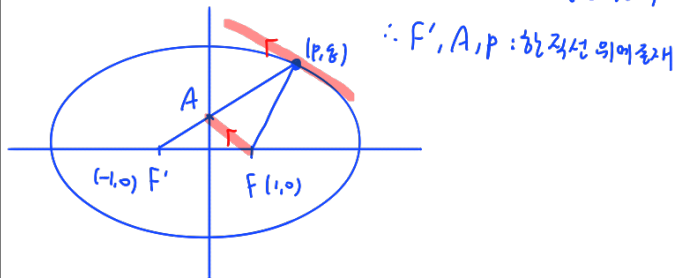


- ① $\frac{11\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{13\sqrt{2}}{8}$ ④ $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $\frac{15\sqrt{2}}{8}$

$\Delta OFB = \Delta AOF'$

$\therefore \square AF'FP$ 회피, $\Delta AF'F$ 밑변 $\Rightarrow \Delta AFP$ 회피
 AF 기둥기 = P 점선기둥기

$\overline{BF} + \overline{FP_0} + \overline{P_0A} = \overline{F'A} + \overline{FP_0} + \overline{P_0A} = 2\sqrt{6}$ (각각기둥기)



$F'A: y = \frac{2}{p+1}(x+1) \quad \left| \quad \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1, 5p^2 + 6y^2 = 30 \right.$

$A(0, \frac{2}{p+1}) \quad \left| \quad \frac{p^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1, 기둥기 - \frac{5p}{6} \right.$

AF 기둥기 = $\frac{-y}{p+1} =$

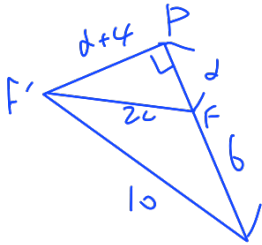
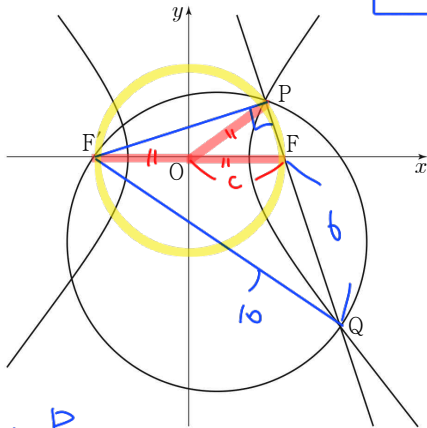
$\therefore \frac{2}{p+1} = \frac{5p}{6}, 5p^2 + 5p = 6y^2 = 30 - 5p^2$

$2p^2 + p - 6 = 0 \quad p = \frac{3}{2}, y = \frac{2}{5}, z = \frac{5\sqrt{2}}{4}$
 $\frac{2p}{p} = -3 \quad \frac{p}{p} = +2 \quad x \times z = \frac{15\sqrt{2}}{8}$

단답형

29. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 제1사분면에 있는 점 P와 이 쌍곡선 위의 제4사분면에 있는 점 Q에 대하여 직선 PQ가 점 F를 지나고 $\overline{OF} = \overline{OP}$ 이다. 세 점 P, F', Q를 지나는 원의 넓이가 25π 이고 $\overline{F'Q} : \overline{FQ} = 5 : 3$ 일 때, $c^2 \times \overline{PF}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

20



$$\overline{OF'} - \overline{OF} = 4 = \overline{PF'} - \overline{PF}$$

$$\therefore \overline{PF'} = d+4$$

$$\overline{PF} = d$$

$$100 = (d+4)^2 + (d+4)^2$$

$$d^2 + 10d - 24 = 0$$

$$(d-2)(d+12) = 0 \quad d = 2$$

$$\Delta PFF' \Rightarrow 4c^2 = 36 + 4 = 40 \quad \therefore c^2 = 10$$

$$\overline{PF} = d = 2$$

$$10 \times 2 = 20$$

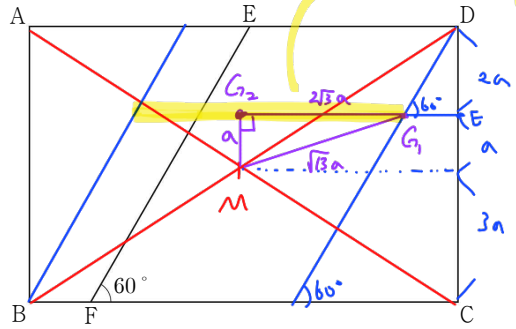
30. 그림과 같이 $\overline{AD} = 8\sqrt{3}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 두 점 E, F가 점 E는 선분 AD 위를, 점 F는 선분 BC 위를 $\angle CFE = 60^\circ$ 를 만족시키며 움직인다. 선분 EF를 1:2로 내분하는 점을 G라 할 때, 점 G가 다음 조건을 만족시킨다.

$|\overline{GA} + \overline{GC}|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M : m = \sqrt{13} : 1$ 이다.

$|\overline{GA} + \overline{GC}|$ 의 값이 최대일 때의 점 G를 G_1 , 최소일 때의 점 G를 G_2 라 하자. 삼각형 BG_1G_2 의 넓이를 S라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. (단, $AB \leq 18$) [4점]

243

G의 자취



$$|\overline{GA} + \overline{GC}| = |2\overline{GM}|$$

$$\text{최대} : G_1$$

$$\text{최소} : G_2$$

$$|\overline{G_1M}| : |\overline{G_2M}| = \sqrt{13} : 1$$

$$\sqrt{13}a : a \Rightarrow |\overline{G_1G_2}| = 2\sqrt{3}a, |\overline{G_1E}| = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}a = 2\sqrt{3}(2-a)$$

$$|\overline{G_1E}| \times \sqrt{3} = 2a \quad \therefore 6(2-a) = 2a, a = \frac{3}{2}$$

$$\Delta BG_1G_2 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}a \times 4a = 4\sqrt{3}a^2 = 9\sqrt{3}$$

$$\therefore S^2 = 81 \times 3 = 243$$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.