

제 2 교시

수학 영역(A형)

5지선다형

1. $2^{\frac{1}{2}} \times 4^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

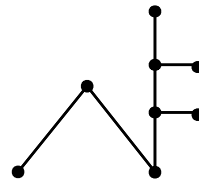
2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n-3)}{n^2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는? [3점]



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

2

수학 영역(A형)

5. 함수 $f(x) = 2x^2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\int_1^2 \frac{3x^3 - 1}{x} dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

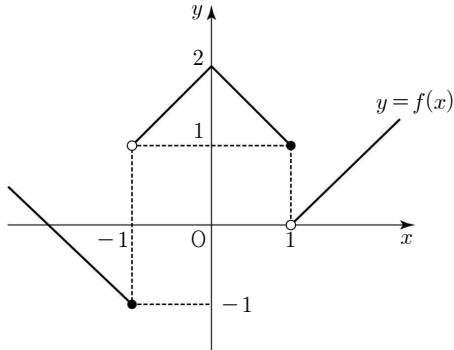
7. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(b_n - \frac{n+2}{n} \right) = 0$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	4	계
$P(X=x)$	a	b	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1

$E(2X^2) = 7$ 일 때, $V(2X)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 밀가루 반죽을 평균 $t(km/h)$ 의 속도로 도마에 T 번 던질 때, 반죽의 점성 $J(m^2/s)$ 은 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$J = \frac{T}{k} \log_2 \left(\frac{t-2}{3} \right) \quad (\text{단, } k \text{는 } 0 \text{이 아닌 상수이다.})$$

밀가루 반죽을 평균 $26 km/h$ 의 속도로 도마에 4번 던질 때의 반죽의 점성을 $J_1 m^2/s$, 평균 $50 km/h$ 의 속도로 도마에 2번 던질 때의 반죽의 점성을 $J_2 m^2/s$ 라고 할 때, $J_1 = J_2 + 1$ 이다. k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = 3x^2 + 4$ 이고

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(x) dx = 6 \text{ 일 때, } f(0) \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 한우 1마리가 하루 동안 소비하는 물의 양은 평균 27L,

표준편차 2L의 정규분포를

따른다고 한다. 임의로 추출한

한우 1마리가 하루 동안 소비하는

물의 양이 25L 이상 30L 이하일

확률을 오른쪽 표준정규분포표를

이용하여 구한 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.7745 ② 0.8413 ③ 0.8185
 ④ 0.9104 ⑤ 0.9270

[13~14] 함수 $f(x) = \log_2(x^2 + x)$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.

13. 부등식 $f(x) \leq \log_2(x+3)+1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

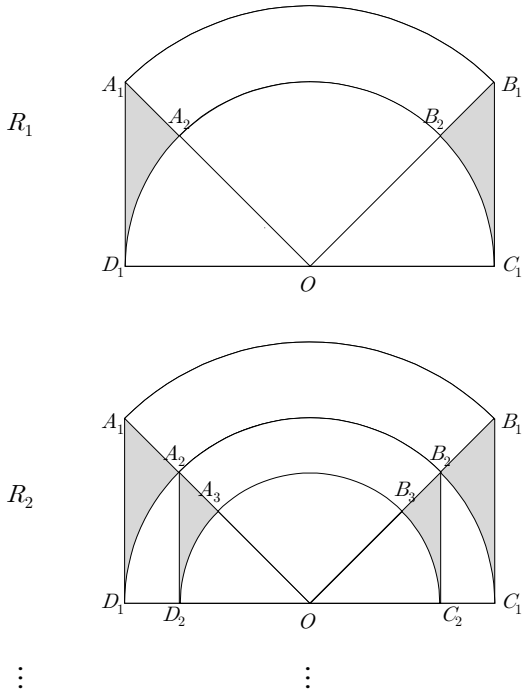
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

14. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $f(n)$ 일 때,

$$\sum_{n=1}^{10} a_{2n} \text{의 값은? [4점]}$$

- ① $\log_2 13$ ② $\log_2 15$ ③ $\log_2 17$ ④ $\log_2 19$ ⑤ $\log_2 21$

15. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 $\overline{C_1D_1} = 2$, $\overline{A_1D_1} = 1$ 이고, 점 O 는 $\overline{C_1D_1}$ 의 중점이다. $\overline{C_1D_1}$ 을 지름으로 하는 반원과 $\overline{A_1O}$ 가 만나는 점을 A_2 , $\overline{B_1O}$ 와 만나는 점을 B_2 라 하고, 이 반원과 부채꼴 OA_1B_1 에 포함되지 않으면서 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에 포함되는 부분을 색칠한 그림을 R_1 이라 하자. 점 A_2 와 점 B_2 에서 $\overline{C_1D_1}$ 에 내린 수선의 발을 각각 C_2 , D_2 라 하고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 $\overline{C_2D_2}$ 을 지름으로 하는 반원과 $\overline{A_2O}$ 가 만나는 점을 A_3 , $\overline{B_2O}$ 와 만나는 점을 B_3 라 하고, 이 반원과 부채꼴 OA_2B_2 에 포함되지 않으면서 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 포함되는 부분을 색칠한 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{4-\pi}{2}$ ② $\frac{8-2\pi}{3}$ ③ $\frac{12-3\pi}{2}$
- ④ $\frac{16-4\pi}{3}$ ⑤ $\frac{20-5\pi}{3}$

16. 동시에 3개의 동전을 48번 던질 때 동전 3개가 모두 같은 면이 나오는 횟수를 확률변수 X , 동시에 3개의 동전을 36번 던질 때 뒷면이 2개 이상 나오는 횟수를 확률변수 Y 라 할 때, $P(X \geq a) = P(Y \leq a)$ 를 만족시키는 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - AB^2A = E, \quad A^2 + B^2 = 2E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $AB^2 = B^2A$
 ㄷ. $(A+E)^2(A-E)^2 = B^2$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 할 때,

$$a_1 = a_2 = 1, \quad S_{n+1}S_{n-1} = (S_n)^2 + \frac{a_{n+1}a_n}{n(n-1)} \quad (n \geq 2)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변에 $S_{n+1}S_n$ 을 빼면

$$S_{n+1}(S_{n-1} - S_n) = S_n(S_n - S_{n+1}) + \frac{a_{n+1}a_n}{n(n-1)} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$S_{n+1}a_n = S_n a_{n+1} - \frac{a_{n+1}a_n}{n(n-1)} \quad (n \geq 2)$$

이다. 양변을 $a_n a_{n+1}$ 로 나누면

$$\frac{S_{n+1}}{a_{n+1}} = \frac{S_n}{a_n} - \frac{1}{(n-1)n} \quad (n \geq 2)$$

이고, $b_n = \frac{S_n}{a_n}$ 이라 하면 $b_2 = \frac{a_1 + a_2}{a_2} = 2$ 이고

$$b_n = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 따라서

$$b_n = \frac{S_n}{a_n} = \frac{S_n}{S_n - S_{n-1}} = \boxed{\text{(가)}} \quad (n \geq 2)$$

이고,

$$S_n = \boxed{} \times S_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$S_n = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 1)$$

이고 따라서 a_n 의 일반항은

$$a_n = \begin{cases} 1 & (n = 1) \\ \boxed{\text{(다)}} & (n \geq 2) \end{cases} \text{이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n), h(n)$ 이라 할 때, $f(5) \times g(4) \times h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 120 ② 140 ③ 160 ④ 180 ⑤ 200

19. 10보다 큰 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$\log_n f(x) + g(x) = n - 1$$

을 만족시키는 x 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=2}^5 a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 515 ② 535 ③ 555 ④ 575 ⑤ 595

20. 좌표평면에서 자연수 n 과 함수 $f(x) = x^3$ 에 대하여 점

$$A\left(\frac{k}{n}, \frac{k}{n}\right), B\left(\frac{k}{n}, f\left(\frac{k}{n}\right)\right), C\left(\frac{k+1}{n}, f\left(\frac{k+1}{n}\right)\right)$$

을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 $g\left(\frac{k}{n}\right)$ 이라 하자. (단, A, B, C 가

한 직선위에 있으면 $g\left(\frac{k}{n}\right) = 0$ 이다.)

$$a \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n g\left(\frac{k}{n}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} g\left(\frac{k}{n}\right) = b$$

를 만족시키는 상수 a 와 b 에 대하여 $\frac{a}{b}$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

21. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(3)$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 자연수이다.
- (나) $f(-1) \geq 0$
- (다) 그래프 $y = |f(x)|$ 와 직선 $y = x + k$ 은 서로 다른 $2k + 3$ 개의 점에서 만난다. ($k = -1, 0, 1$)

- ① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 120

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{102-x}}{x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 다항식 $(ax-1)^8$ 의 전개식에서 x^8 의 계수가 16일 때, x^6 의 계수를 구하시오. [3점]

24. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

의 해가 $(x, y) = (5, -5)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

25. $x+y+z=20$ 을 만족시키는 2의 배수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하시오. (단, x, y, z 는 자연수이다.) [3점]

26. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = -16$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_n$$

을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을

구하시오. [4점]

27. 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-1}{x-2} = -2$$

를 만족시킬 때, 곡선 $y = x^2 f(x)$ 위의 점 $(2, 4f(2))$ 에서의 접선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 상수이다.) [4점]

28. 삼차함수 $f(x) = x(x-9)^2$ 과 자연수 n 에 대하여 방정식

$f(x) = k$ 가 열린 구간 $(0, n)$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 a_n 이라 할 때, $a_m = a_{m+1}$ 을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 흰 공이 2개, 검은 공이 3개 들어있는 A 주머니와 흰 공이 4개, 검은 공이 3개 들어있는 B 주머니가 있다. A 주머니에서 2개의 공을 꺼내 두 공이 같은 색이면 B 주머니에서 흰 공 2개를, 두 공이 다른 색이면 B 주머니에서 검은 공 2개를 꺼내 처음에 꺼낸 두 공과 함께 A 주머니에 넣는다. 이후 A 주머니와 B 주머니에서 각각 한 개씩 뽑은 두 공의 색깔이 같을 때, 이 두 공의 색깔이 흰 색일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 좌표평면에서 2이상의 자연수 n 과 점 $A(1, 1)$, $B(4, 1)$, $C(4, 4)$, $D(1, 4)$ 에 대하여 그래프 $y = |n^x - t|$ 와 정사각형 $ABCD$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 집합

$\{a \mid \text{함수 } g(t) \text{는 } t=a \text{에서 불연속이다.}\}$

의 모든 원소의 합을 $f(n)$ 이라 하자. $f(2)+f(3)+f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.