

검은색 : 문제 풀이

초록색 : 알아두면 유용한 공식

주황색 : 나의 TMI

빨간색 : 답

파란색 : 다음 단계로 넘어가는데 필요한 정보

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{8} \times \frac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$$2 \times \frac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}} = \frac{2^{1+\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}} = 1$$

계산 결과가 이라니!

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - x^2 + 6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f'(x) = 6x^2 - 2x$$
$$f'(1) = 6 - 2 = 4$$

문제에서 물어보는 것이 $f'(1)$ 이기 때문에,
굳이 $f(x)$ 의 식을 쓸 필요 없이
모든 항의 (차수×계수) 값을 더해 주면 됨!
참고로 상수항은 차수가 0차.. ㅎ

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 = 4, \quad a_7 = 4a_6 - 16$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

$$4 \times r^2 = 4 \times (4r) - 16$$
$$r^2 - 4r + 4 = 0 \rightarrow r = 2$$
$$a_8 = a_5 \times r^3$$
$$= 4 \times 2^3$$
$$= 32$$

그냥 전형적인 수열문제인듯!

4. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t) dt = x^3 - ax + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$$x=1 \text{ 대입. } 0 = 1 - a + 1 \rightarrow a = 2$$

주어진 등식을 미분하면

$$f(x) = 3x^2 - a$$
$$= 3x^2 - 2$$

$$f(2) = 10.$$

이정도는 그냥 풀어줘야지! 파이팅!

5. $\cos(\pi+\theta) = \frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta) > 0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ **⑤ $2\sqrt{2}$**

5

$$\cos(\pi+\theta) = -\cos\theta = \frac{1}{3} \rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{3}$$

$$\sin(\pi+\theta) = -\sin\theta > 0 \rightarrow \sin\theta = -\sqrt{1-\frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\rightarrow \tan\theta = 2\sqrt{2}$$

각변환을 까먹은 당신을 위한 팁

→ 어차피 이 해설을 읽고 있다면 미작은 선택자일테니,

'덧셈정리'로 각변환을 해치워라!

(물론 $\tan$ 각변환에서는 덧셈정리가 안 통할 수도 있다.)

→ $\theta \pm \frac{n\pi}{2}$ 형태 각변환
 [1. 홀: 함수 바뀜 / $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 나 할 때
 [2. 짝: 함수 그대로 / $\theta \pm \frac{n\pi}{2}$ 가 라한 사분면에서의
 원래 삼각함수 부호 각변환된
 삼각함수의 부호.

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & (x < 2) \\ -x + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 5** ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$2-) 4 - 2a + 1 = 5 - 2a$$

$$2, 2+) -1$$

$$(5-2a)^2 = (-1)^2$$

$$4a^2 - 20a + 24 = 0$$

$$a^2 - 5a + 6 = 0$$

$$a=2 \text{ or } a=3$$

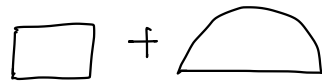
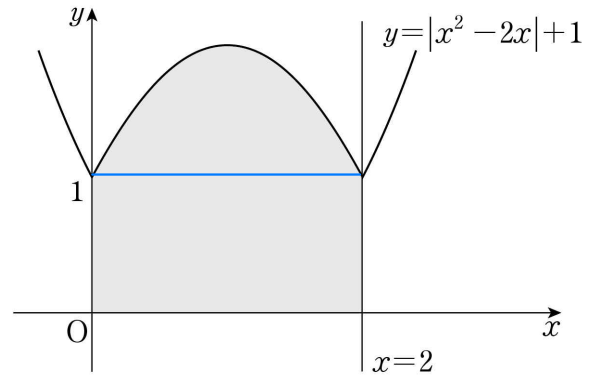
$a^2 - 5a + 6 = 0$ 에서 바로 근과 계수의 관계 써도 됨!

(물론 근을 갖지 않는다는 사실을 확인한 후에 ... ☺)

7. 함수 $y = |x^2 - 2x| + 1$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 **③ $\frac{10}{3}$** ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

3



$$= 2 \times 1 + \frac{1}{6} \times 2^3 = \frac{10}{3}$$

설마 $\int_0^2 -x^2 + 2x + 1 \cdot dx$ 이걸로 계산했나요?

그것보다는 넓이공식을 활용하는게 더 간단한

풀이랍니다! ☺

$$f(x) = a(x-\alpha)(x-\beta)$$

$$\text{선택한 부분의 넓이} = \frac{|a|}{6} (\beta - \alpha)^3$$

8. 두 점 $A(m, m+3)$, $B(m+3, m-3)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 곡선 $y = \log_4(x+8) + m - 3$ 위에 있을 때, 상수 m 의 값은? [3점] 5

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

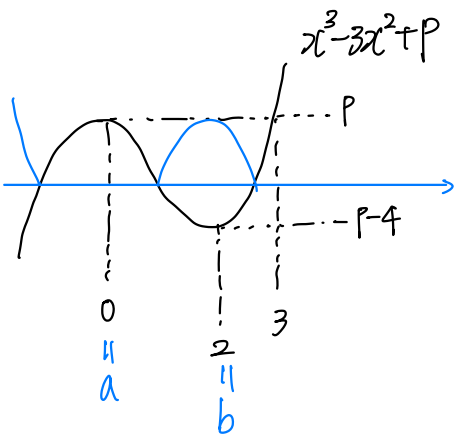
주어진 내분점 $\left(\frac{2(m+3)+m}{2+1}, \frac{2(m-3)+m+3}{2+1} \right)$
 $= (m+2, m-1)$

$m-1 = \log_4(m+10) + m - 3$
 $\therefore m = 6$

비록 고 때 나오는 내용이지만 내분점 공식 정도는 알아두세요!
 (a_1, p_1) (a_2, p_2) 을 $m:n$ 으로 내분
 $\rightarrow \left(\frac{ma_2 + na_1}{m+n}, \frac{mp_2 + np_1}{m+n} \right)$

9. 함수 $f(x) = |x^3 - 3x^2 + p|$ 는 $x=a$ 와 $x=b$ 에서 극대이다.
 $f(a) = f(b)$ 일 때, 실수 p 의 값은?
(단, a, b 는 $a \neq b$ 인 상수이다.) [4점] 2

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$



$p + (p-4) = 0 \rightarrow p = 2$

$x^3 - 3x^2 + p$ 를 그릴 때, 멍해서 그려지 말고
 $x^2(x-3) + p$ 로 변형해서 $x^2(x-3)$ 개형을 찾는 다음

메탈관계로 극소를 갖는 위치 찾기. ($x=2$)

[삼차함수] $\rightarrow y=0$ 인 점은 무조건 극소가 됨.

$\rightarrow$ 극대는, $y=0$ 이 아닌 극대이라고 생각하고
상황 찾기.

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,
 a_{10} 의 값은? [4점] 2

(가) $|a_4| + |a_6| = 8$
(나) $\sum_{k=1}^9 a_k = 27$

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

(나) $9a_5 = 27$

$a_5 = 3 \rightarrow a_6 > 0$

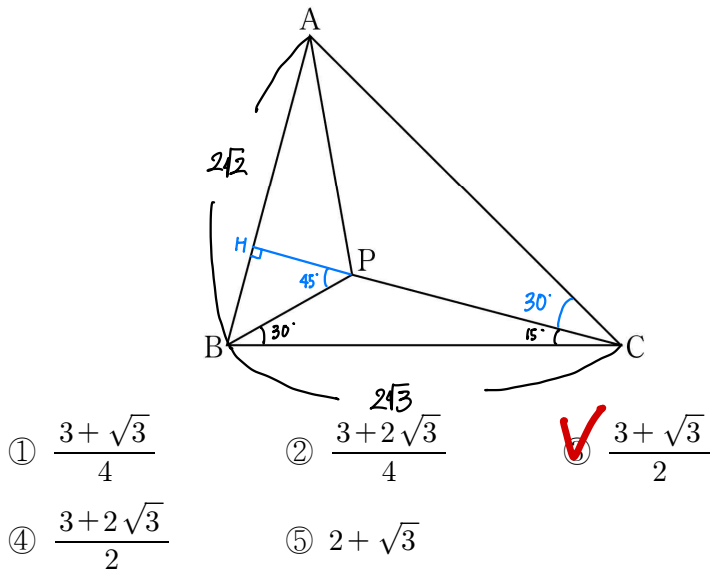
(가) i) $a_4 \geq 0$
이 경우 $a_4 + a_6 = 2a_5 = 6$ (x)

ii) $a_4 < 0$
 $-a_4 + a_6 = 2d = 8$
 $d = 4$ (o)

$a_{10} = a_5 + 5d = 3 + 20 = 23$

(가)를 먼저 보고 a_4, a_6 부호에 따라 케이스를 하기보다는,
(나)를 먼저 보고 a_6 의 부호를 정하고 (가)를 해석하는 게 더 간단함!

11. 그림과 같이 $\angle BAC = 60^\circ$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30^\circ$, $\angle PCB = 15^\circ$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



1) $\triangle ABC$ 에서 $\sin$ 법칙 쓰기

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sin A} = \frac{2\sqrt{2}}{\sin C} \rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이고 } \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \angle C = 45^\circ \text{ (}\angle C \text{는 예각)}$$

2) $\overline{CP}$ 의 연장선을 그려, $\overline{AB}$ 와의 교점을 H라 하자.

$$\angle HPB = 45^\circ$$

$$\angle CAH + \angle ACH = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

3) $\overline{BP} = x$ 라 하면,

$$\overline{BC}^2 - \overline{BH}^2 = (\sqrt{3} \times \overline{AH})^2$$

$$(2\sqrt{3})^2 - x^2 = 3(2\sqrt{2} - x)^2$$

$$\rightarrow 4x^2 - 12\sqrt{2}x + 12 = 0 \rightarrow x = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$$

($\because x < 2\sqrt{2}$)

$$4) [\triangle APC] = \frac{1}{2} \times \overline{AH} \times \overline{PC}$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(2\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}\right) \times \left(\frac{(12+\sqrt{6})}{2} \times \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}\right)$$

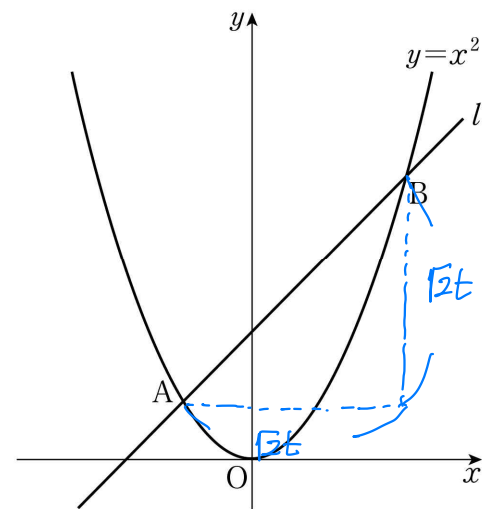
$$= \frac{1}{2} \times \frac{12+\sqrt{6}}{2} \times \frac{2\sqrt{6}}{2}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{3}}{4} = \frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

12. 곡선 $y = x^2$ 과 기울기가 1인 직선 l 이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t 에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$ 가 되도록 하는 직선 l 의 y 절편을 $g(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)}{t^2} \text{의 값은? [4점]}$$

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



직선의 기울기 1로 좌표, y절편
차이 구하는 거 자명함수
활용에서도 많이 사용됨!

점 A의 좌표를 A라 하자

$$A(a, a^2) \rightarrow l: y = (x-a) + a^2$$

$B(a+\sqrt{2}t, (a+\sqrt{2}t)^2)$ 이 점이 직선 l 위에 있다.

$$(a+\sqrt{2}t)^2 = \sqrt{2}t + a^2$$

$$2\sqrt{2}ta + 2t^2 = \sqrt{2}t$$

$$\rightarrow a = \frac{-\sqrt{2}t + 1}{2} \rightarrow g(t) = a^2 - a = \frac{2t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 + 2\sqrt{2}t - 2}{4} = \frac{2t^2 - 1}{4}$$

$$\therefore \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)}{t^2} = \frac{1}{2}$$

11.

미적 선택자면 이 복잡한 난이 치지 말고

Cos 법칙으로 AC 구하고 덧셈정리 해서 PC 구하고,

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PC} \times \sin 30^\circ$ 하기!

P.S $\frac{\overline{PC}}{\sin 30^\circ} = \frac{\overline{BC}}{\sin 135^\circ} = \frac{\overline{BC}}{\sin 45^\circ}$ 이용.

COS 법칙으로 AC 길이 구하고,

$\triangle BPC$ 에서 $\sin$ 법칙으로 $\overline{CP}$ 구해서

$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{PC} \times \sin 30^\circ$ 해도 됨!

13. 두 함수

$f(x) = x^2 + ax + b, g(x) = \sin x$

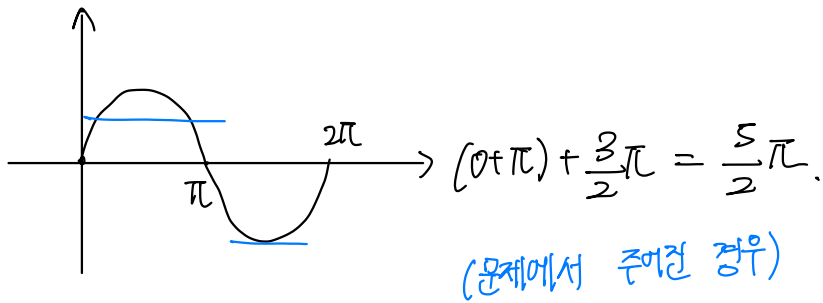
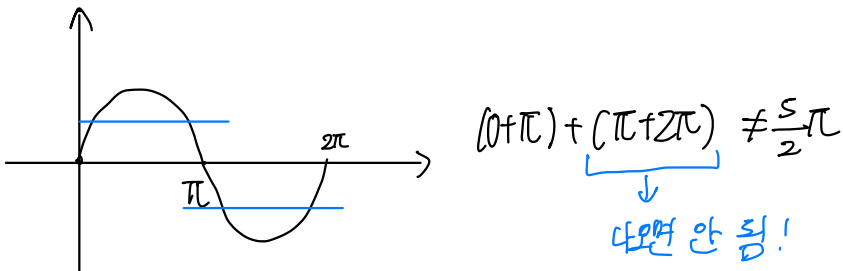
가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이고, $0 \leq a \leq 2$ 이다.) [4점]

4

- (가) $\{g(a\pi)\}^2 = 1$
(나) $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $f(g(x)) = 0$ 의
모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$ 이다.

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

(4) $f(x) = 0$ 의 실근은 둘이어 두 개.



(가) $a = \frac{1}{2}$ or $\frac{3}{2}$

$\rightarrow a = \frac{1}{2}$, $f(x)$ 의 두 근은 -1 과 $\frac{1}{2}$.

($\because a = \frac{3}{2}$ 이면 $f(x)$ 의 두 근은 -1 과 $-\frac{1}{2}$ 이 됨)

$\therefore f(x) = (x+1)(x-\frac{1}{2})$

$f(2) = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$f(g(x)) = 0$ 합성함수의 근 해석하는거 '정말' 중요하니

연습 많이 해 두기!

⊕ 삼각함수 대칭성도 중요함.

14. 세 양수 a, b, k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < k) \\ -x^2 + 4bx - 3b^2 & (x \geq k) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

5

- < 보 기 >
㉠ $a=1$ 이면 $f'(k)=1$ 이다.
㉡ $k=3$ 이면 $a=-6+4\sqrt{3}$ 이다.
㉢ $f(k)=f'(k)$ 이면 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로
둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

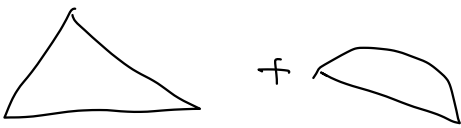
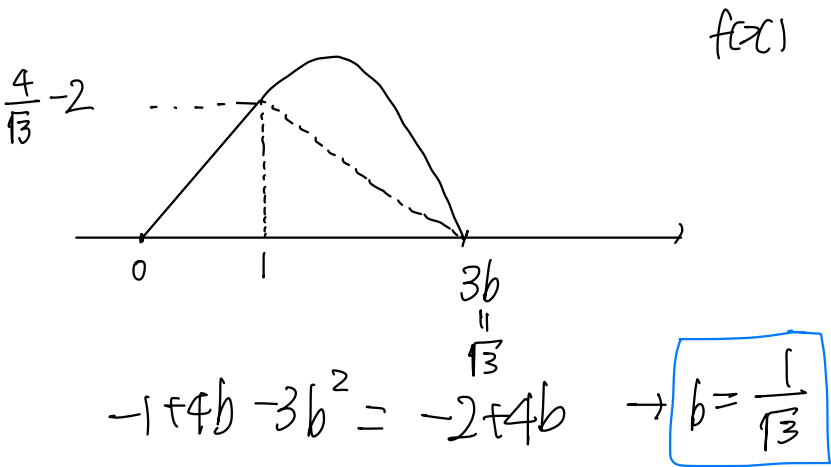
㉠. $f'(k) = a = 1$ (0)

㉡. $3a = -1 + 12b - 3b^2 \rightarrow a = -3 + 4b - b^2$
 $a = -6 + 4b$

$\rightarrow -6 + 4b = -3 + 4b - b^2$

$b = \sqrt{3} \rightarrow a = -6 + 4\sqrt{3}$ (0)

㉢. $af(k) = a \rightarrow k = 1$



$= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times (\frac{4}{\sqrt{3}} - 2) + \frac{1}{6} \times (\sqrt{3} - 1)^3$
 $= \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ 이 필요하지 않은 7도 문제라 무난하게 넘어가야 했다.

㉢ 넓이는, '7번 문항'과 비슷하게 잘 쪼개서 구하기.

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} + a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n) & (a_{n+1} + a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, $a_6 = 34$ 가 되도록 하는 모든 a_2 의 값의 합은? [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

$$a_1 = 1$$

(n : 이상의 자연수)

$$a_2 = 2n-1$$

$$2n$$

$$a_3 = n$$

$$2n+1$$

$$a_4 = \frac{3n-1}{2}$$

$$4n+1$$

$$a_5 = \frac{5n-1}{2}$$

$$3n+1$$

$$a_6 = 4n-1$$

$$7n+2$$

$$\frac{7n+2}{2}$$

$$\frac{11n-3}{8}$$

① $4n-1=34$. (X)

② $\frac{11n-3}{8}=34 \rightarrow (n=25) \rightarrow a_2=49$

③ $\frac{11n-3}{4}=34$ (X)

④ $\frac{7n-2}{2}=34 \rightarrow (n=10) \rightarrow a_2=19$

⑤ $7n+2=34$ (X)

⑥ $\frac{7n+2}{2}=34$ (X)

$$49+19=68.$$

수열문제에서 노가다는 어느정도 필수적이다.

노가다 할 때, 범위에 주목하자!

(범위라는 말에, 홀수·짝수 등의 특징도 포함)

단 답 형

16. $\log_2 96 - \frac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

4

$$\log_2 96 - \log_2 6$$

$$= \log_2 \left(\frac{96}{6} \right) = \log_2 16 = 4$$

이정도 큰 계산은 해 줘야지!

17. 직선 $y=4x+5$ 가 곡선 $y=2x^4-4x+k$ 에 접할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

$$5-k=2x^4-8x$$

$$\rightarrow f(x)=2x^4-8x \text{라 하면}$$

$$f'(x)=8x^3-8$$

$$f'(1)=0$$

$$\rightarrow 5-k=-6$$

$$k=11$$

이항해서 '상수함수 = x에 대한 함수' 형태로 만들기.

18. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 5nx + 4n^2 = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 (1-\alpha_n)(1-\beta_n)$ 의 값을 구하시오. [3점] **427**

$$\alpha_n + \beta_n = 5n$$

$$\alpha_n \beta_n = 4n^2$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^7 (1-\alpha_n)(1-\beta_n) &= \sum_{n=1}^7 4n^2 - \sum_{n=1}^7 5n + 7 \\ &= 4 \times \frac{7 \times 8 \times 15}{6} - 5 \times \frac{7 \times 8}{2} + 7 \\ &= 560 - 140 + 7 \\ &= 427 \end{aligned}$$

$\sum_{n=1}^7 1 = 7$ 이거 조심!
고2때 이거때문에 점 문항 틀려본 적 있음!

19. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 15t + k, \quad v_2(t) = -3t^2 + 9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

$$x_1(t) = t^3 - \frac{15}{2}t^2 + kt \quad \text{18}$$

$$x_2(t) = -t^3 + \frac{9}{2}t^2$$

$$x_1(t) = x_2(t)$$

$$\Leftrightarrow 2t^3 - 12t^2 + kt = 0 \text{의 } t > 0 \text{인 근이 1개이다}$$

$$2t^2 - 12t + k = 0 \text{이 중근을 갖는다.}$$

$$D = 144 - 8k = 0$$

$$\rightarrow k = 18$$

원점에서 출발 $\rightarrow$ 적분상수 0
혹시 나중에는 이걸로 써볼지도 몰라!

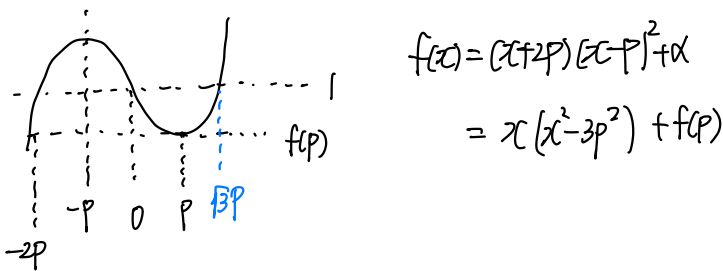
20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양의 실수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)=0$

(나) $g(x) = \begin{cases} f(x-p) - f(-p) & (x < 0) \\ f(x+p) - f(p) & (x \geq 0) \end{cases}$

$\int_0^p g(x) dx = 20$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속. **66**
(가) $f'(-p) = f'(p) = 0$

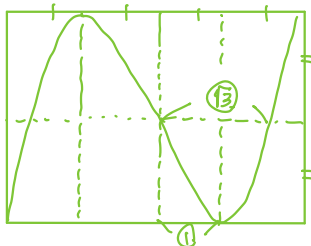


$$\begin{aligned} \int_0^p g(x) \cdot dx &= \int_0^p f(x+p) - f(p) \cdot dx \\ &= \int_p^{2p} f(x) - f(p) \cdot dx \\ &= \int_p^{2p} (x+2p)(x-p)^2 \cdot dx \\ &= \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{3p^2}{2}x^2 + 2p^3x \right]_p^{2p} \\ &= \frac{5}{4}p^4 = 20 \end{aligned}$$

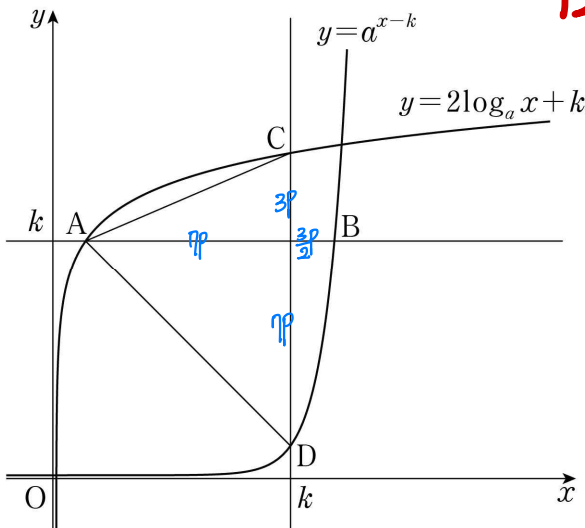
$$\begin{aligned} \therefore p &= 2 \\ f(5) &= 5 \times (25 - 3 \cdot 2^2) + 1 \\ &= 66 \end{aligned}$$

삼차함수 비틀관계를 이용해 $f(x)$ 를 두 가지 형태로 작성!
($g(x)$ 적분할 때는 $f(x) = (x+2p)(x-p)^2 + f(p)$)

$f(5)$ 계산할 때는 $f(x) = (x-3p)x(x+3p) + 1$ 이용)



21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k 에 대하여 직선 $y=k$ 가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} \times \overline{CD} = 85$ 이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$[\triangle ABC] = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{CD} = \frac{85}{2}$$

$$[\triangle BCD] = \frac{15}{2}$$

$$\rightarrow \overline{AH} : \overline{BH} = 1 : \frac{3}{2}, \quad \overline{AH} = \overline{HD}$$

$$\overline{BH} : \overline{CH} = 1 : 2 \quad (\because \overline{BH} = \log_a k, \overline{CH} = 2 \log_a k)$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 11 = 35 \rightarrow p = 1$$

$$A(1, k) \rightarrow B\left(\frac{19}{2}, k\right)$$

$$p(k, 1) \rightarrow C(k, 11)$$

$$\frac{19}{2} - k = \log_a k \rightarrow k = 8, a = 4$$

$$11 - k = 2 \log_a k$$

지수로그함수 활용 문제를 풀 때는, $\log_a k$ 등의 복잡한 형태로 좌표를 일일이 설정하는 것보다 길이관계를 먼저 구하고 $\log_a k$ 등을 간단한 문자로 치환해 풀게 더 간단한 경우가 많다.

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x) - t|$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{g(x) - g(k)}{|x - k|}$ 의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k 의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

함수 $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

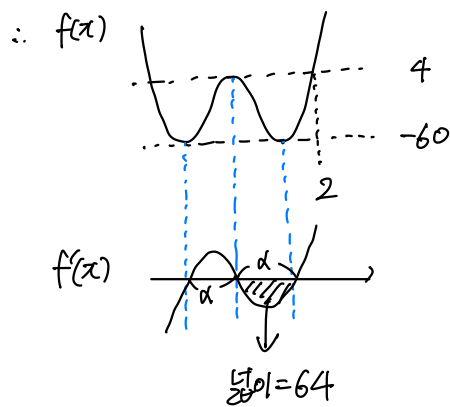
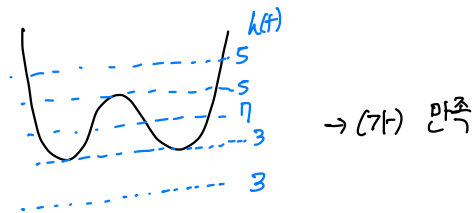
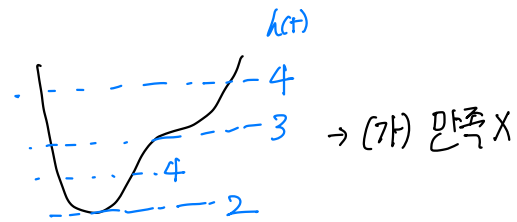
(가) $\lim_{t \rightarrow 4+} h(t) = 5$

(나) 함수 $h(t)$ 는 $t = -60$ 과 $t = 4$ 에서만 불연속이다.

$f(2) = 4$ 이고 $f'(2) > 0$ 일 때, $f(4) + h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

가능한 실수 k) ① $g(k) = 0$ 인 경우, 즉 $f(k) = 0$
 ② $g'(k) + g'(k) = 0$ 인 경우, 즉 $f(k) = t$ 인 경우

(나) 불연속점이 2개 $\rightarrow f(k) = 0$ 인 $f(k)$ 가 2개



$$f(x) = 4x^3 + \dots \rightarrow 64 = \frac{1}{4} \times |4| \times \alpha^4 \rightarrow \alpha = 2^{\frac{3}{2}}$$

$$f(x) = (x+6)(x+2)(x-2) + 4$$

$$f(4) = 124$$

$$h(4) = 5$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ☒ ④ 6 ⑤ 7

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + n - 1}{n^2 + 1} = 6$$

실전에서는 풀이 적을 필요도 없는 문항이다.

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ☒ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{3^{n+1}} = \frac{1}{3}$$

정석적인 풀이는 샌드위치정리를 쓰는 것이다.

그러나 다 적기 귀찮고, 자주 샌드위치 생각하면

새벽 세인 지금 야식이 먹고싶어 질것 같아 쓰지 않았다.

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} - 6n}{a_n + 5} = 4$$

일 때, $a_2 - a_1$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$= dn + (a-d)$$

$$a_{2n} = 2dn + (a-d)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2d-6)n + (a-d)}{dn + (a-d)} = \frac{2d-6}{d} = 4$$

$$\therefore d = -3$$

$$a_2 - a_1 = d = -3$$

$a_n = dn + (a-d)$ 형태의 n 에 관한 일차식으로 표현할
생각 못 했다면 반성해라.

a_n 의 n 에 관한 일차식, S_n 의 n 에 관한 이차식 형태는
수고에서도 많이 쓰여요!

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 1)a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (4n^2 + 1)(a_n + b_n) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1)(a_n + 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

$$a_n \approx \frac{3}{n^2}$$

$$a_n + b_n \approx \frac{1}{4n^2}$$

$$\rightarrow b_n \approx \frac{-11}{4n^2}$$

$$\rightarrow a_n + 2b_n \approx \frac{-5}{2n^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1) \times \frac{-5}{2n^2} = -5$$

정석적인 풀이는 아니지만 시험때는 이렇게 풀어야 될 수도 있음!

27. $a_1 = 3$, $a_2 = -4$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k} = \frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① ☒ -54 ② $-\frac{75}{2}$ ③ -24 ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ -6

$$n \geq 2 \quad \frac{a_n}{b_n} = \frac{6}{n+1} - \frac{6}{n} = \frac{-6}{n(n+1)}$$

$$n=1 \quad \frac{a_1}{b_1} = 3$$

$$\rightarrow \begin{matrix} b_1=1 \\ b_2=4 \end{matrix} \quad \left. \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right\} b_n = 3n - 2$$

$$\rightarrow a_n = \frac{-6(3n-2)}{n(n+1)} \quad (n \geq 2)$$

$$\rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-6(3n-2)^2}{n(n+1)} = -54$$

' $S_n - S_{n-1} = a_n$ ' 이 $n \geq 2$ 부터 성립한다는 사실 조심!
물론 수포 하면서 이거에 익숙해 졌을거라고 믿는다.

28. $a > 0$, $a \neq 1$ 인 실수 a 와 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 y 축과 만나는 점을 A_n , 직선 $y=n$ 이 곡선 $y=\log_a(x-1)$ 과 만나는 점을 B_n 이라 하자. 사각형 $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{B_n B_{n+1}}}{S_n} = \frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② ☒ $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

$$A_{n+1}(0, n+1) \quad \cdot \quad B_{n+1}(a^{n+1}+1, n+1)$$

$$A_n(0, n) \quad \cdot \quad B_n(a^n+1, n)$$

$$\overline{B_n B_{n+1}} = \sqrt{(a^n+1)^2 + 1}$$

$$S_n = \frac{1}{2} \times (a^n + a^{n+1} + 2)$$

$$a > 1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{B_n B_{n+1}}}{S_n} = \frac{a-1}{\frac{1}{2} \times (a+1)} = \frac{3}{2a+2}$$

$$\rightarrow a = \frac{9}{4}$$

$$a=1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{B_n B_{n+1}}}{S_n} = \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \quad (X)$$

$$0 < a < 1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{B_n B_{n+1}}}{S_n} = 1 = \frac{3}{2a+2}$$

$$\rightarrow a = \frac{1}{2}$$

a 의 범위에 따라 극한값으로 나오는 식이 달라짐.

단답형

29. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 부등식 $x^2 - 4nx - n < 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 a_n 이라 하자. 두 상수 p, q 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{na_n} - pn) = q$$

일 때, $100pq$ 의 값을 구하시오. [4점]

50

$$2n - \sqrt{4n^2 + n} < x < 2n + \sqrt{4n^2 + n}$$

$$a_n = 2 \lfloor \sqrt{4n^2 + n} \rfloor + 1$$

($\lfloor \cdot \rfloor$: 가우스기호 $\rightarrow$ 실수에 대해 $\sim$ 를 붙지 않는 최대의 정수)

$$(2n)^2 < 4n^2 + n < (2n+1)^2$$

$$a_n = 4n + 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n - p^2 n^2}{\sqrt{na_n} + pn} = \frac{1}{4} = q$$

$$\rightarrow p = 2$$

$$\therefore 100pq = 50$$

a_n 구하는거에서 막힌 사람 많을 듯.

$$(2n)^2 < 4n^2 + n < (2n+1)^2 \rightarrow a_n \text{ 구하기!}$$

30. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - x}{x^{2n} + 1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$2k-2 \leq |x| < 2k$ 일 때,

$$g(x) = (2k-1) \times f\left(\frac{x}{2k-1}\right)$$

이다. (단, k 는 자연수이다.)

$0 < t < 10$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

$$f(x) = \begin{cases} x & (x > 1, x < -1) \\ 0 & (x = 1, x = -1) \\ -x & (-1 < x < 1) \end{cases} \rightarrow f: \text{원점대칭 함수}$$

25

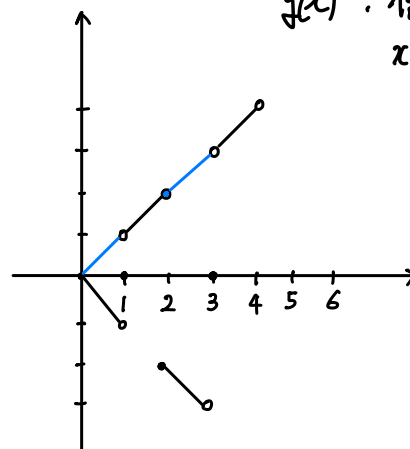
$$\rightarrow g(x) = \text{유한수} \times \text{기함수} = \text{기함수}$$

$$0 \leq x < 2 \rightarrow g(x) = f(x)$$

$$2 \leq x < 4 \rightarrow g(x) = 3 \times f\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$4 \leq x < 6 \rightarrow g(x) = 5 \times f\left(\frac{x}{5}\right)$$

$g(x)$: 기함수이고, 우리가 꼭해야 하는 원은 g 의 치역이기 때문에, $x < 0$ 인 원은 꼭 대칭시켜서 파악해 주어야겠다.



$\rightarrow y=t$ 와 교점이 안 생기는 경우: t 가 홀수일때

$$0 < t < 10 \rightarrow t = 1, 3, 5, 7, 9$$

$g(x)$ 의 식에 $f(\frac{x}{2k-1})$ 등의 형태가 포함되어있어서 한 칸 갈 때마다

치역의 폭이 바뀐다고 생각할 수 있는데, 그렇지 않음.

3월 모의고사 보느라 수고 많으셨습니다 ㅎ

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.