

# [권구승/한성은 모의고사]

| 3월 모의고사 연습(1/2) |

## | 권구승

이강학원(대치, 분당), 미래탐구(목동), 이투스앤씨,  
올해 꼭 입시판 탈출하세요.

## | 한성은

5A ACADEMY, 일산종로학원

반가워요. 열심히 합시다.

평가원은 [구하시오.]를 쓰지만 저는 [구하여라.]를 씁니다.

[hansungeun.com/texta.html](https://hansungeun.com/texta.html) - 공개 모의고사 페이지

썬잇 N제 미적분(2021년) 출간 - 책 사주세요.

## | CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

# 수학 영역

1

5지선다형

1.  $8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
④ 7                      ⑤ 8

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+3)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

3. 첫째항이 1이고 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ② 7                      ③ 10  
④ 13                     ⑤ 16

4. 정적분  $\int_{-1}^3 (3x^2+1)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 24                     ② 26                     ③ 28  
④ 30                     ⑤ 32

5.  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$  일 때, 방정식  $\sin 2x = 1$ 의 해는? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{10}$                       ②  $\frac{\pi}{8}$                               ③  $\frac{\pi}{6}$
- ④  $\frac{\pi}{4}$                               ⑤  $\frac{\pi}{2}$

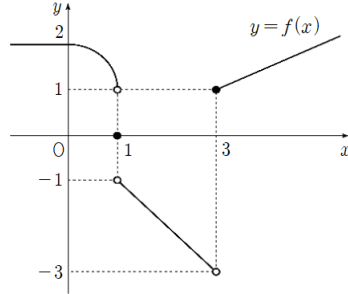
6. 두 양수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_4 a^3 b = 1 + \log_2 ab$$

가 성립할 때,  $\frac{a}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 4                                  ② 5                                      ③ 6
- ④ 7                                  ⑤ 8

7. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(3) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2                                  ② -1                                      ③ 0
- ④ 1                                      ⑤ 2

8. 함수  $f(x)=(x-2)(x^3-4x+a)$ 에 대하여  $f'(1)=5$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
 ④ 7                      ⑤ 8

9. 다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^4}{x^2} = 2$   
 (나)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x+2)(x-1)} = 4$

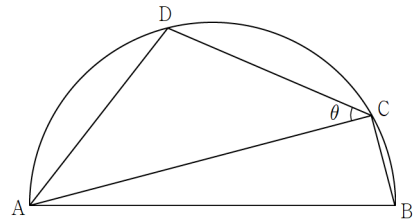
$f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 27                      ② 25                      ③ 23  
 ④ 21                      ⑤ 19

10. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 O 위의 두 점 C, D는

$$\overline{BC}=1, \quad \sin(\angle ACD) = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

을 만족시킨다.  $\overline{CD}$ 의 값은? [4점]



- ① 2                      ②  $\sqrt{5}$                       ③  $\sqrt{6}$   
 ④  $\sqrt{8}$                       ⑤ 3

11.  $a > 2$ 인 상수  $a$ 에 대하여 두 함수

$$y = \log_2 x, \quad y = \log_2(a-x)$$

의 그래프가  $x$ 축과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고,  
두 함수  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_2(a-x)$ 의 그래프의 교점을 C라  
하자. 삼각형 ABC의 넓이가 삼각형 OAC의 넓이의  
6배일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

[4점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5  
④ 6                      ⑤ 7

12. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\int_2^x f(t)dt = x^3 + x^2 + ax - \int_0^a f(t)dt$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^a f(t)dt$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

[4점]

- ① 10                      ② 12                      ③ 14  
④ 16                      ⑤ 18

13. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = \frac{5}{3}$ 이고

$$a_{n+1} = \frac{3a_n - 2}{a_n}$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 이

$$a_n = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1} \dots (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

i)  $n=1$ 일 때, (좌변)  $= a_1 = \frac{5}{3}$ ,

(우변)  $= \frac{2^2 + 1}{2^1 + 1} = \frac{5}{3}$  이므로 (\*)이 성립한다.

ii)  $n=k$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$a_k a_{k+1} = 3a_k - 2$ 이고  $a_k = \frac{2^{k+1} + 1}{2^k + 1}$  이므로

$$\begin{aligned} \frac{2^{k+1} + 1}{2^k + 1} \times a_{k+1} &= 3 \times \frac{2^{k+1} + 1}{2^k + 1} - 2 \\ &= \frac{\boxed{(가)} + 1}{2^k + 1} \end{aligned}$$

이다. 따라서  $a_{k+1} = \frac{\boxed{(나)}}{2^{k+1} + 1}$  이므로

$n=k+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

i), ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ 이라 할 때,  $f(2)+g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 31                      ② 33                      ③ 35  
 ④ 37                      ⑤ 39

14. 어떤 선생님은 수업 시작 전의 스트레스 때문에 고통 받고 있다. 이 선생님이 수업 시작 전에 받는 스트레스 지수를  $s$ , 수업에 참여하는 학생의 수를  $M$ (명), 수업 시작까지 남은 시간을  $t$ (시간)라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log_2 s = \log_2 M + \frac{1}{t} + k \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

이 선생님이 수업에 참여하는 학생의 수가 40명인 수업 시작 1시간 전에 받는 스트레스 지수는 수업에 참여하는 학생의 수가 10명인 수업 시작 2시간 전에 받는 스트레스 지수의 몇 배인가? [4점]

- ①  $\sqrt{2}$                       ② 2                      ③  $2\sqrt{2}$   
 ④ 4                      ⑤  $4\sqrt{2}$

15. 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 방정식  $f'(x)=0$ 은 두 근  $\alpha, \beta(\alpha < \beta)$ 를 갖고, 함수  $f'(x)$ 의 극솟값은  $-1$ 이다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 모든 실수  $t$ 에 대하여 방정식  $f(x)=-x+t$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

ㄴ.  $f(\alpha) = f\left(-\frac{1}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta\right)$

ㄷ.  $\beta - \alpha = 4$ 이면 함수  $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 차이는  $\frac{8}{3}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16.  $\log_2 24 - \log_2 3$ 의 값을 구하여라. [3점]

17. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{5h} = 7$ 일 때,  $f'(4)$ 의 값을 구하여라. [3점]

18. 좌표평면에서 함수  $y = 3^x + 4$ 의 그래프의 점근선과 함수  $y = \log_3(x-2)$ 의 그래프의 점근선이 만나는 점의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라. [3점]

20. 각 항이 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_5 S_7 = 49a_4$ 일 때,  $S_9$ 의 값을 구하여라. [4점]

19. 함수  $f(x)$ 가  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-1)}{x+1} = 2$ 를 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 4)f(x)$ 의 값을 구하여라. [3점]

21. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 함수

$$f(x) = 6 - \frac{|x-6|}{2}$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

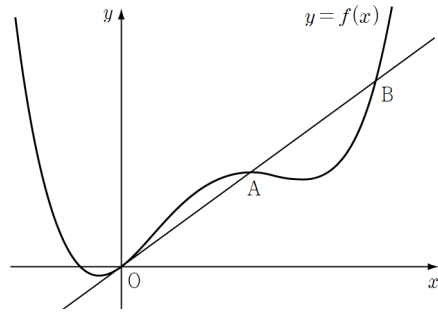
- (가)  $f(a_3) = f(a_8)$   
 (나)  $f(a_{11}) + f(a_{12}) = 0$

$\sum_{k=1}^{14} f(a_k)$ 의 값을 구하여라. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=0$ 인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(0, 0)$ 에서의 접선이 곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때,  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점 A는 선분 OB의 중점이다.  
 (나) 점 A는 곡선  $y=f(x)$ 의 극대점이다.

점 A의  $y$ 좌표가 1 이하일 때, 곡선  $y=f(x)$  위의 점 B에서의 접선의 기울기의 최댓값을 구하여라.  
 (단, O는 원점이고 A와 B는 모두 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



# 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다섯 개의 문자  $a, a, b, c, c$ 를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 30                      ② 25                      ③ 20  
④ 15                      ⑤ 10

24. 방정식  $x+y+z=11$ 을 만족시키는 양의 정수  $x, y, z$ 의 순서쌍  $(x, y, z)$  중에서  $x, y, z$ 가 모두 홀수인 것의 개수는? [3점]

- ① 6                      ② 9                      ③ 12  
④ 15                      ⑤ 18

# 2

## 수학 영역(확률과 통계)

25. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$  중에서  $f(1) + f(2) = 9$ 를 만족시키는 것의 개수는? [3점]

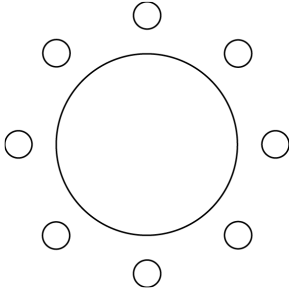
- ① 210                      ② 220                      ③ 230  
④ 240                      ⑤ 250

26.  $\left(x - \frac{a}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항이 24가 되도록 하는

양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

27. 8개의 자리가 일정한 간격으로 놓여 있는 원형의 테이블에 남학생 3명과 여학생 3명이 앉을 때, 남학생들은 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 하는 방법의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 600                      ② 660                      ③ 720
- ④ 780                      ⑤ 840

28. 세 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 다섯 개를 선택하여 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 각 자리의 수 중 0, 1, 2가 각각 적어도 한 개 이상 있는 4의 배수의 개수는? [4점]

- ① 30                      ② 32                      ③ 34
- ④ 36                      ⑤ 38

# 4

## 수학 영역(확률과 통계)

단답형

29. 그림과 같이 일렬로 나열된 7개의 의자에 3명이 앉을 때, 3명 중 2명은 서로 이웃하고 1명은 누구와도 이웃하지 않도록 하는 방법의 수를 구하여라. [4점]



30. 흰 공 8개, 검은 공 4개가 있다. 이 12개의 공 중에서 10개를 선택하여 3명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하여라. (단, 같은 색의 공끼리는 서로 구별하지 않고, 각 학생은 1개 이상의 공을 받는다.) [4점]

# 수학 영역(미적분)

5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n^2+4}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④ 2                              ⑤ 4

24. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 + a_2 + a_3 = 14$ 이고,

$a_2 + a_3 + a_4 = 7$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 24                      ② 22                      ③ 20  
④ 18                      ⑤ 16

# 2

## 수학 영역(미적분)

25.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 를 만족시키는 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2S_n + a_n + 1}{S_{n-1} - a_n - 2}$ 의

값은? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
 ④ 7                      ⑤ 8

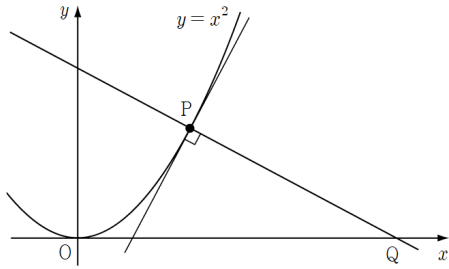
26. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + n)a_n = 2, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{b_n} = 4$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n}(1+b_n^2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$                       ②  $\frac{1}{4}$                       ③ 2  
 ④ 4                      ⑤ 8

27. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $P(n, n^2)$ 을 지나고 곡선  $y=x^2$  위의 점 P에서의 접선과 수직인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 Q라 하자. 선분 OQ의 길이를  $l_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n^3}$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{1}{1}$                       ③ 2
- ④ 4                              ⑤ 8

28. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 두 이차함수

$$f(x) = \frac{x^2}{3} - 2x + 3, \quad g(x) = 8 - \frac{x^2}{2}$$

의 그래프와 만나는 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 하자. 선분  $P_nQ_n$  위의 점 중  $y$ 좌표가 정수인 점의 개수를

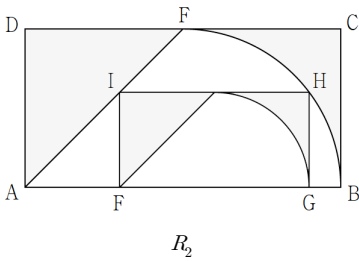
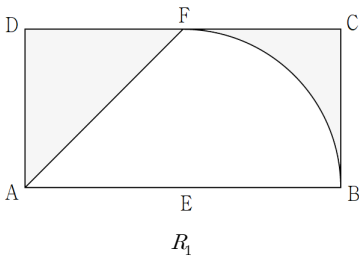
$a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{2}{3}$
- ④  $\frac{5}{6}$                       ⑤ 1

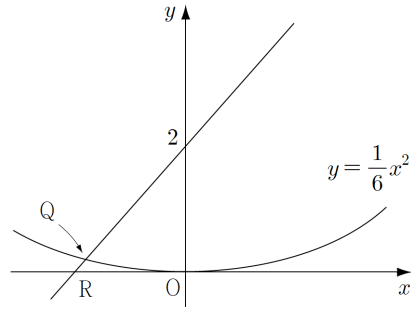
단답형

29. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{AD}=1$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AB, CD의 중점을 각각 E, F라 할 때, 점 E를 중심으로 하는 부채꼴 EBF의 호와 선분 AF와 직사각형 ABCD로 만들어진  $\square$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분 AB 위의 두 점 F, G, 호 BF 위의 점 H, 선분 AF 위의 점 I를 네 꼭짓점으로 하고  $\overline{FG}:\overline{FI}=2:1$ 인 직사각형 FGHI에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로  $\square$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은  $\frac{q}{p} \left( \frac{3}{2} - \frac{\pi}{4} \right)$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 곡선  $C: y = \frac{1}{6}x^2$ 와 직선  $l: y = mx + 2$ 가 있다.  $l$ 과  $C$ 가 만나는 점 중에서 제2사분면에 있는 것을 Q,  $l$ 과  $x$ 축의 교점을 R이라 할 때,  $\lim_{m \rightarrow \infty} (m^2 \cdot \overline{QR})$ 의 값은  $L$ 이다.  $60L$ 의 값을 구하여라. [4점]



# 수학 영역(기하)

5지선다형

23. 타원  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 의 장축의 길이는? [2점]

- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
④ 14                      ⑤ 16

24. 초점이 F(3, 0)이고 준선이  $x = -3$ 인 포물선이

점  $(a, -2)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
④ 2                          ⑤ 3

# 2

## 수학 영역(기하)

25. 다음 조건을 만족시키는 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? [3점]

(가) 점  $(3, 0)$ 을 지난다.  
(나) 점근선의 방정식은  $\sqrt{2}x \pm 3y = 0$ 이다.

- ①  $2\sqrt{7}$       ②  $4\sqrt{2}$       ③ 6  
④  $2\sqrt{10}$     ⑤  $2\sqrt{11}$

26. 직선  $y=2x+4$ 를  $x$ 축의 방향으로  $k$ 만큼 평행이동한

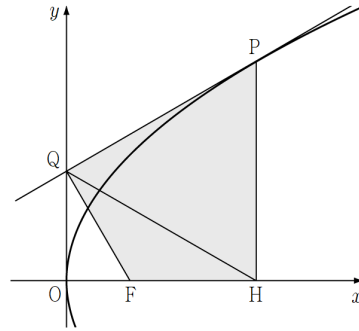
직선이 쌍곡선  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{8} = 1$ 과 접하도록 하는 모든 실수

$k$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

27. 좌표평면의 원  $x^2 + y^2 = 1$  위의 점  $A(a, b)$ 에 대하여 점  $B(5a+3, 4b)$ 가 나타내는 곡선을  $C$ 라 하자. 점  $(6, 0)$ 을 지나는 직선이 곡선  $C$ 와 두 점  $P, Q$ 에서 만나고  $\overline{PQ} = 8$ 일 때,  $\overline{OP} + \overline{OQ}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]
- ① 8                      ② 10                      ③ 12  
 ④ 14                      ⑤ 16

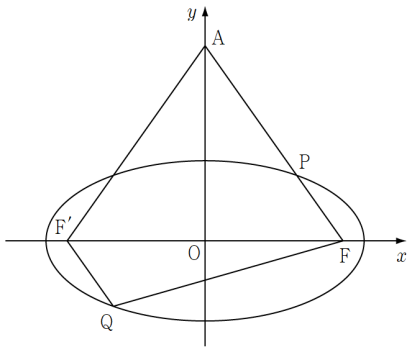
28. 그림과 같이 초점이  $F(p, 0)$ 인 포물선  $y^2 = 4px$ 와 포물선 위의 점  $P$ 가 있다. 포물선  $y^2 = 4px$ 의 점  $P$ 에서의 접선이  $y$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 하고, 점  $P$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자.  $\cos(\angle QFH) = -\frac{1}{2}$ 이고, 사각형  $PQFH$ 의 넓이가  $12\sqrt{3}$ 일 때,  $p$ 의 값은? (단,  $p$ 는 양수이다.) [4점]



- ① 1                      ②  $\sqrt{2}$                       ③  $\sqrt{3}$   
 ④ 2                      ⑤  $\sqrt{5}$

단답형

29. 좌표평면에 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 이 타원 위의 두 점  $P, Q$ 가 있다. 직선  $FP$ 가  $y$ 축과 만나는 점을  $A$ 라 하면, 사각형  $FAF'Q$ 는 두 선분  $AF$ 와  $F'Q$ 가 서로 평행하고  $\overline{F'A} = \overline{QF}$ 인 등변사다리꼴이다. 사각형  $FAF'Q$ 의 넓이가  $16\sqrt{2}$ 일 때,  $\overline{FF'} = a$ 이다.  $a^2$ 의 값을 구하여라. (단,  $b^2 < 16$ ) [4점]



30. 두 집합

$$A = \{(x, y) | (kx^2 + y^2 - k)(x^2 - 4y^2 - 4) = 0\},$$

$$B_t = \{(x, y) | y = 2x + t\}$$

에 대하여  $f(t) = n(A \cap B_t)$ 라고 정의할 때, 함수  $f(t)$ 가 모든 실수  $t$ 에 대하여 연속이 되도록 하는 상수  $k$ 의 값을 구하여라. [4점]

# [권구승/한성은 모의고사 3월 연습(1/2) 정답표]

## 〈공통〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 01 | ①  | 02 | ③  | 03 | ②  | 04 | ⑤  | 05 | ④  |
| 06 | ①  | 07 | ③  | 08 | ④  | 09 | ②  | 10 | ③  |
| 11 | ④  | 12 | ④  | 13 | ②  | 14 | ⑤  | 15 | ⑤  |
| 16 | 3  | 17 | 35 | 18 | 6  | 19 | 30 | 20 | 63 |
| 21 | 31 | 22 | 5  |    |    |    |    |    |    |

## 〈확률과 통계〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답  | 문항 | 정답  | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|-----|----|-----|----|----|----|----|
| 23 | ①  | 24 | ④   | 25 | ⑤   | 26 | ②  | 27 | ③  |
| 28 | ③  | 29 | 120 | 30 | 777 |    |    |    |    |

## 〈미적분〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 23 | ②  | 24 | ⑤  | 25 | ④  | 26 | ①  | 27 | ③  |
| 28 | ④  | 29 | 41 | 30 | 40 |    |    |    |    |

## 〈기하〉

| 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 | 문항 | 정답 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 23 | ②  | 24 | ①  | 25 | ⑤  | 26 | ④  | 27 | ③  |
| 28 | ③  | 29 | 48 | 30 | 11 |    |    |    |    |

## COMMENT 09

(가)에서  $f(x) = x^4 + 2x^2 + \dots$ 이고, (나)에서  $f(1) = 0$ ,  $f'(1) = 12$ 이다.

$$f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x - 7$$

## COMMENT 10

삼각형 ACD에서 사인을 때리면  $\frac{\overline{AD}}{\sin(\angle ACD)} = 4$ 이므로  $\overline{AD} = \sqrt{6}$ 이다.

$\overline{CD} = x$ 라 두고 삼각형 ACD에서 코사인 때리면  $6 = x^2 + 15 - 2\sqrt{15}x \times \frac{\sqrt{10}}{4}$ 이다.

$$2x^2 - 5\sqrt{6}x + 18 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{6})(2x - 3\sqrt{6}) = 0$$

이다. 긴 것은 점 D가 원 밖에 떨어지는 경우이다. ( $\angle ADC$ 가 예각인 경우)

## COMMENT 12

$\int_0^a f(t)dt = k$ 라 하자. 준 식에  $x = 2$ 를 대입하면  $k = 2a + 12$ 다.

양 변을 미분하면  $f(x) = 3x^2 + 2x + a$ 이고  $\int_0^a (3t^2 + 2t + a)dt = k$ 에서  $a^3 + 2a^2 = k$ 다.

연립하여 풀면  $a = 2$ ,  $k = 16$ 이다.

※ 처음 준 식에  $x = 0$ 을 대입하면  $\int_0^2 f(t)dt = \int_0^a f(t)dt$ 를 얻을 수 있지만 여기서  $a$ 를 바로 뽑을 수는 없다.

## COMMENT 13

$$f(k) = 2^{k+2}$$

$$g(k) = 2^{k+2} + 1$$

## COMMENT 14

$\log_2 s_1 = \log_2 40 + 1 + k$ 에서  $s_1 = 40 \times 2 \times 2^k$ 이고,

$\log_2 s_2 = \log_2 10 + \frac{1}{2} + k$ 에서  $s_2 = 10 \times \sqrt{2} \times 2^k$ 이다.

$s_1$ 은  $s_2$ 의  $4\sqrt{2}$  배이다.

## COMMENT 15

니은 : 2:1 알중

디글 : 도함수는  $y = \frac{1}{4}x(x-4)$ 를 평행이동시킨 것이다.

도함수와  $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는  $\frac{8}{3}$ 이다.

## COMMENT 20

$S_7 = 7a_4$ 이므로 준 식은  $a_5 = 7$ 이다.  $S_9 = 9a_5$ 이다.

## COMMENT 21

$a_{5.5} = 6$ ,  $a_{11.5} = 18$ 이므로 공차는 2,  $a_1 = -3$ 이다.

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{14} f(a_k) &= \sum_{k=1}^8 f(a_k) \\ &= f(-3) + f(-1) + 2f(1) + 2f(3) + 2f(5) \\ &= (1.5) + (2.5) + 2(3.5) + 2(4.5) + 2(5.5)\end{aligned}$$

## COMMENT 22

두 양수  $a$ ,  $k$ 에 대하여  $f(x) = x^2(x-a)(x-2a) + kx$ 로 나타낼 수 있다.

$$f'(a) = 0 \Leftrightarrow -a^3 + k = 0 \Leftrightarrow k = a^3$$

$$f(a) \leq 1 \Leftrightarrow a^4 \leq 1 \Leftrightarrow a \leq 1$$

이다.  $f'(2a) = 5a^3$ 이므로 최댓값은 5다.

## COMMENT 확률과 통계 27

남자A를 고정시켜두고 생각하자.

남자B와 남자C의 자리를 정하는 경우의 수는  $6 \times 2!$ 이다.

남은 자리에 여자 3명을 앉히는 경우의 수는  $5 \times 4 \times 3$ 이다.

## COMMENT 확률과 통계 28

00으로 끝나는 경우 : 10가지

12로 끝나는 경우 : 10가지

20로 끝나는 경우 : 14가지

## COMMENT 확률과 통계 29

$$(\text{배열}) - (\text{모두 이웃}) - (\text{모두 따로}) = \frac{7!}{4!} - (5 \times 3!) - (5 \times 4 \times 3)$$

## COMMENT 확률과 통계 30

공 10개를 선택하는 경우에 따라 분할하여 세면,

Case1) 흰 공 8개, 검은 공 2개

Case1-1) 검은 공을 [2, 0, 0]으로 나누어줄 때,  $3 \times {}_3H_6 = 84$

Case1-2) 검은 공을 [1, 1, 0]으로 나누어줄 때,  $3 \times {}_3H_7 = 108$

Case2) 흰 공 7개, 검은 공 3개

Case2-1) 검은 공을 [3, 0, 0]으로 나누어줄 때,  $3 \times {}_3H_5 = 63$

Case2-2) 검은 공을 [2, 1, 0]으로 나누어줄 때,  $6 \times {}_3H_6 = 168$

Case2-3) 검은 공을 [1, 1, 1]으로 나누어줄 때,  ${}_3H_7 = 36$

Case3) 흰 공 6개, 검은 공 4개

Case3-1) 검은 공을 [4, 0, 0]으로 나누어줄 때,  $3 \times {}_3H_4 = 45$

Case3-2) 검은 공을 [3, 1, 0]으로 나누어줄 때,  $6 \times {}_3H_5 = 126$

Case3-3) 검은 공을 [2, 2, 0]으로 나누어줄 때,  $3 \times {}_3H_5 = 63$

Case3-4) 검은 공을 [2, 1, 1]으로 나누어줄 때,  $3 \times {}_3H_6 = 84$

## COMMENT 미적분 26

$(4n^2+2n)a_{2n}$ 이 2로 수렴하고  $\frac{4n^2+4n+1}{b_n^2}$ 이 16으로 수렴한다.  $a_{2n}(1+b_n^2)$ 는

$$\begin{aligned} a_{2n}(1+b_n^2) &= a_{2n} + a_{2n}b_n^2 \\ &= \frac{1}{4n^2+2n} \times (4n^2+2n)a_{2n} + \frac{4n^2+4n+1}{4n^2+2n} \times (4n^2+2n)a_{2n} \times \frac{b_n^2}{4n^2+4n+1} \end{aligned}$$

에서  $0 \times 2 + 1 \times 2 \times \frac{1}{16}$ 으로 수렴한다.

물론 니네는  $a_n = \frac{2}{n^2}$ ,  $b_n = \frac{n}{2}$  놓고 풀겠지.

## COMMENT 미적분 29

$\overline{FI} = a$ 라 하면  $\overline{AG} = 3a$ ,  $\overline{HG} = a$ 이다. 직각삼각형 AGH에서

피타 배리면  $a = \frac{3}{5}$ 이다. 닮음비는 5:3, 공비는  $\frac{9}{25}$ 이다.

## COMMENT 미적분 30

$$\begin{aligned} \overline{QR} &= \left( 3m - \sqrt{9m^2+12} - \left( -\frac{2}{m} \right) \right) \sqrt{m^2+1} \\ &= \frac{24}{m(3m + \sqrt{9m^2+12})^2} \sqrt{m^2+1} \end{aligned}$$

유리화를 두 번 시행하였다.  $(3m - \sqrt{9m^2+12})$ 를 유리화한 후 통분해서 다시 유리화)

## COMMENT 기하 28

코사인값에서  $\overline{OQ} = \sqrt{3}p$ , 접선 성질 때리면  $\overline{PH} = 2\sqrt{3}p$ , 점 P의 좌표는  $(3p, 2\sqrt{3}p)$ 이다.

사각형 PQFH의 넓이는 적당히  $4\sqrt{3}p^2$ 이다.

## COMMENT 기하 29

FQ'와 PF가 서로 평행이고, 타원의 대칭성에서  $\overline{FQ'} = \overline{FP}$ 이고  $\overline{F'P} = \overline{FQ}$ 이다.

점 A가 y축 위의 점이므로  $\overline{F'A} = \overline{FA}$ 이고,  $\overline{F'A} = \overline{FA} = \overline{F'P} = \overline{FQ}$ 이다.

$\overline{FP} = l$ 라 하면 타원의 정의에서  $\overline{F'P} = 8 - l$ 이다. 이등변삼각형 F'AP에서  $\cos(\angle F'AP) = \frac{4-l}{8-l}$ 이다.

대충 사다리꼴의 높이가  $\sqrt{48-8l}$ 이므로 넓이는  $4\sqrt{48-8l}$ 이다.  $l = 2$ 이다. 나머지는 대충.

## COMMENT 기하 30

집합 A의 그래프는 타원  $x^2 + \frac{y^2}{k} = 1$  또는 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  위의 점들의 모임이다.

대충 직선  $y = 2x + t$ 가 타원과 쌍곡선에 동시에 접할 때가 답이다.

두 곡선에 접하는 기울기 2인 직선의 방정식은 각각  $y = 2x \pm \sqrt{4+k}$ 와  $y = 2x \pm \sqrt{15}$ 이다.