

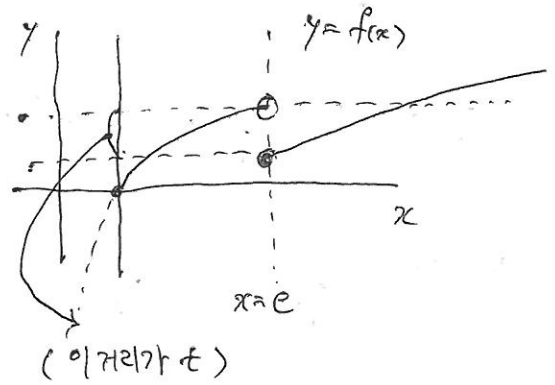
* 2018 학년도 대수능 수학 가형 21번.

$$(t > 0), f(x) = \begin{cases} \ln x & (1 \leq x < e) \\ -t + \ln x & (x \geq e) \end{cases} \quad f(x) \text{의 정의역은 } 1 \text{ 이상의 실수.}$$

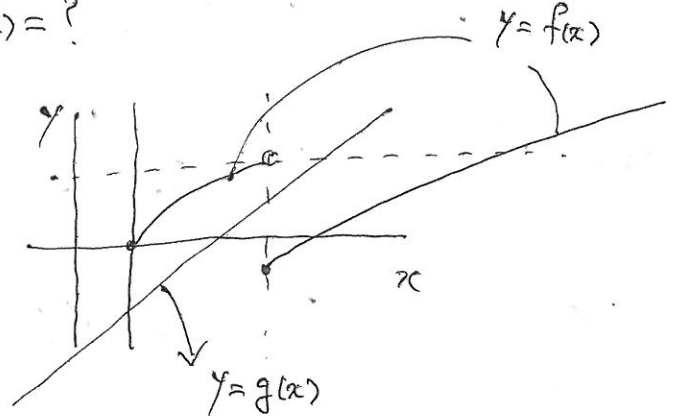
→ 1 이상의 모든 실수 x 에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \geq 0$ 을

만족시키는 일차함수 $y=g(x)$ 의 기울기의 최솟값을 $h(t)$ 라

하자. 이 때 $h(1) = \frac{1}{e+2}$, $h'(\frac{1}{2e}) \times h'(1) = ?$



$$\left. \begin{aligned} (x < e) \quad g(x) &\leq f(x) \\ (x = e) \quad &\text{직접 성립.} \\ (x > e) \quad g(x) &\geq f(x) \end{aligned} \right\} \text{가능한 } g(x) \text{의 한 예} \rightarrow$$

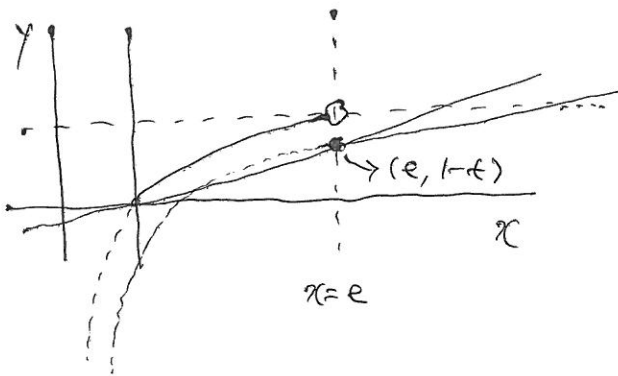


→ $y = \ln x$ ($x > 0$)의 그래프에서

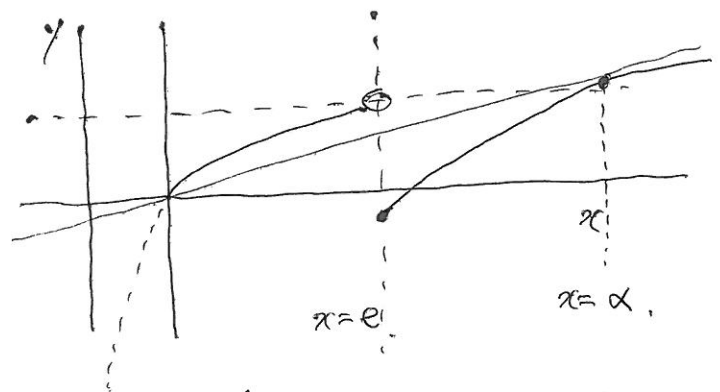
$x = e$ 일 때의 접선의 기울기는 $\frac{1}{e}$ 이다.

(i) $(x \geq e)$ 인 x 에서의 접선이 $(1, 0)$ 을 지날 수 없는 경우.

(ii) $(x \geq e)$ 인 x 에서의 접선이 $(1, 0)$ 을 지날 수 있는 경우. (접점의 x 좌표를 α 라 하자).



$$\rightarrow h(t) = \frac{1-t}{e-1}, \quad \therefore h'(t) = \frac{-1}{e-1}$$



$$\rightarrow h(t) = \frac{-t + \ln \alpha}{\alpha - 1}, \quad \therefore h'(t) = \frac{-1}{\alpha - 1}$$

$y = -t + \ln x$ ($x > 0$)의 $x = e$ 에서의 접선이 $(1, 0)$ 을 지난다면

$(e, 1-t)$ 에서의 접선 $l: y = \frac{1}{e}x - t$ 가 $(1, 0)$ 을 만족하므로 $t = \frac{1}{e}$, $h(t) = \frac{1}{e}$.

따라서 (i)의 경우 $\begin{cases} t < \frac{1}{e} \\ h(t) > \frac{1}{e} \end{cases}$ (ii)의 경우 $\begin{cases} t \geq \frac{1}{e} \\ h(t) \leq \frac{1}{e} \end{cases}$

$h(a) = \frac{1}{e+2} < \frac{1}{e}$. $\therefore$ (ii)의 경우이고, $t=a > \frac{1}{e}$, 구간 $(\alpha, -t + \ln \alpha)$ 에서의

점선의 기울기 $-\frac{1}{\alpha} = h(t) = h(a) = \frac{1}{e+2}$, $\therefore \alpha = e+2$,

$$\therefore h'(a) = \frac{-1}{\alpha-1} = \frac{-1}{e+1} \quad (\because \text{case (ii)})$$

$$h'\left(\frac{1}{2e}\right) = \frac{-1}{e-1} \quad (\because t = \frac{1}{2e} < \frac{1}{e} \text{ 이므로 case (i)에 해당})$$

$$\therefore h'\left(\frac{1}{2e}\right) \times h'(a) = \frac{1}{(e-1)(e+1)} //$$

(t, a 의 위치를 혼동하지 말고, α 와도 혼동하지 말 것).