

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 양수 a, b 에 대해,

$$g(x) = \begin{cases} f(x+c) & 0 < x < a \\ xq(x) & a \leq x \end{cases}, \quad q(x) = \frac{f(x)}{x(x+b)} \quad \text{이고,} \quad h(x) = \left| \frac{g(x)}{x} \right| \quad \text{이다.}$$

(가) $p(x) = \lim_{t \rightarrow x} t^2 h'(t)$ 에 대해, $p(x)$ 는 양수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나) $f(a+c)+b$ 는 최솟값을 가진다.

$q'(a)$ 와 $h(a)$ 가 모두 최소일 때, $f(a+c)+b$ 의 최솟값 $m = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q = ?$

(단, p, q 는 서로소인 자연수)