

* 2020 학년도 평가원 9월 수학 나형 30번.

$$f(x) = x^4 + \dots, \quad f(-1), f(0), f(1), f(2) \rightarrow \text{등차수열.} \quad \left. \vphantom{f(x) = x^4 + \dots} \right\} \text{하나의 직선 위에 존재.}$$

$$-1, 0, 1, 2 \rightarrow \text{등차수열.}$$

2 직선을 $l(x) = ax + b$ (1차항수가 아니고 직선이므로 $a=0$ 일 가능성 존재) 라 하면

$$f(x) - l(x) = (x+1)x(x-1)(x-2) = x(x^2-1)(x-2) = x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x.$$

$$\therefore f'(x) - l'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 2x + 2.$$

$$\begin{cases} f'(-1) = l'(-1) - 4 - 6 + 2 + 2 = a - 6 \\ f'(2) = l'(2) + 32 - 24 - 4 + 2 = a + 6. \end{cases}$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} f(-1) = -a + b \\ f(0) = b \\ f(1) = a + b \\ f(2) = 2a + b. \end{cases}$$

$\therefore (-1, f(-1))$ 에서의 접선을 $T_1(x)$ 라 하면

$$T_1(x) = (a-6)(x+1) + f(-1) = (a-6)x + a-6 + f(-1) = (a-6)x + b-6$$

$(2, f(2))$ 에서의 접선을 $T_2(x)$ 라 하면

$$T_2(x) = (a+6)(x-2) + f(2) = (a+6)x - 2a - 12 + 2a + b = (a+6)x + b - 12.$$

$$T_1(x), T_2(x) \text{ 2개 } (k, 0) \text{ 을 지나므로 } \begin{cases} ak - 6k + b - 6 = 0 \\ ak + 6k + b - 12 = 0. \end{cases} \quad \left. \vphantom{ak - 6k + b - 6 = 0} \right\} 12k - 6 = 0.$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}, \quad \therefore \frac{a}{2} + b = 9.$$

$$f(2k) = f(1) = a + b = 20. \quad \left. \vphantom{f(2k) = f(1) = a + b = 20} \right\} \begin{cases} a + 2b = 18 \\ a + b = 20 \end{cases} \text{ 에서}$$

$$b = -2, \quad a = 22, \quad k = \frac{1}{2} \quad \therefore f(x) - l(x) = f(x) - (22x - 2)$$

$$= (x+1)x(x-1)(x-2).$$

$$\therefore f(4k) = f(2). \quad f(2) - 42 = 0.$$

$$\therefore f(4k) = f(2) = 42 //$$