

* 2020 학년도 평가원 9월 수능 나형 2번.

$$f(x) = x^3 + x^2 + ax + b, \quad f'(x) = 3x^2 + 2x + a.$$

$$g(x) = f(x) + (x-1)f'(x) = \{ (x-1)f'(x) \}' \rightarrow \therefore (x-1)f'(x) = h(x) \text{라 하면 } h'(x) = g(x).$$

$$= x^3 + x^2 + ax + b + (x-1)(3x^2 + 2x + a) \quad (1) \rightarrow \text{True.}$$

$$= 4x^3 + (2a-2)x + b - a.$$

$$(2) f(x) \text{가 } x=-1 \text{에서 극값을 가지면 } f(-1)=0, f'(-1)=0.$$

$$\therefore -a+b=0, \quad 3-2+a=0 \text{에서 } a=-1, b=-1, \quad g(x) = 4x^3 - 4x$$

$$\therefore \int_0^1 g(x) dx = \int_0^1 \{ 4x^3 - 4x \} dx = [x^4 - 2x^2]_0^1 = 1 - 2 = -1. \quad (2) \rightarrow \text{True.}$$

$$(E) f(0)=0 \text{이면 } b=0, \quad f(x) = x^3 + x^2 + ax = x(x^2 + x + a), \quad g(x) = 4x^3 + (2a-2)x - a.$$

$$\therefore g(0) = -a, \quad g(1) = 4 + 2a - 2 - a = 2 + a. \quad \therefore (-a) \times (a+2) \leq 0 \text{이면 True.}$$

but 주어진 정보형태로는 판단불가. (틀리다가 +하고 판단불가임) $\therefore$ 형태, 접근방법 변경 필수.

$f(x), g(x), (x-1)f'(x) (=h(x))$ 모두 다항함수이므로 $[0, 1]$ 에서 연속, $(0, 1)$ 에서

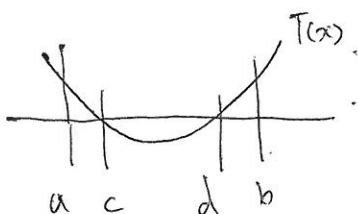
미분가능하다. $\therefore h(0)=0, h(1)=0$ 이고 $\frac{h(1)-h(0)}{1-0} = h'(c) = c$ 를 만족하는 c 가

$(0, 1)$ 사이에 존재한다. (평균값 정리, 롤의 정리) $\therefore h'(x) = g(x)$ 는 $(0, 1)$ 에서

적어도 하나의 실근을 갖는다.

* 사잇값 정리로 접근할 때, 선행 이해 (미리 인지하고 있어야 할 부분내용).

$[0, 1]$ 에서 성립하면 $[0, 2]$ 에서는? $\rightarrow$ 성립.



$T(a) > 0, T(b) > 0 \rightarrow (a, b)$ 에서 적어도 하나의 실근?

c, d 가 근인 것을 안다면 성립 $\rightarrow$ 적어도 두 개의 실근.

c, d 가 $\sim$ 2근다면 꼭짓점의 좌표 확인.

$$f(x) = x^3 + x^2 + \alpha x \quad (\because f(0) = 0), \quad f'(x) = 3x^2 + 2x + \alpha, \quad D(f'(x)) \geq 1 \Rightarrow \text{두개, 근의 2등 존재}$$

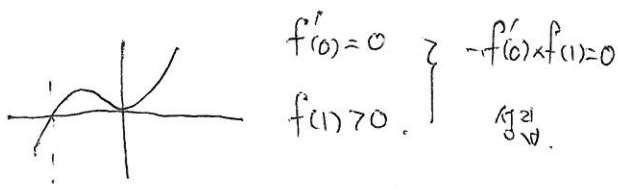
$$f(x) = 0 \text{의 해집합을 } S = \{\alpha, \beta, 0\} \text{이라 하면 } S = \{\alpha, -\alpha-1, 0\} \quad (\because \text{근과 계수의 관계}).$$

(A) α 가 해근. $\alpha = -\frac{1}{2} + p^2, \beta = -\alpha - 1 = -\frac{1}{2} - p^2, 0$. (단, p 는 임의의 실수).

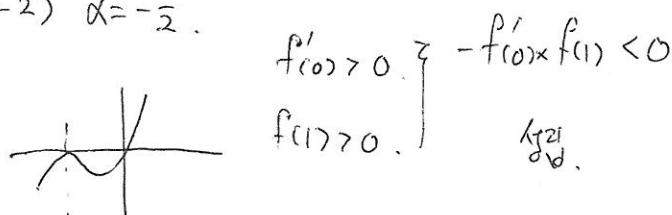


(B) α 가 실근. (각각의 α 범위를 찾는 과정은 생략)

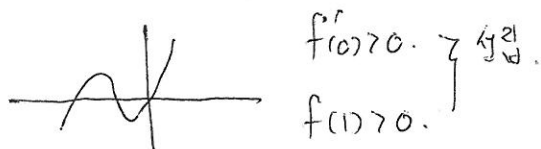
(B-1) $\alpha = -1$ or $\alpha = 0$



(B-2) $\alpha = -\frac{1}{2}$



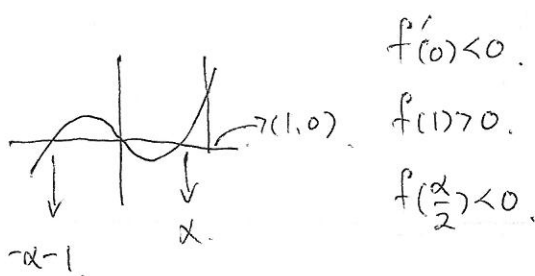
(B-3) $-1 < \alpha < -\frac{1}{2}$ or $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.



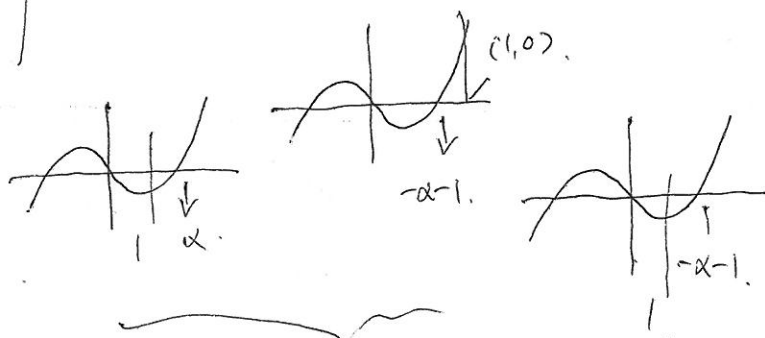
적어도 하나의 실근을 갖는다 $\rightarrow$ 성립.

$(0, \frac{\alpha}{2}) \in (0, 1)$ 이므로 $(0, 1)$ 에서

(B-4) $\alpha < -1$ or $\alpha > 0$.



$\therefore (0, \frac{\alpha}{2})$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.



* 시험장에서는 평균값 정리를 활용해서

해결해야 한다. 교육과정상 중요 내용이고,

시험문제에 자주 출제되는 방식이다. 단, 기출되도록 때에는 이와 같이 사잇값 정리도

사용가능하다는 점은 확인해 두어야 한다.

두 성립.