

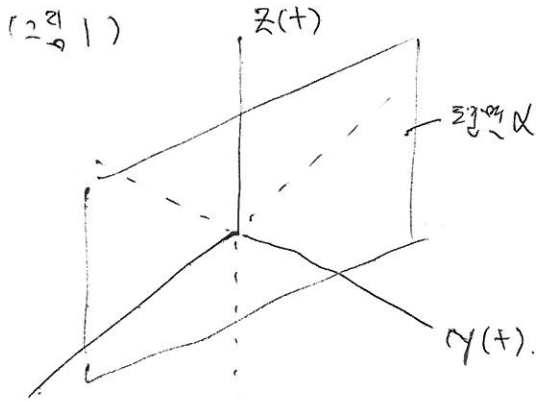
* 2020 학년도 평가전 9월 수학 가형 29번.

원점 O, 점 A(4, 0, 0), 평면 $x + y + \sqrt{2}z = 0$ (원점을 지나는 평면) \rightarrow 평면 α .

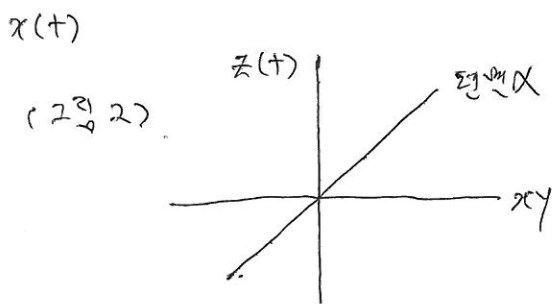
(가) $|\vec{OP}| = 1 \text{ or } 2 \text{ or } 3 \text{ or } \dots \text{ or } 9$.
 (나) $\vec{OA} \cdot \vec{AP} = 6$

점 P는 평면 α 위에 있고, 원점과의 거리가 9 이하의 자연수이면서 평면 $x = \frac{11}{2}$ 위에 있다.

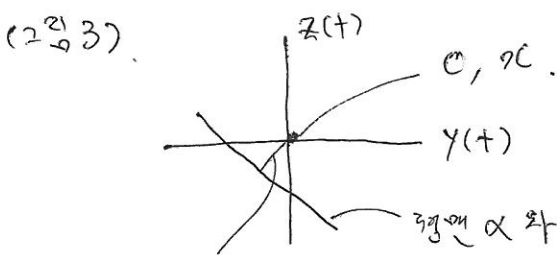
\Rightarrow 점 P는 평면 α 와 평면 $x = \frac{11}{2}$ 의 교선 위의 점.



그림과 같은 각도에서 바라볼 때, $x(t), y(t)$
 $z(t)$ 는 2두 평면보다 앞쪽에 위치한다.



평면 α 의 법선벡터가 $(1, 1, \sqrt{2})$ 이므로
 xy 평면과 이루는 각은 $(\sqrt{1^2+1^2}, \sqrt{2})$ 에서
 45° 가 된다.



$\therefore |\vec{OP}|$ 의 최솟값은 $\sqrt{\left(\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2\sqrt{3}}\right)^2}$
 $= \frac{11}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{121}{3} + 36\right)$.

$|\vec{OP}| = \frac{11}{2\sqrt{3}}$.

$\left(\frac{11}{2} + y + \sqrt{2}z = 0\right)$.

$\therefore |\vec{OP}| = 7 \text{ or } 8 \text{ or } 9$.

점 P $\left(\frac{11}{2}, y, z\right)$ 라 하면 $\vec{OP} = \left(\frac{11}{2}, y, z\right), \vec{AP} = \left(\frac{3}{2}, y, z\right), \vec{OP} \cdot \vec{AP} = \frac{33}{4} + y^2 + z^2$.

$|\vec{OP}|^2 = \frac{121}{4} + y^2 + z^2 = 7^2 \text{ or } 8^2 \text{ or } 9^2 \rightarrow y^2 + z^2 = 7^2 - \frac{121}{4} \text{ or } 8^2 - \frac{121}{4} \text{ or } 9^2 - \frac{121}{4}$.

따라서 $\frac{33}{4} + y^2 + z^2$ 의 $\min = 7^2 - \frac{121}{4} + \frac{33}{4} = 49 - 22 = 27$.

$\max = 9^2 - \frac{121}{4} + \frac{33}{4} = 81 - 22 = 59$.

} $m + m = 86$