

* 2020 학년도 평가원 9월 수학 가형 30번.

$$f'(x^2+x+1) = \pi f(1) \sin \pi x + f(3)x + 5x^2 \rightarrow f(x) \text{가 없으므로 이분하지 말고 적분해 보라는 소리.}$$

$$x=0. \quad f'(1) = 0.$$

$$x=1. \quad f'(3) = f(3) + 5$$

$$x=2. \quad f'(7) = 2f(3) + 20.$$

$$x=-1. \quad f'(-1) = -f(3) + 5.$$

$$\therefore f'(1)=0, \quad f'(3)=10, \quad f(3)=5.$$

(조건에서 모든 실수에 대하여 성립함식).

$f'(x^2+x+1)$ 에서 $f(x^2+x+1)$ 은 유한한 값이므로 조건식의 양변에 $(2x+1)$ 을 곱한다.

$$\therefore (2x+1)f'(x^2+x+1) = (2x+1)\{\pi f(1) \sin \pi x + 5x + 5x^2\}$$

$$f(x^2+x+1) = \int 2\pi f(1)x \sin \pi x dx + \int \{10x^2 + 10x + \pi f(1) \sin \pi x + 5x + 5x^2\} dx \dots \textcircled{1}$$

$$\int x \sin \pi x dx = -\frac{1}{\pi} \cos \pi x \times x + \int \frac{1}{\pi} \cos \pi x dx = \frac{-x \cos \pi x}{\pi} + \frac{\sin \pi x}{\pi^2}$$

$$\therefore f(x^2+x+1) = -2f(1)x \cos \pi x + \frac{2f(1) \sin \pi x}{\pi} + \frac{5}{2}x^4 + 5x^3 + \frac{5}{2}x^2 - f(1) \cos \pi x + C \dots \textcircled{2}$$

$$x=0. \quad f(1) = -f(1) + C. \quad \therefore \text{적분상수 } C = 2f(1).$$

$$x=1. \quad f(3) = 5 = 2f(1) + \frac{5}{2} + 5 + \frac{5}{2} + f(1) + 2f(1) = 5f(1) + 10. \quad \therefore f(1) = -1.$$

$$x=2. \quad f(7) = -4f(1) + 40 + 40 + 10 - f(1) + 2f(1)$$

$$= 90 - 3f(1) = 90 + 3 = 93.$$