

정시논술연습2

[가]

0과 1만으로 정보를 표현하는 방식을 이진코드라고 한다. 이진코드 중 Prefix Code는 어떤 정보를 이진코드로 표현했을 때 다른 모든 정보의 이진코드와 앞부분이 같지 않도록 표현하는 방식이다. 예를 들어 서로 다른 정보를 00, 10, 111로 바꾸는 것은 Prefix Code 이지만 서로 다른 정보를 00, 10, 111, 0011로 바꾸면 0011의 앞부분이 다른 정보인 00과 같으므로 Prefix Code 가 아니다.

[나]

Prefix Code 를 사용하여 n 개의 정보를 이진 코드로 표현했을 때 각 코드의 길이(자릿수)를 y_1, y_2, \dots, y_n 이라 하면

$$\sum_{i=1}^n 2^{-y_i} \leq 1$$

를 만족함이 알려져 있다.

1.

(1) $f''(x) \geq 0$ 이고 $n \geq 2$, $\lambda_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$ 일 때 임의의 $x_i (1 \leq i \leq n)$ 에 대하여

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f(x_i) \geq f\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i x_i\right)$$

임을 보이시오.

(2) $x_i, y_i \geq 0 (1 \leq i \leq n)$ 이고 $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i = 1$ 일 때

$$\sum_{i=1}^n x_i \log x_i \geq \sum_{i=1}^n x_i \log y_i$$

임을 보이시오.

(3) 확률변수 X 는 n 개의 값 $x_i (1 \leq i \leq n)$ 이 나올 확률이 각각 $p_i (1 \leq i \leq n)$ 이다. X 를 Prefix Code를 사용하여 이

진 코드로 변환했을 때 코드 길이의 기댓값이 $\sum_{i=1}^n p_i \log \frac{1}{p_i}$ 이상임을 보이시오.

2.

제시문 [나]의 부등식이 성립함을 보이시오.