

※ 2017학년도 대수능 수학 가형 20번.

$$\text{함수 } f(x) = e^{-x} \cdot \int_0^x \sin(t^2) dt.$$

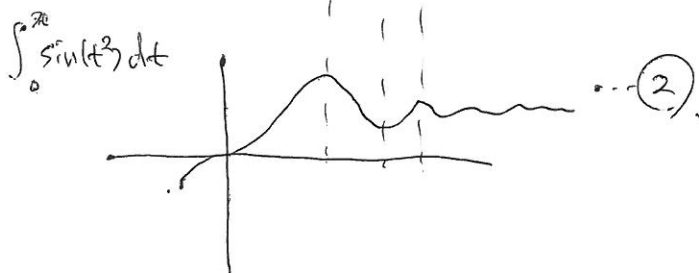
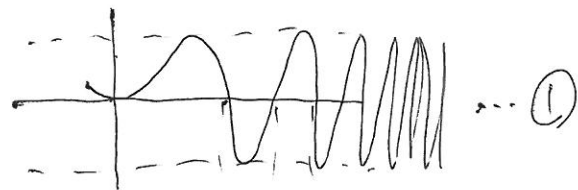
$$\sin(x^2)$$

($\int x \sin(x^2) dx$ 는 초등함수로 적분값 계산이

가능하지만, $\int \sin(x^2) dx$ 는 초등함수로는

적분이 불가능하다. 결국 계산하라는 말이 아니고,

추론하라는 말이다.)



$f(x) = e^{-x} \cdot \int_0^x \sin(t^2) dt$ 는 e^{-x} 함수의 그래프와 (2) 그래프의 곱함수의 그래프로 추론할 것.

(7) $\rightarrow$ True. $f(\sqrt{\pi}) > 0$.

(t^2) 은 각도를 나타내는 라디안 실수값이므로 $\sqrt{\pi}$ 를 넘으면 닫힌구간 $[0, \sqrt{\pi}]$ 에서

$\sin(t^2)$ 함수를 적분한 값이다. $[0, \pi]$ 에서 $\sin(t^2) \geq 0$ 이므로

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \sin(t^2) dt > 0, e^{-x} > 0. \text{ 따라서 } f(\sqrt{\pi}) > 0.$$

(4), (5) $\rightarrow$ True.

$$f(x) = e^{-x} \cdot \int_0^x \sin(t^2) dt$$

$$\rightarrow f(0) = 0, f(\sqrt{\pi}) > 0. \dots (3)$$

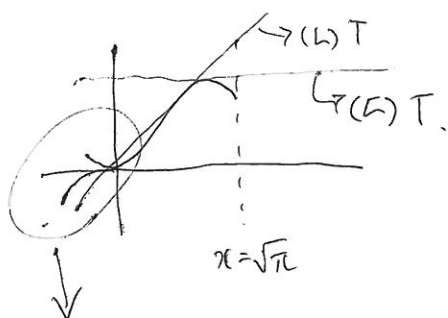
$$f'(x) = -e^{-x} \cdot \int_0^x \sin(t^2) dt + e^{-x} \cdot \sin(x^2)$$

$$= e^{-x} \times \left\{ -\int_0^x \sin(t^2) dt + \sin(x^2) \right\}$$

$$\rightarrow f'(0) = 0, f'(\sqrt{\pi}) < 0 \dots (4)$$

$$(\because e^{-x} > 0)$$

$\therefore f(x)$ 의 그래프를 추론하면 다음과 같다.



$\therefore f'(a) > 0$ 을 만족하는 a 가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재 (중간값 정리) 하고, $f'(b) = 0$ 을 만족하는 b 가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다. (사잇값 정리).

$f'(0) = 0$ 인지 미확인이므로

다음과 같은 형태도 가능하다.

(실제 다음과 같은 형태를 나옴).