

수학의 단권화

김지석

김지석

- 👤 서울대학교 수학교육과 졸업 (영문학 부전공)
- 👤 초등학교 수학 30점을 넘어본 적이 없는 수포자
- 👤 꾸준한 성적 향상으로 서울대 수학교육과 졸업, EBS-i 강사

- 🏆 (현) EBS-i 강사
- 🏆 (현) 이강학원 & 이강 모의고사 집필총괄
- 🏆 (전) 스카이에듀 수능 수학 온라인 강의
- 🏆 (전) 공신닷컴(gongsin.com) 대표 멘토
- 🏆 (전) 미국 Lehi High School 교사인턴
- 🏆 <대박타점 공부법> 저자

- 👍 MBC <오늘의 아침> 출연
- 👍 여성중앙 <공신 멘토링> 멘토
- 👍 동아일보 <신나는 공부>코너 인터뷰
- 👍 조인스TV <열려라 공부> 출연
- 👍 메가TV <수능공부법> 수리영역 공부법 강의
- 👍 한겨레 신문 보도
- 👍 중앙일보 <공부 개조 프로젝트> 자문 멘토
- 👍 tvN <80일만에 서울대 가기> 출연
- 👍 KBS <세상의 아침> 출연
- 👍 KBS <생방송 오늘> 출연
- 👍 신동아 <'1등 코드'를 찾아서> 인터뷰
- 👍 MBC <경제 매거진> 출연
- 👍 KBS <취재파일4321> 출연
- 👍 MBC <베란다쇼> 출연



수학의 단권화를 시작하는 제자들에게

"수능을 정복하기 위해서는 단권화하라!"

이런 얘기는 너도 들어봤을 거야.

쌤이 현장에서 수많은 애들을 가르치면서, 단권화를 한 아이들과 그렇지 않은 아이들의 성적 차이가 엄청나게 많이 나는 걸 수도 많이 봤어.

그래서 이 책이 만들어진 거야. (짜잔~!)

너의 성적을 완전하게 올려주기 위해서 말이야.

머릿속이 뒤죽박죽돼버리는 잘못된 개념공부법은 버려.

쌤을 따라오면 '내 손으로 직접 모든 것을 체계적으로 정리'하게 되는 것은 물론 '수능장에서 즉각 써먹을 수 있는 개념'이 네 머릿속에 각인될 거야.

단권화하기에는 너무 늦은 것 같다고?

단권화를 하기에 늦은 시간은 없어. 아무리 급하고 시간이 없다고

나만의 수학 단권화 노트없이 수능시험장에 갈 순 없잖아.

단권화를 하기가 막막하다고?

쌤이 있잖아.

더 이상 비효율적인 공부를 하느라 헤매지마.

평가원 수능 개념 해석법 + 9종 교과서 + 지석쌤 수능 최적화 실전 개념

전부 다 이 한 책에 담았단다.

너의 꿈을 현실로 만들어줄게. 아자!

꿈꾸는 자에게 길이 되어줄

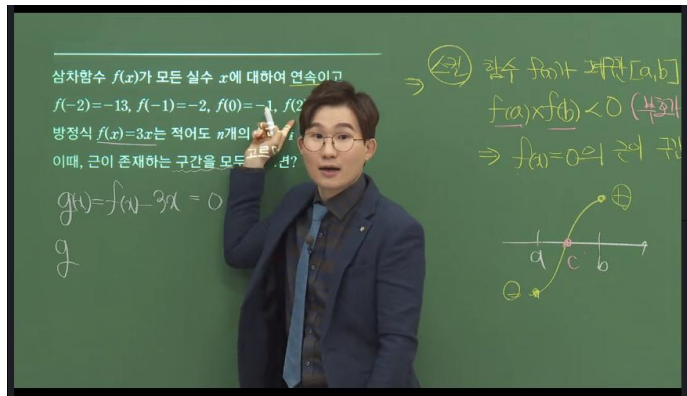
지석쌤이

※ 수학의 단권화 공부법 ※

[1] 인강으로 공부하기



+



↓

끝



[2] 독학으로 공부하기

(Step1) 「손글씨 답지책」을 활용하여

「손글씨 빈칸책」을 내손으로 단권화 개념 노트 만들기



『수학의 단권화』는 「손글씨 빈칸책」과 「손글씨 답지책」이 있어.

▼ 「손글씨 빈칸책」

▼ 「손글씨 답지책」



「손글씨 빈칸책」에서는 필기가 빈칸으로 되어 있고

「손글씨 답지책」는 필기가 예쁜 손 글씨로 채워져 있어.



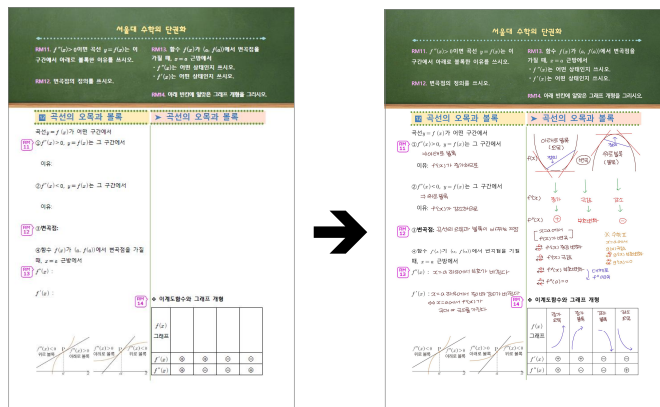
「손글씨 답지책」에 채워진 필기를 보고 개념을 머릿속에 정리하면서,

「손글씨 빈칸책」에 내 손으로 직접 필기를 따라 채우는 거야.

그럼 「손글씨 빈칸책」이 나만의 단권화 개념노트를 만들어져.

▼ 필기 전

▼ 필기 후



단순히 글자만 따라 쓰면 진정한 단권화 학습이 이루어지지 않아.

내용을 이해하고 음미하면서, 개념의 흐름을 머릿속에 담는다는 느낌으로

그렇게 내 손으로 직접 쓰면서 개념을 정리하면

내 머릿속에 개념이 완벽히 정립되지.

(Step2) 개념 복습하기

교재 뒤쪽에 복습 프로그램인 <3초 개념Remind>가 있어.

<3초 개념Remind>에 앞에서 정리한 개념을 물어보는 질문지가 있어.

Question 모름X 아리송? 완성!

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

① 그 질문에 대한 답을 한번 써보자. 

② 잘 모르겠는 것의 답을 앞에서 정리한 개념 노트에서 찾아보자.

(개념 노트 위쪽 칠판 영역에 같은 질문이 있어)

서울대 수학의 단권화

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

RM4. 함수 $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서

- ① 미분가능하면 연속인가?
아니라면 예를 드시오.
- ② 연속이면 미분가능한가?
아니라면 예를 드시오.

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

질문

답

미분 가능성

RM 03 ① 정의: 극한값 $f'(a)$ 가 존재

② 조건:

- (1) 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 연속이다.
- (2) 고미분계수와 오미분계수가 같다

❖ 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서의 미분계수 $f'(a)$ 가 존재할 때, 함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 미분가능하다고 말한다.

❖ 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.

❖ 함수 $f(x)$ 가 정의역에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 미분가능한 함수라고 한다.

RM 04 ❖ $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능 \Leftrightarrow 연속

비례) $f(x) = |x - a|$ (연속함수)

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ 존재} \times \text{(미분불가)}$$

미분 가능성

③ 조건 유도하기

극한값 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 가 존재하면

조건 (1)
(방법 1)

\langle 변모 $\rangle = \{x - a\} \rightarrow 0$ 이므로.
 \langle 불차 $\rangle = \{f(x) - f(a)\} \rightarrow 0$ 이다. ∞ 방지!

따라서 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - f(a)\} = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로
함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 연속이다.

조건 (1)
(방법 2)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \times \lim_{x \rightarrow a} (x - a) = f'(a) \times 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \{ \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \times (x - a) \} = 0$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \{ f(x) - f(a) \} = 0$$


결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로
함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 연속이다.

③ 나의 개념 이해도를 체크해보자! 모름X 아리송? 완성! 

Question 모름X 아리송? 완성!

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

④ 모름X → 아리송? → 완성! 될 때까지 복습하자! 

Question 모름X 아리송? 완성!

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

Q.이렇게 하면 무슨 효과가 있나요?



개념에 대한 감각이 극도로 향상되어

실전에서 개념 따로 문풀 따로 노는 것이 아니라

개념이 문제에 적용되는 확실한 실전 체감이 이루어져!



개념은 총체적인 논리체계야.

수능 수학을 시작부터 끝까지 모두 유도할 수 있게 되면

여러 단계의 논리를 소화할 수 있는

근본적인 수학적 사고력이 향상되어

아무리 복잡한 킬러문제의 논리도 가볍게 돌파할 수 있게 돼!

.....{ 이 책의 구성과 특징 }.....



서울대 가는
완벽 개념학습!

교과서 학습 목표

• 2미분법 •

- 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
- 미분계수의 기하학적 의미를 안다.
- 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
- 함수 $y = x^n$ (n 은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.

Step I. 9종 교과서 총망라!

“9종 교과서 단권화

= 수능 출제자 의도”

수능 출제자들은 개념을 심도 있게 질문한다. 그 것이 바로 수능형 수학 개념! 단순한 개념학습으로는 수능을 정복할 수 없기에 서울대 수학의 단권화가 탄생했다. 그냥 개념 No! 수능형 개념 Yes! ☺ 완벽한 수능 개념을 탑재하는 바르고 빠른 길!

서울대 수학의 단권화

RM11. $f'(x) > 0$ 이면 곡선 $y = f(x)$ 는 이 구간에서 아래로 볼록한 이유를 쓰시오.

RM12. 변곡점의 정의를 쓰시오.

RM13. 함수 $f(x)$ 가 $(a, f(a))$ 에서 변곡점을 가질 때, $x = a$ 근방에서 $f'(x)$ 는 어떤 상태인지 쓰시오. $f''(x)$ 는 어떤 상태인지 쓰시오.

RM14. 아래 빈칸에 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

곡선의 오목과 볼록

곡선 $y = f(x)$ 가 어떤 구간에서

RM 11. ① $f''(x) > 0$, $y = f(x)$ 는 그 구간에서
→ 아래로 볼록
이유: $f'(x)$ 가 증가하므로

② $f''(x) < 0$, $y = f(x)$ 는 그 구간에서
→ 위로 볼록
이유: $f'(x)$ 가 감소하므로

RM 12. ③ 변곡점: 곡선의 오목과 볼록이 바뀌는 지점

④ 함수 $f(x)$ 가 $(a, f(a))$ 에서 변곡점을 가질 때, $x = a$ 근방에서

RM 13. $f'(x) : x = a$ 근방에서 부호가 바뀐다

곡선의 오목과 볼록



Question

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

Step II. 칠판이 내 책속에!

수능에 필요한 모든 개념을 압축!

수능 수학을 머릿속에 각인하는 최적의 학습법!

Step III. 내가 직접 만드는 단권화!

❖ 평가원 수능 개념 해석법

+ 지석샘의 수능 최적화 실전 개념

+ 9종 교과서의 모든 개념을

내 손으로 단권화 한다! 내 머릿속에 저장!

수능 장까지 갖고 갈 너의 최애 개념서! 📖

Step IV. 3초 개념Remind

빠트린 개념이 있을까봐 걱정돼?

걱정하지마! 3초 개념Remind로

수능에 필요한 모든 공식과 개념을

단 하나도 빠짐없이 수능형 질문으로 점검한다.

이것이 바로

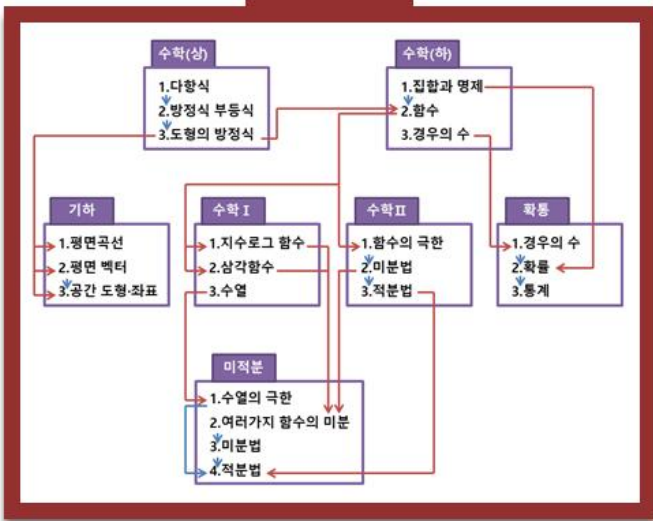
서울대 가는 수능 개념+수리 논술 대비법

◆.....{ Special Contents }.....◆

날짜	수학 I	
1일	1강	지수함수와 로그함수 (1)
	2강	지수함수와 로그함수 (2)
	3강	삼각함수 (1)
2일	4강	삼각함수 (2)
	5강	수열
	수학 II	
3일	6강	함수의 극한
	7강	미분법 (1)
	8강	미분법 (2)
	9강	적분법 (1)

Contents I. 단권화 7일 플랜

강의를 언제 수강해야 할지 모르겠다고?
 걱정하지마! 지식쌤이 직접
 강의 수강 플랜까지 전부 다 만들었다!
 네가 수능 날 100점 받도록
 쌤이 다 퍼먹어 줄게. ✨
 너는 그대로 공부만 하면 돼!



Contents II. 지식쌤의 고등 수학 개념 MAP

간접 범위 내용을 몰라서 불안하니?
 직접 범위 내용이 어렵니?
 걱정하지마! 수학의 Structure를
 한 눈에 확인 할 수 있단다.
 단원 혼합 수능형 문제도 철저하게 대비되는
 지식쌤 만의 수능 수학 개념 학습법.

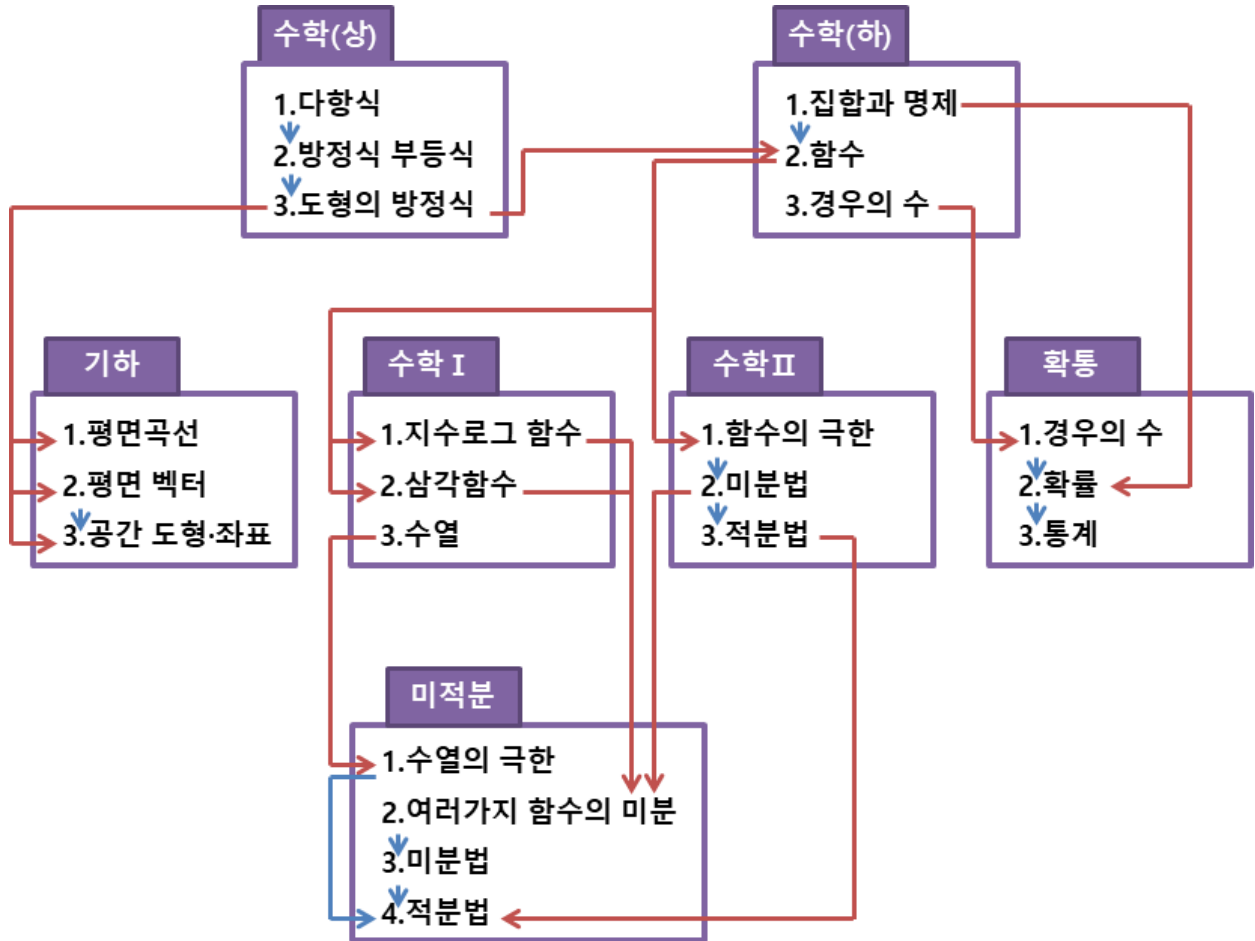


애들아 걱정하지마!
 지식이형이 있잖아!

지식샘과 보람찬 수학의 단권화 7일

날짜	수학 I		<input checked="" type="checkbox"/> 수강 날짜
1일	1강	지수함수와 로그함수 (1)	<input type="checkbox"/>
	2강	지수함수와 로그함수 (2)	<input type="checkbox"/>
	3강	삼각함수 (1)	<input type="checkbox"/>
2일	4강	삼각함수 (2)	<input type="checkbox"/>
	5강	수열	<input type="checkbox"/>
	수학 II		
3일	6강	함수의 극한	<input type="checkbox"/>
	7강	미분법 (1)	<input type="checkbox"/>
	8강	미분법 (2)	<input type="checkbox"/>
4일	9강	적분법 (1)	<input type="checkbox"/>
	10강	적분법 (2)	<input type="checkbox"/>
	미적분		
5일	11강	수열의 극한	<input type="checkbox"/>
	12강	여러 가지 함수의 미분	<input type="checkbox"/>
	13강	여러 가지 미분법 (1)	<input type="checkbox"/>
6일	14강	여러 가지 미분법 (2)	<input type="checkbox"/>
	15강	여러 가지 적분법 (1)	<input type="checkbox"/>
	16강	여러 가지 적분법 (2)	<input type="checkbox"/>
7일	확률과 통계		
	17강	경우의 수 (1)	<input type="checkbox"/>
	18강	경우의 수 (2)	<input type="checkbox"/>
7일	19강	확률	<input type="checkbox"/>
	20강	통계 (1)	<input type="checkbox"/>
	21강	통계 (2)	<input type="checkbox"/>

지식샘의 고등수학 개념 MAP



개념 MAP 활용법

<수학의 단권화> 뒷부분 단원을 공부하다가
 이해가 잘 안 가는 부분이 있다면, 앞부분 내용 중에 뺏꾸난 것이 있어서야.
 공부하고 있던 단원을 이해하는데 필요한 앞 단원을 찾아보고 싶을 때
 이 개념MAP을 통해 찾을 수 있어!

Contents

Part1: [단권화 Program]

모든 개념을 한권에 담아내자

* 수학(상) *	p66
* 수학(하) *	p110
* 확률과 통계 *	p146
* 수학 I *	p170
* 수학II *	p208
* 미적분 *	p250
* 기하 *	p298

Part2: [복습 Program] p13

한 치의 방구도 허용하지 않는다

* 개념Remind *



계속 문제만 풀다보니
개념에 빵꾸난 부분이 있는 것 같은데...

걱정하지마! 3초 개념Remind로 빵꾸난
부분을 초스피드로 몽땅 다 찾아낼 수 있어!



내신, 수능 준비하기도 바쁜데
논술은 또 언제 하나요?

걱정하지마!
개념Remind는 수능 수학의 모든 개념을
백지에 논술형으로 유도할 수 있게
훈련시켜준다!
9종 교과서 개념+대학별 수리논술 문제
빠짐없이 연구했어!



그냥 개념을 알면 됐지,
백지에 유도까지 할 필요 있나요?

모르는 말씀! 실전에 꼭 필요하다!



① 수능 문제의 출제 의도 파악이 잘된다!
수능은 교과개념을 제대로 이해했는지 확인하기 위해 내는 것이라
일부러 문제 풀이과정을 개념 유도과정과 유사하게 출제한다.
개념Remind를 하면 문제 풀 때 출제자 의도에 맞게 접근법을 금방 찾아내게 된다!

② 문제에 개념 적용이 잘된다!
맨날 해설지를 보면서 “아! 그렇구나”해도 직접 풀지는 못하는 우리 밥팅들!
백지에 개념 유도과정을 쓸 줄 모르니까, 문제에 개념을 어떻게 쓸 줄 모르지!

③ 여러 가지 공식이 적용된 최고난도 문제 풀이가 잘된다!
A,B,C 세 가지 공식을 따로 알고 있으면
공식을 하나만 적용하는 단순계산문제 밖에 못푼다!
A→B→C로 유도되는 과정을 알아야 A,B,C 공식이 모두 적용되는 문제에서
식을 어떻게 조합하고 합쳐야 풀 수 있는지를 알 수 있다!



좀 어려운데요;; ㅠ ㅠ

어려우면 도망치지 말고, 당장 공부를 해!
모두 교과서에 있는 기본 개념 내용이야.
설마 이것도 정확히 모른 채로 시험을
잘 보길 바라는 건 아니겠지?



놓쳤던 1%를 채운다!
상위 1%의 3초 개념 점검!
수능과 논술을 한번에!

※ 개념Remind ※

개념Remind 공부법

1. 개념Remind의 질문을 읽으며 답을 모르는 문항을 찾아내고 ✓표시를 한다.

(☞ 이것이 너의 개념이 빵꾸난 부분!)

2. 수학의 단권화 개념 총정리에서 ✓표시에 해당하는 개념을 찾아본다.

(☞ 책에 전부다 표시되어 있어!)

3. 백지에 완벽히 답을 쓸 수 있을 때까지 ✓표시 질문들을 계속 복습한다.

(☞ 그럼 너는 진정한 개념 마스터!)

◆.....{ 상위 1%의 개념 점검 : 개념Remind }.....◆

나의 개념 이해도를 체크해보자! 모름X 아리송? 완성!

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM7. 최대·최소의 정리를 쓰시오.

※ 수학II ※

2.미분법

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM1. 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때 평균변화율을 구하시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM8. 사이값 정리를 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM2. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

- ① 미분계수
- ② 좌미분계수
- ③ 우미분계수 를 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM9. 함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \times f(b) < 0$ 일 때, 성립하는 것을 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM4. 함수 $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서

- ① 미분가능하면 연속인가? 아니라면 예를 드시오.
- ② 연속이면 미분가능한가? 아니라면 예를 드시오.

◆.....{ 수능과 논술을 한번에 : 개념Remind }.....◆

모름X → 아리송? → 완성! 될 때까지 복습하자!

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM5. 함수 $y = f(x)$ 의 도함수의 기호와 정의를 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM10. 롤의 정리를 쓰시오

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM6. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 아래 식이 성립함을 유도하시오.

- ① $\{c\}' = 0$
- ② $\{x^n\}' = nx^{n-1}$
- ③ $\{cf(x)\}' = cf'(x)$
- ④ $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$
- ⑤ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$
- ⑥ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM11. 롤의 정리를 유도하시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM7. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM12. 평균값의 정리를 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM13. 평균값의 정리를 유도하시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM8. 최대·최소의 정리를 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM14. 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서
 ① 증가한다는 것의 정의를 쓰시오.
 ② 감소한다는 것의 정의를 쓰시오.

Question 뭉툼X 아리송? 완성!

RM9. 사이값 정리를 쓰시오.

◆.....{ 상위 1%의 개념 점검 : 개념Remind }.....◆

나의 개념 이해도를 체크해보자! 모름X 아리송? 완성!

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM15. 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

※ $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다.

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM16. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $y = f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) > 0$ 이다.
- ② $f'(x) > 0$ 이면 $y = f(x)$ 가 증가함수이다.
- ③ $y = f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) \geq 0$ 이다.
- ④ $f'(x) \geq 0$ 이면 $y = f(x)$ 가 증가함수이다.

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM17. 삼차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

$(a > 0)$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$f'(x)$ 그래프			
$f(x)$ 그래프			

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM18. 함수의 극대와 극소의 정의를 쓰시오.

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM19. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하고, $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 임을 유도하시오.

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM20. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- ② $f'(a) = 0$ 이면 $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가진다.

Question 뭉뚱X 아리송? 완성!

RM21. 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가질 때, 아래 경우마다 $f(x) = 0$ 의 근의 종류를 쓰시오.

- ① (극대값) × (극소값) < 0
- ② (극대값) × (극소값) = 0
- ③ (극대값) × (극소값) > 0

※ 수학기초 ※

교과서 학습 목표

• 1.함수의 극한 •

- 함수의 극한의 뜻을 안다.
- 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 여러 가지 함수의 극한값을 구할 수 있다.
- 함수의 연속의 뜻을 안다.
- 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

• 3.적분법 •

- 부정적분의 뜻을 안다.
- 함수의 실수배 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.
- 정적분의 뜻을 안다.
- 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.
- 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
- 정적분을 활용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

• 2.미분법 •

- 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
- 미분계수의 기하학적 의미를 안다.
- 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
- 함수 $y = x^n$ (n 은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.
- 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
- 접선의 방정식을 구할 수 있다.
- 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.
- 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
- 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
- 방정식과 부등식에 활용할 수 있다.
- 속도와 가속도에 대한 문제에 활용할 수 있다.

{ 수학Ⅱ - 미분법 개념 Remind }

RM1. 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때 평균변화율을 구하시오.

❖ 미리 알아야 할 단원
⇒ 수학2 - 1.함수의 극한

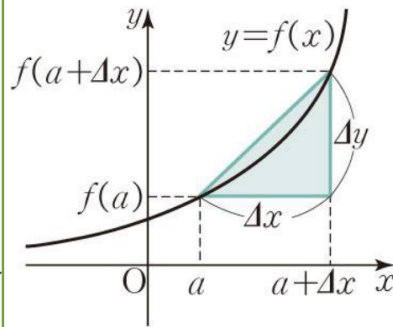
1 평균변화율

▶ 평균변화율

RM 01 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{a + \Delta x - a}$$

❖ x 의 증분 Δx 에 대한 y 의 증분 Δy 의 비율
($\Delta x = b - a$, $\Delta y = f(b) - f(a)$)



RM2. 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

- ①미분계수
- ②좌미분계수
- ③우미분계수 를 쓰시오.

2 미분계수

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

RM 02

①미분계수 (순간변화율)

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{a+\Delta x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \end{aligned}$$

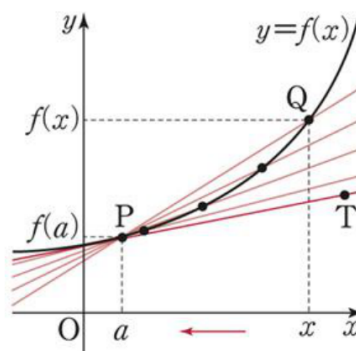
②좌미분계수: $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ (왼쪽접선)

③우미분계수: $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ (오른쪽접선)

기하학적인 의미:

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기

▶ 미분계수



❖ 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 좌극한
= 함수값의 좌극한 = $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

❖ 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 좌미분계수
= 함수의 변화율의 좌극한 = $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

❖ 함수 $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 의 $x = a$ 에서의 좌극한

RM3. 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

RM4. 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서

- ① 미분가능하면 연속인가?
아니라면 예를 드시오.
- ② 연속이면 미분가능한가?
아니라면 예를 드시오.

3 미분 가능성

RM 03

① 정의: 극한값 $f'(a)$ 가 존재

② 조건:

- (1) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이다
- (2) 좌미분계수와 우미분계수가 같다

❖ 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서의 미분계수 $f'(a)$ 가 존재할 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다고 말한다.

❖ 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.

❖ 함수 $f(x)$ 가 정의역에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 미분가능한 함수라고 한다.

RM 04

❖ $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능 \Leftrightarrow 연속

반례) $f(x) = |x-a|$ (연속함수)

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ 존재} \times \text{(미분불가)}$$

▶ 미분 가능성

③ 조건 유도하기

극한값 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 가 존재하면

조건 (1)

(방법 1)

$\{분모\} = \{x-a\} \rightarrow 0$ 이므로

$\{분자\} = \{f(x) - f(a)\} \rightarrow 0$ 이다. ∞ 방지!

따라서 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - f(a)\} = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

RM6. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 아래 식이 성립함을 유도하시오.

- ① $\{c\}' = 0$
- ② $\{x^n\}' = nx^{n-1}$
- ③ $\{cf(x)\}' = cf'(x)$

5 미분법의 공식

RM 06

미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

- ① $\{c\}' = 0$
- ② $\{x^n\}' = nx^{n-1}$
- ③ $\{cf(x)\}' = cf'(x)$
- ④ $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$
- ⑤ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$
- ⑥ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- ⑦ $\{f(x)g(x)h(x)\}' = f'(x)g(x)h(x) + f(x)g'(x)h(x) + f(x)g(x)h'(x)$

▶ 미분법의 공식

① $y = f(x) = c$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{c - c}{\Delta x} = 0$$

② $y = f(x) = x^n$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^n - x^n}{x+\Delta x - x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(x+\Delta x) - x\} \{ (x+\Delta x)^{n-1} + (x+\Delta x)^{n-2}x + \dots + x^{n-1} \}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \{ (x+\Delta x)^{n-1} + (x+\Delta x)^{n-2}x + \dots + x^{n-1} \}$$

$$= \underbrace{x^{n-1} + x^{n-1} + x^{n-1} + \dots + x^{n-1}}_{n\text{개}} = n \cdot x^{n-1}$$

③ $y = cf(x)$

$$\{cf(x)\}' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{cf(x+\Delta x) - cf(x)}{x+\Delta x - x}$$

$$= c \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} = cf'(x)$$

수학 X 단권화 = 서울대

④ $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$

⑤ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$

⑥ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

④ $y = f(x) + g(x)$

$$\begin{aligned} \{f(x) + g(x)\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) + g(x+\Delta x)\} - \{f(x) + g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) - f(x)\} + \{g(x+\Delta x) - g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

⑤ $y = f(x) - g(x)$

$$\begin{aligned} \{f(x) - g(x)\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) - g(x+\Delta x)\} - \{f(x) - g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) - f(x)\} - \{g(x+\Delta x) - g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= f'(x) - g'(x) \end{aligned}$$

⑥ $y = f(x)g(x)$

$$\begin{aligned} \{f(x)g(x)\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \begin{matrix} -f(x)g(x+\Delta x) \\ +f(x)g(x+\Delta x) \end{matrix} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x+\Delta x)}{x+\Delta x - x} \\ &\quad + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} \times g(x+\Delta x) \\ &\quad + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) \times \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x) \\ &\quad + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \end{aligned}$$

서울대 수학의 단권화

RM7. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 쓰시오.

RM8. 최대·최소의 정리를 쓰시오.

RM9. 사이값 정리를 쓰시오.

6 접선의 방정식

RM 07 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

RM 08

❖ 최대·최소의 정리 → 롤의 정리 조건 ① 관련

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 $f(x)$ 는 이구간에서 반드시 최대값과 최솟값을 가진다

RM 09

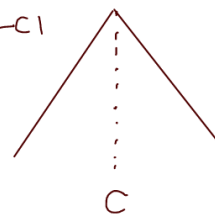
❖ 사이값 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 이면, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k 에 대하여 다음을 만족하는 c 가 a 와 b 사이에 적어도 하나 존재한다.

$$f(c) = k$$

* 미분불가하면 → 롤의 정리 조건 ② 관련

$$f(x) = -|x - c|$$



$$0 \leq \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \neq \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$$

||
↑
||
+
다를 수 있다!
-

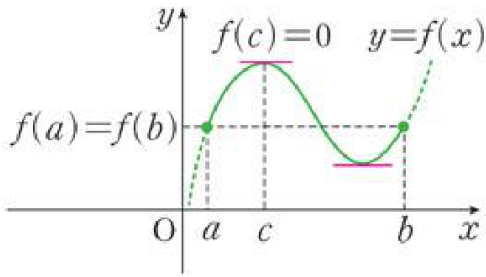
RM10. 롤의 정리를 쓰시오

RM11. 롤의 정리를 유도하시오.

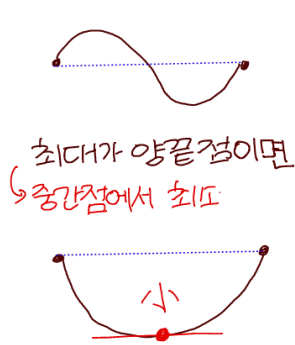
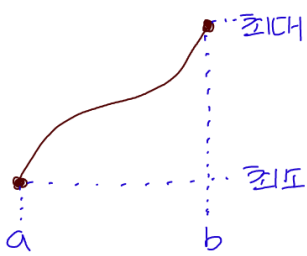
7 롤의 정리

RM 10 함수 $f(x)$ 가 ^{조건 ①} 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 ^{RM 11}
 조건 ② 개구간 (a, b) 에서 미분가능할 때, ^{최대/최소 정리}
 조건 ③ $f(a) = f(b)$ 이면

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(c) = 0$ ($a < c < b$)인 c 가 개구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다. ^{최대 or 최소}



롤의 정리 조건 ③ 관련
 $\times f(a) \neq f(b)$ VS $f(a) = f(b)$



↓ vs ↓
 최대 최소가 양끝점이어서 양끝점을 제외한 중간점에서
 중간점에 최대와 최소가 반드시 최대나 최소를
 없을 수 있다 갖는다

▶ 롤의 정리

(i) 함수 $f(x)$ 가 상수함수

개구간 (a, b) 의 모든 점에서 $f(x) = C$ 이므로
 개구간 (a, b) 에 속하는 모든 x 에 대하여 $f'(x) = 0$

(ii) 함수 $f(x)$ 가 상수함수가 아닌 경우

$f(a) = f(b)$ 이므로 양끝점 제외함 (\because 조건 ②)
 $x = c$ ($a < c < b$) 에서 최댓값 또는 최솟값을 갖는다 (\because 조건 ①)

(7) $x = c$ 에서 최댓값일때

$$f(x) \leq f(c) \quad (a < x < b)$$

$$\Delta y = f(x) - f(c) \leq 0$$

$$\begin{cases} \text{i) } x < c \quad (x - c < 0) & \text{ii) } x > c \quad (x - c > 0) \end{cases}$$

$$0 \leq \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$$

↑
 미분가능하므로 (\because 조건 ②)

$$0 \leq \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$$

$$\therefore f'(c) = 0$$

(L) $x = c$ 에서 최솟값일때:

(7)과 같은 방법으로 한다

RM12. 평균값의 정리를 쓰시오.

RM13. 평균값의 정리를 유도하시오.

RM14. 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서

① 증가한다는 것의 정의를 쓰시오.

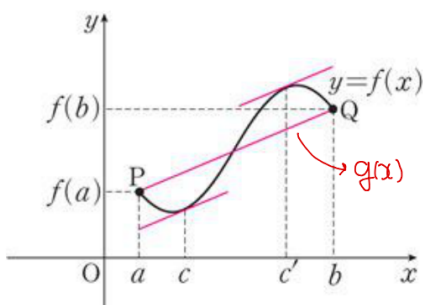
② 감소한다는 것의 정의를 쓰시오.

8 평균값의 정리

RM 12 함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 **RM 13** 개구간 (a, b) 에서 미분가능하면

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \quad (\text{단, } a < c < b)$$

인 c 가 개구간 (a, b) 안에 적어도 하나 존재한다.



▶ 평균값의 정리

(단계 1) $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는 직선의 방정식을 $y=g(x)$ 라고 하자

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = k \quad \text{일때}$$

$$g(x) \text{는 } k(x-a) + f(a)$$

$$(g(a) = f(a), g(b) = f(b), g'(x) = k)$$

(단계 2) $F(x) = f(x) - g(x)$

$F(x)$ 는 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이다.

($\because f(x)$ 는 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속
 $g(x)$ 는 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속)

$F(x)$ 는 개구간 (a, b) 에서 미분가능하다.

($\because f(x)$ 는 개구간 (a, b) 에서 미분가능
 $g(x)$ 는 개구간 (a, b) 에서 미분가능)

$$F(a) = F(b)$$

$$(\because F(a) = f(a) - g(a) = 0$$

$$F(b) = f(b) - g(b) = 0)$$

(결론) $F'(c) = 0$ 인 c 가 개구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재 (롤의 정리)

$$F(x) = f(x) - g(x) \text{ 이므로}$$

$$F'(x) = f'(x) - g'(x) \rightarrow F'(c) = f'(c) - g'(c) = 0$$

$$f'(c) = g'(c) = k = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

RM15. 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

RM16. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

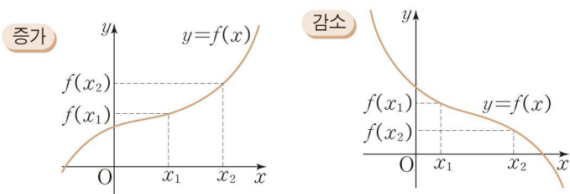
- ① $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) > 0$ 이다.
- ② $f'(x) > 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.
- ③ $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) \geq 0$ 이다.
- ④ $f'(x) \geq 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.

9 함수의 증가와 감소

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간의 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

함수의 증가: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 왼 오른 아래 위

함수의 감소: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$
 왼 오른 위 아래



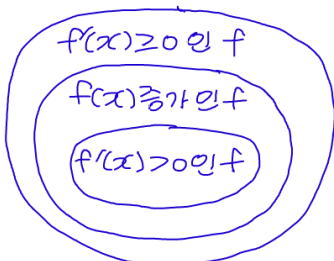
함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간에서

① $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가

② $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소

RM16 ❖ $f(x)$ 증가 $\Leftrightarrow f'(x) > 0$

❖ $f(x)$ 증가 $\Leftrightarrow f'(x) \geq 0$



함수의 증가와 감소

<RM15 유도>

① 구간의 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 라고 하자

평균값의 정리에 의하여

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c) \text{ 인 } c \text{ 가}$$

구간에 적어도 하나 존재한다.

$f'(x) > 0$ 이므로 $f'(c) > 0$ 이고

$x_2 - x_1 > 0$ 이므로

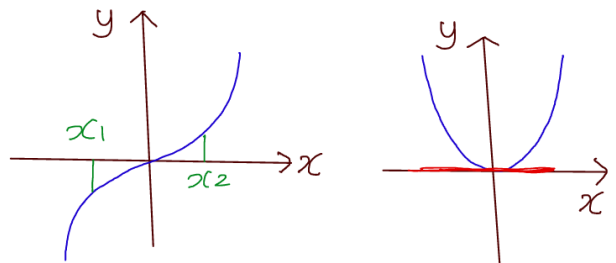
$f(x_2) - f(x_1) > 0$ 이다.

결국 $x_1 < x_2$ 일때, $f(x_1) < f(x_2)$ 정의

<RM16 반례>

* $f(x) = x^3$ 증가함수 $\rightarrow f'(x) = 3x^2 > 0$

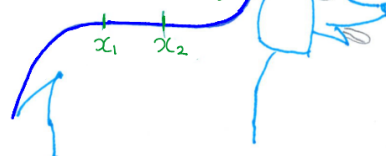
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ $f'(0) = 0$ 모순
 $x^3 < x^2$



* $f'(x) \geq 0 \rightarrow f(x)$ 증가함수 모순!

ex) 닥스훈트 곡선

$$f(x_1) = f(x_2)$$



RM17. 삼차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

RM 17 ❖ 3차함수의 그래프 개형

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 일 때, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 이므로

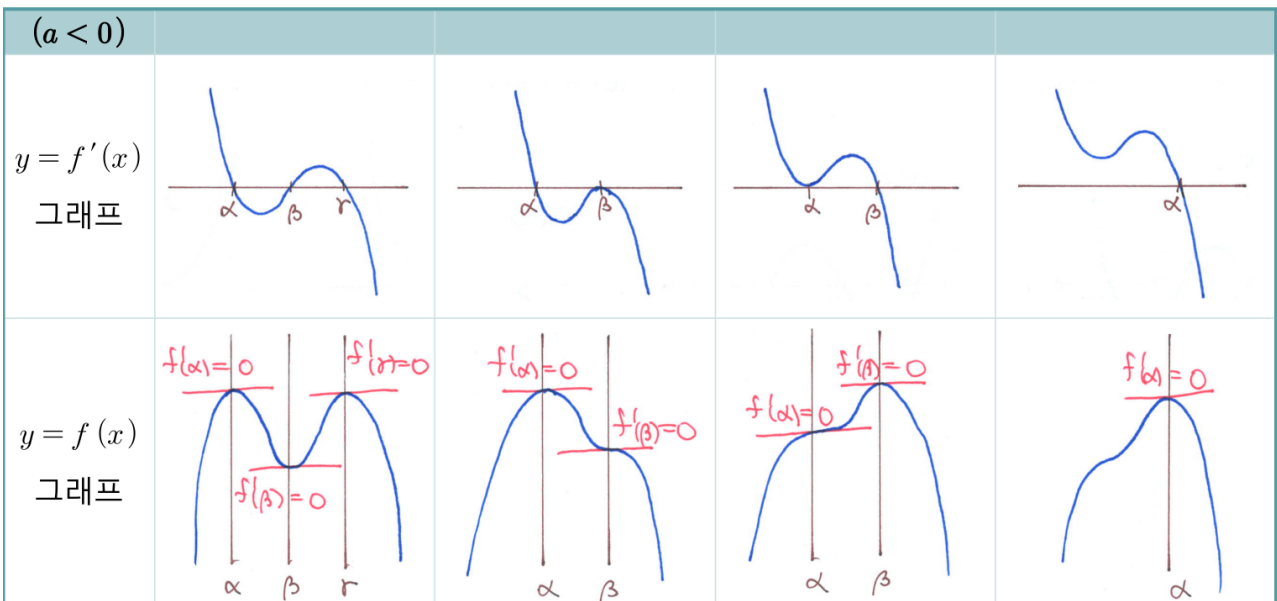
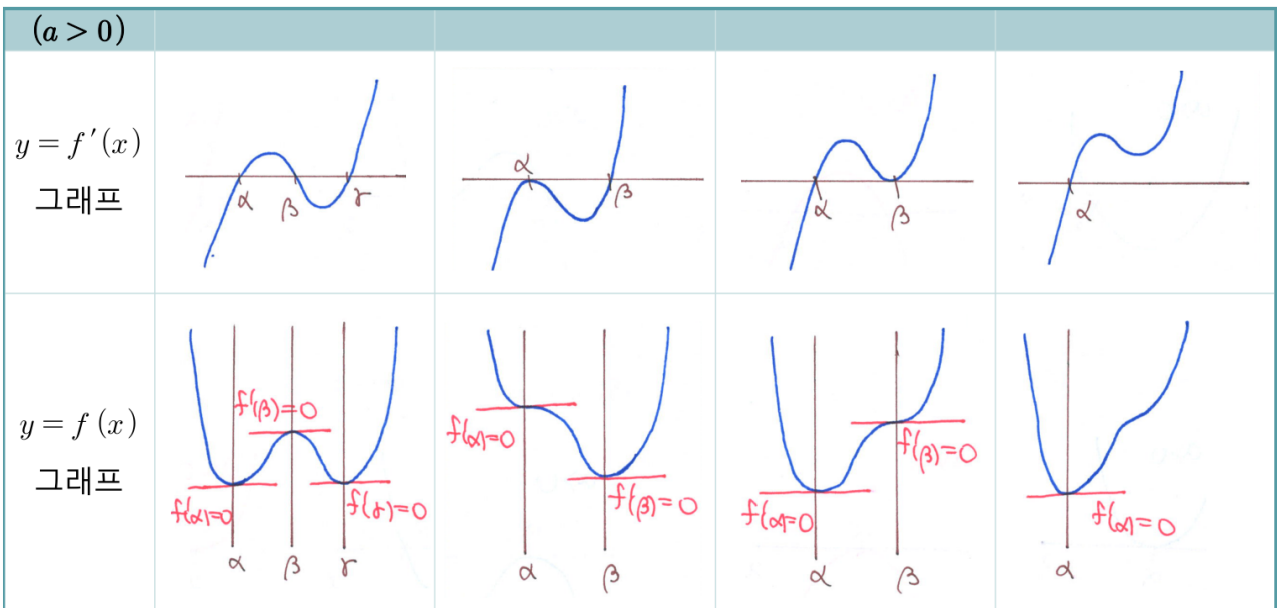
$(a > 0)$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = f'(x)$ 그래프			
$y = f(x)$ 그래프			

도함수를 보고
원래 함수를
그릴 수 있어야 해

$(a < 0)$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = f'(x)$ 그래프			
$y = f(x)$ 그래프			

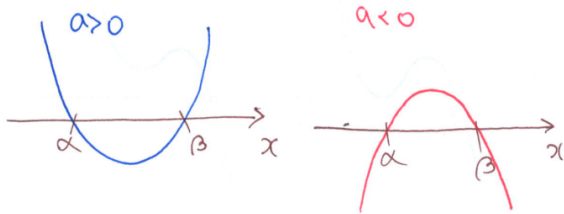
❖ 4차함수의 그래프 개형

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 일 때, $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ 이므로

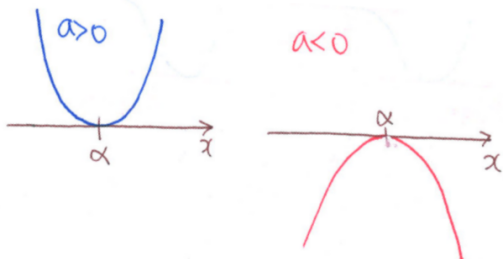


❖ 부호를 활용한 그래프 개형

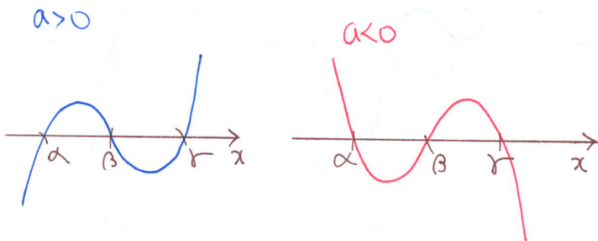
(1) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$



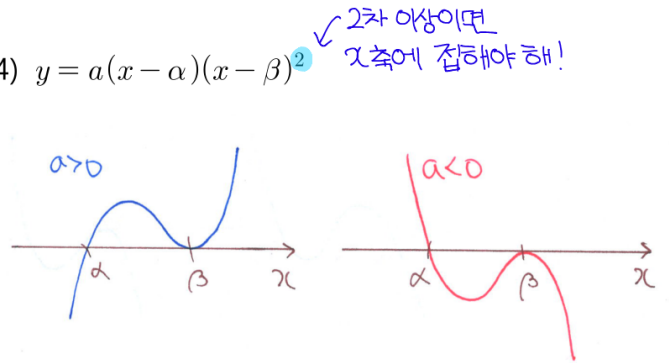
(2) $y = a(x - \alpha)^2$



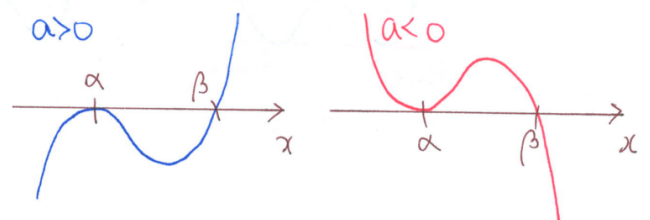
(3) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$



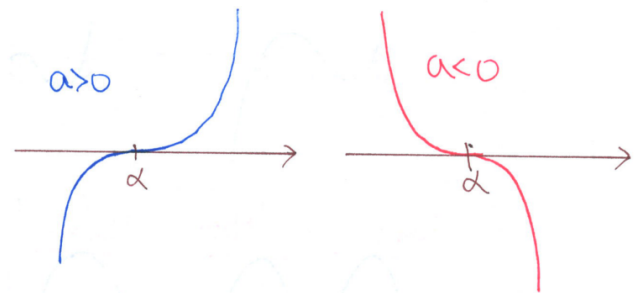
(4) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)^2$



(5) $y = a(x - \alpha)^2(x - \beta)$

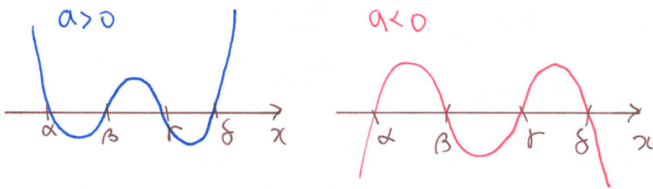


(6) $y = a(x - \alpha)^3$

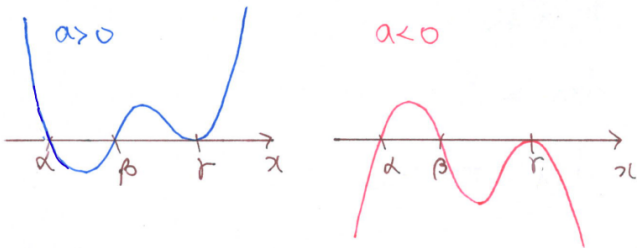


수학 X 단권화 = 서울대

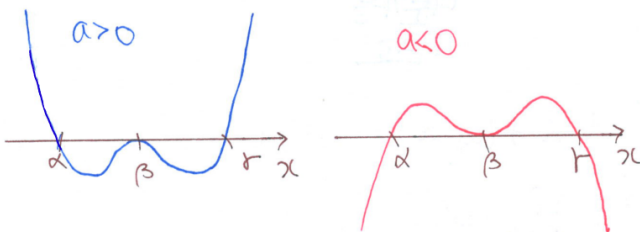
(7) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta)$



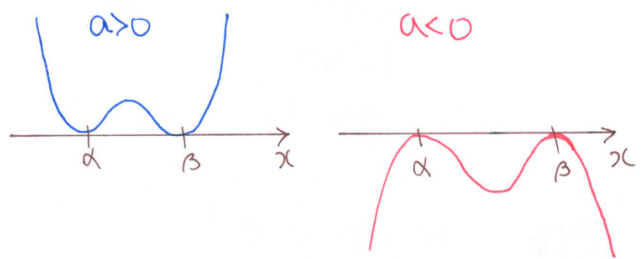
(8) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)^2$



(9) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)^2(x - \gamma)$

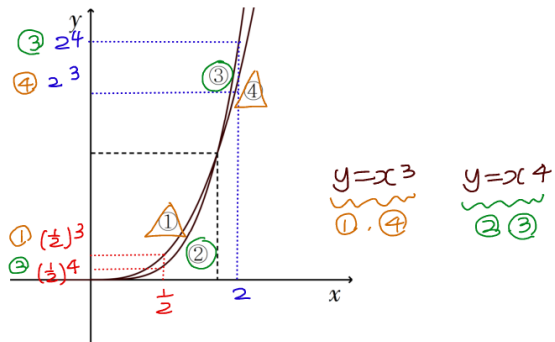


(10) $y = a(x - \alpha)^2(x - \beta)^2$

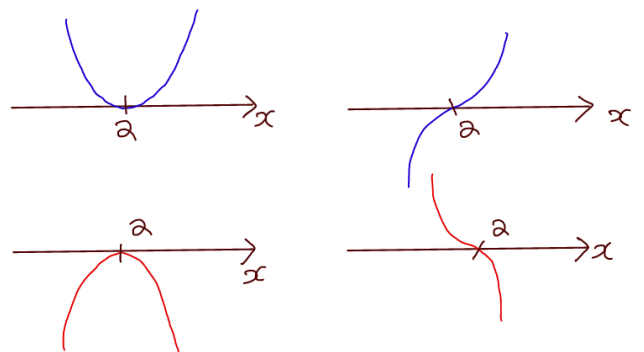


(11) 다음은 $y = x^3$ 과 $y = x^4$ 의 그래프의

일부이다. $y = x^3$ 에 해당되는 부분과 $y = x^4$ 에 해당되는 부분으로 알맞은 것을 짝지으시오.



~~XXXX~~ 짝수제곱 $f(x) = (x-a)^{2n} g(x)$ vs 홀수제곱 $f(x) = (x-a)^{2n-1} g(x)$
 $x=a$ 좌우에서 부호변화 \times vs $x=a$ 좌우에서 부호변화 0



RM18. 함수의 극대와 극소의 정의를 쓰시오. **RM19.** 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고, $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 임을 유도하시오.

10 함수의 극대와 극소

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x 에 대하여

RM 18 극대: $f(a) \geq f(x)$ 일 때,
 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대라고 한다.

극댓값: 극대일 때의 함수값. $f(a)$

극소: $f(a) \leq f(x)$ 일 때,
 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소라고 한다.

극솟값: 극소일 때의 함수값. $f(a)$

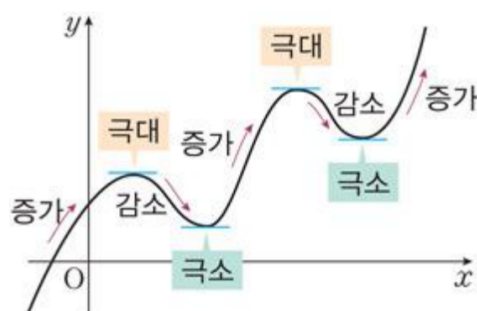
극값: 극댓값과 극솟값을 통틀어
 극값이라 한다.
 (함수의 증감이 바뀌는 점에서의 값)

① 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고,
 $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$

RM 19 ② $f'(a)=0$ 이고,
 $x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

- (1) \oplus 에서 \ominus 변하면 $f(a)$ 는 극댓값
- (2) \ominus 에서 \oplus 변하면 $f(a)$ 는 극솟값

▶ 함수의 극대와 극소



① $f(a)$ 가 극댓값이라 가정
 \downarrow $f(x)$ 는 $x=a$ 포함하는 충분히 작은
 개구간에서 최댓값
 \downarrow $f(x) \leq f(a)$
 \downarrow $f(x) - f(a) \leq 0$

i) $x < a$ ($x-a < 0$) ii) $x > a$ ($x-a > 0$)

$$0 \leq \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \leq 0$$

\uparrow
미분가능하므로

$$0 \leq f'(a) \leq 0$$

$$\therefore f'(a) = 0$$

수학 X 단권화 = 서울대

RM20. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- ② $f'(a) = 0$ 이면 $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가진다.

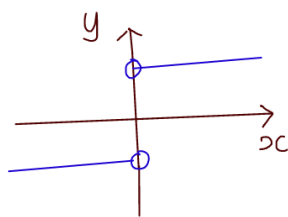
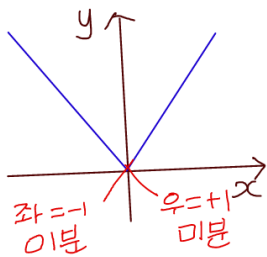
RM 20 ❖ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\frac{X}{X}$ $f'(a) = 0$

※ 반례

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} -1 & (x < 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$

$x = 0$ 에서 극값

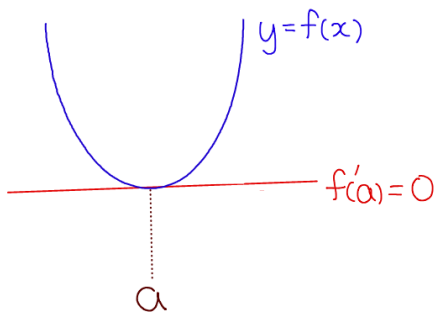
$f'(0)$ 없다



<추가조건>

$y = f(x)$ 미분가능하면

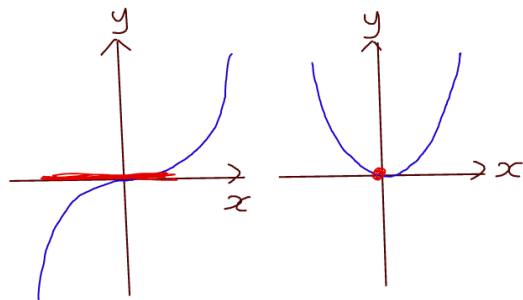
$x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\Leftrightarrow f'(a) = 0$



※ 반례

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$x = 0$ 에서 극값 X $\leftarrow f'(0) = 0$



※ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\begin{matrix} \xrightarrow{0} \\ \xleftarrow{0} \end{matrix}$ $f'(x)$ 변화 변화
 대체로 ($f'(x)$ 영등)
 $f'(a) = 0$

수학 X 단권화 = 서울대

RM20. 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- ② $f'(a) = 0$ 이면 $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가진다.

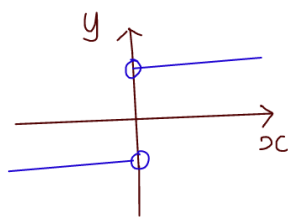
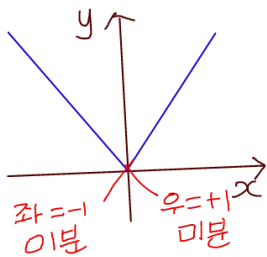
RM 20 ❖ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\frac{X}{X}$ $f'(a) = 0$

※ 반례

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} -1 & (x < 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$

$x = 0$ 에서 극값

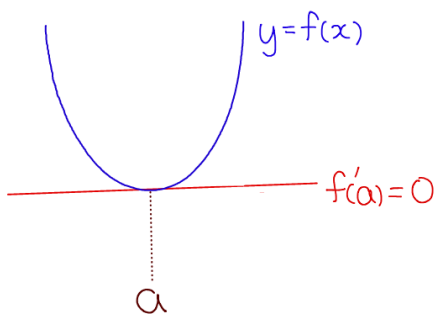
$f'(0)$ 없다



<추가조건>

$y = f(x)$ 미분가능하면

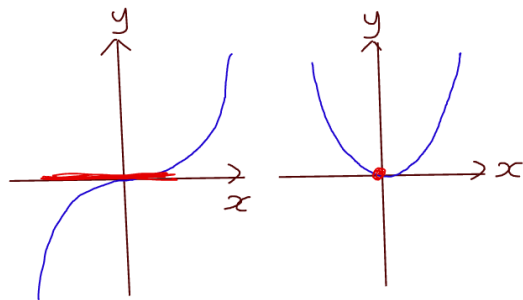
$x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\Leftrightarrow f'(a) = 0$



※ 반례

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$x = 0$ 에서 극값 X $\leftarrow f'(0) = 0$



※ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\begin{matrix} \xrightarrow{0} \\ \xleftarrow{0} \end{matrix}$ $f'(x)$ 변화 변화
 대체로 ($f'(x)$ 영등)
 $f'(a) = 0$

RM21. 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가질 때,
아래 경우마다 $f(x) = 0$ 의 근의 종류를 쓰시오.

- ① (극댓값) \times (극솟값) < 0
- ② (극댓값) \times (극솟값) $= 0$
- ③ (극댓값) \times (극솟값) > 0

11 방정식에의 활용

방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은
함수 $y = f(x)$ 의 그래프와
 x 축($y = 0$)과의 교점의 x 좌표이다.
방정식 $f(x) = g(x)$ 의 실근은 두 함수
 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의
 x 좌표이다.

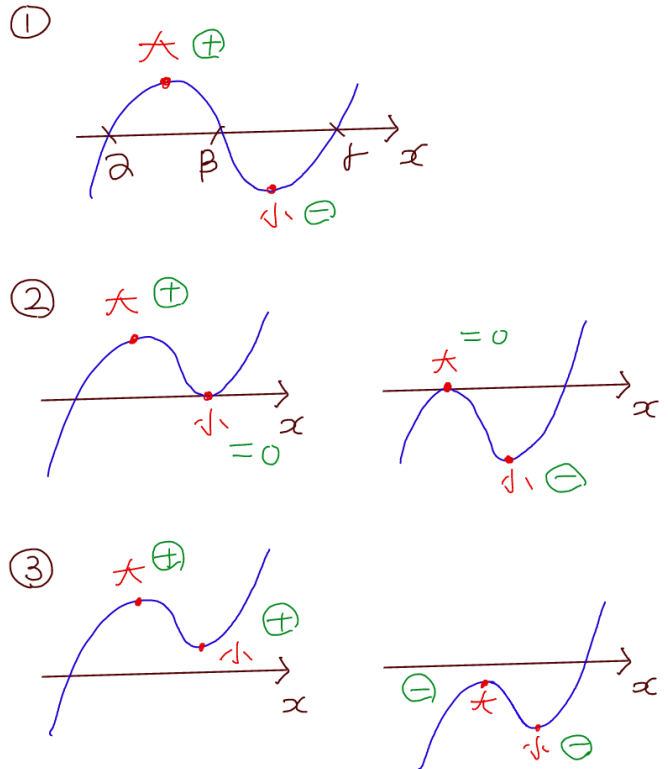
RM
21

- ❖ 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가질 때,
- ① (극댓값) \times (극솟값) $< 0 \rightarrow$ 서로 다른 세 실근
 - ② (극댓값) \times (극솟값) $= 0 \rightarrow$ 한 실근과 중근
 - ③ (극댓값) \times (극솟값) $> 0 \rightarrow$ 한 실근과 두 허근

12 부등식에의 활용

- ① 어떤 구간에서 부등식 $f(x) > 0$ 이
성립함을 보이려면
주어진 구간에서 $y = f(x)$ 의
최솟값 > 0 임을 보이면 된다.
- ② 어떤 구간에서 부등식 $f(x) > g(x)$ 이
성립함을 보이려면
 $h(x) = f(x) - g(x)$ 로 놓고,
주어진 구간에서 $y = h(x)$ 의
최솟값 > 0 임을 보이면 된다.

▶ 방정식에의 활용



* 교과서 미분단원 후반부에 있는
<속도와 가속도>내용은 학습의 효율성을 위해
적분단원의 <속도와 거리>내용과 통합하여
적분단원 마지막에 배치하였다.