

\* 2020 학년도 대수능 수학 가형 30번.

(+70)  $y_1 = t^3 \ln(x-t) \rightarrow \ln x$  그래프를  $x$ 축에 대한 평행이동과  $y$ 축에 대한

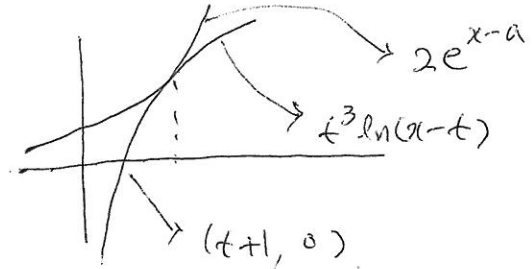
$$y_2 = 2 \cdot e^{x-a}$$

타원변환(선수배)의 합성으로 볼 수 있다.

( $\Rightarrow y_1$ 은 정기점에서 항상 커지므로 볼 수 있다).

$\therefore y_1$ 과  $y_2$ 가 오직 한 점에서 만나려면

오직 둘 그림과 같은 경우이다.



교점의 x좌표를  $k$  ( $k > t+1$ )라 하면

$$\begin{cases} \textcircled{1} \quad t^3 \ln(k-t) = 2e^{k-a} \\ \textcircled{2} \quad \frac{t^3}{k-t} = 2e^{k-a} \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} y_1' = \frac{t^3}{x-t} \\ y_2' = 2e^{x-a} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \textcircled{1} \Rightarrow \text{공통교점} \\ \textcircled{2} \Rightarrow \text{공통접선} \end{array}$$

$$\textcircled{1} \text{과} \textcircled{2} \text{에 의해 } \ln(k-t) = \frac{1}{k-t} \quad \text{-----} \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ 을 만족시키는  $a$ 가  $f(t)$ 가 된다.  $\therefore k-t = p$  (상수)

$$\textcircled{1} \text{에서 } e^{k-a} = \frac{t^3 \ln(k-t)}{2} \text{ 이고,}$$

$$k-a = k-f(t) = \ln(t^3 \ln p) - \ln 2 \quad (\because k-t=p)$$

$$\therefore f(t) = k - \ln(t^3 \ln p) + \ln 2 = p + t - \ln(t^3 \ln p) + \ln 2$$

$$\therefore f'(t) = 1 - \frac{3t^2 \ln p}{t^3 \ln p} = 1 - \frac{3}{t} \quad (t > 0)$$

$$\therefore \left\{ f'\left(\frac{1}{3}\right) \right\}^2 = (-3)^2 = 64 //$$