

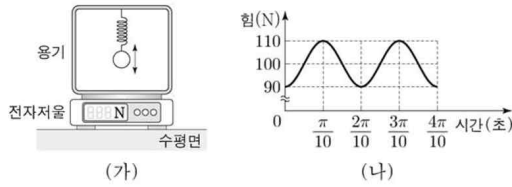
대학수학능력시험 주요문항 해설

17

20학년도 수능 17번

Solution

17. 그림 (가)는 정지해 있는 용기의 윗부분에 용수철로 연결된 물체가 연직 방향으로 단진동하는 모습을 나타낸 것이다. 단진동의 진폭은 4cm이다. 그림 (나)는 (가)의 전자저울로 측정된 힘의 크기를 시간에 따라 나타낸 것이다.



용기의 질량은? (단, 중력 가속도는 10m/s<sup>2</sup>이고, 용수철의 질량과 용기의 운동은 무시한다.) [3점]

- ① 5.5kg    ② 6.5kg    ③ 7.5kg    ④ 8.5kg    ⑤ 9.5kg

우선, 전자저울로 측정된 힘의 크기가 무엇을 의미하는지 생각해 봐야합니다.

용기의 운동은 무시하므로 용기가 정지해 있고, 용기가 받는 알짜힘은 0입니다. 물체의 운동에 따라 용수철이 늘어났다가 줄어들면서 용수철이 용기에 사인파 형태의 힘을 가하게 됩니다. 용수철의 질량을 무시하므로 전자저울은, 용기의 무게와 단진동하는 물체가 받는 힘의 합을 용기에 가하게 됩니다.

즉, 90 N~110 N의 힘의 크기가 곧 용기의 무게와 단진동하는 물체가 받는 힘의 크기의 합이 됩니다. 물체가 평형점에 위치하는 순간 용기의 무게와 물체의 무게의 합이 100 N이 됨을 알 수 있습니다.

용기와 물체의 질량을 각각  $m_{\text{용기}}$  kg,  $m_{\text{물체}}$  kg으로 두면  
 $(m_{\text{용기}} + m_{\text{물체}}) \text{ kg} = 10 \text{ kg}$

용수철 상수를  $k$  N/m로 두면

단진동의 진폭이 4 cm = 0.04 m이므로

$$0.04 \text{ m} \times k \text{ N/m} = 10 \text{ N} \dots\dots \textcircled{A}$$

마지막으로 주기가  $\frac{2\pi}{10}$  s이므로

$$2\pi\sqrt{\frac{m_{\text{물체}}}{k}} = \frac{2\pi}{10} \text{ s} \Rightarrow k = 100m_{\text{물체}}$$

여기서,  $k$ 의 단위는 N/m = kg/s<sup>2</sup>,  $m$ 의 단위는 kg이므로

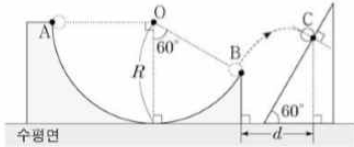
좌변과 우변의 단위가 모두 s임을 확인할 수 있습니다.

$$\textcircled{A} \text{으로부터 } 4 \cdot m_{\text{물체}} = 10$$

$$\therefore m_{\text{물체}} = 2.5$$

따라서 용기의 질량은 7.5 kg가 됩니다.

18. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름이 R인 원형 트랙의 점 A에 가만히 놓은 물체가 원형 트랙을 따라 운동한 후 점 B에서부터 포물선 운동을 하여 빗면상의 점 C에 수직으로 부딪혔다. B에서 C까지 물체의 수평 이동 거리는 d이다.



B에서 C까지 물체의 운동에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 중력 가속도는 g이고 물체는 동일 연직면상에서 운동하며, 물체의 크기와 모든 마찰은 무시한다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. 운동하는 데 걸린 시간은  $\sqrt{\frac{2R}{g}}$  이다.

ㄴ.  $d = \frac{\sqrt{3}}{3}R$  이다.

ㄷ. 최고점의 높이는 수평면으로부터  $\frac{3}{4}R$  이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄷ      ④ ㄱ, ㄴ      ⑤ ㄴ, ㄷ

우선, B에서 물체의 속력을 v라 하면

$$v = \sqrt{2g \cdot \frac{R}{2}} = \sqrt{gR}$$

속도의 수평 성분과 수직 성분은 각각  $\frac{1}{2}v$ ,  $\frac{\sqrt{3}}{2}v$ 입니다.

물체가 B에서 C까지 포물선 운동하는 동안 속도의 수평 성분의 크기는 일정하므로, C에서 속도의 수평 성분과 수직 성분은

각각  $\frac{1}{2}v$ ,  $\frac{1}{2\sqrt{3}}v$ 입니다.

ㄱ. 운동하는 데 걸린 시간을 t라 하면,

$$gt = \left( \frac{\sqrt{3}}{2}v + \frac{1}{2\sqrt{3}}v \right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}v$$

$$v = \sqrt{gR} \text{이므로}$$

$$t = 2\sqrt{\frac{R}{3g}}$$

ㄴ. 물체가 B에서 C까지 포물선 운동하는 동안 속도의 수평 성분의 크기는 일정하므로

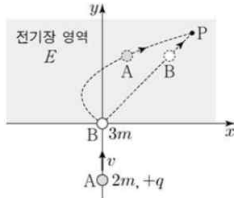
$$d = \frac{v}{2} \cdot t = \frac{\sqrt{gR}}{2} \cdot 2\sqrt{\frac{R}{3g}} = \frac{\sqrt{3}}{3}R$$

ㄷ. 최고점까지 운동하는 동안 평균속도의 수직 성분은  $\frac{\sqrt{3}}{4}v$

이고, 걸리는 시간은  $\frac{\sqrt{3}v}{2}/g$ 이므로 최고점의 높이는

$$\frac{\sqrt{3}}{4}v \cdot \frac{\sqrt{3}v}{2g} + \frac{R}{2} = \frac{3}{8}R + \frac{R}{2} = \frac{7}{8}R$$

19. 그림과 같이  $xy$  평면에서 속력  $v$ 로  $+y$  방향으로 등속 운동을 하던 물체 A가 원점에 정지해 있던 물체 B와 탄성 충돌을 한다. 충돌 후 세기가  $E$ 이고, 방향이  $+x$  방향인 전기장 영역에서 A는 포물선 운동을 하고 B는 등속도 운동을 하여 점 P에서 만난다. A, B의 질량은 각각  $2m, 3m$ 이며 전하량은 각각  $+q, 0$ 이다.



A와 B가 충돌한 순간부터 P에서 만날 때까지 걸린 시간은? (단, 물체의 크기는 무시한다.)

- ①  $\frac{mv}{2qE}$
- ②  $\frac{mv}{qE}$
- ③  $\frac{3mv}{qE}$
- ④  $\frac{4mv}{qE}$
- ⑤  $\frac{6mv}{qE}$

탄성 충돌 후 P에서 만나고, 전기장의 방향이  $+x$ 이므로, 충돌 후 두 물체의 속도의  $y$ 성분은 같습니다.

따라서 충돌 후 B의 속도가  $x$ 과 이루는 각의 크기는  $45^\circ$ , B의 속도의  $x, y$ 성분을  $2v_0$ 로 두면

$x$ 축 운동량 보존에서, A의 속도의  $x$ 성분은  $-3v_0$ 이고  $y$ 성분이 같으므로 속도의  $y$ 성분은  $2v_0$ 입니다.

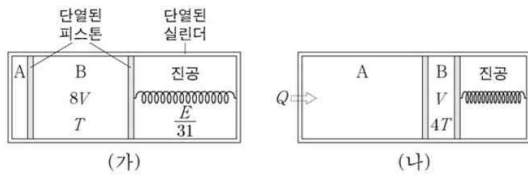
탄성 충돌이므로 충돌 전과 후 상대 속도의 크기는 같으므로  $5v_0 = v$

원점으로부터 P까지 두 물체의 평균속도는 같습니다.

따라서 A의 평균속도의  $x$ 성분은  $2v_0$ 이므로, P에서 A의 속도의  $x$ 성분은  $7v_0$ 입니다.

걸린 시간을  $t$ 로 두면, 
$$t = \frac{10v_0}{\frac{qE}{2m}} = \frac{20v_0}{qE} = \frac{4mv}{qE}$$

20. 그림 (가)와 같이 두 개의 피스톤에 의해 분리된 실린더의 두 부분에 단원자 분자 이상 기체 A, B가 각각 들어 있고, 두 피스톤은 힘의 평형을 이루며 정지해 있다. A와 B의 내부 에너지의 합은  $E$ 이고, 용수철에 저장된 탄성력에 의한 퍼텐셜 에너지는  $\frac{E}{31}$ 이다. 그림 (나)는 (가)에서 A에 열량  $Q$ 를 서서히 가했더니 두 피스톤이 이동하여 힘의 평형을 이루며 정지한 모습을 나타낸 것이다. 열을 가하기 전과 후의 B의 부피는 각각  $8V$ ,  $V$ 이고, B의 절대 온도는 각각  $T$ ,  $4T$ 이다.



$Q$ 는? (단, 피스톤의 마찰은 무시한다.) [3점]

- ①  $80E$     ②  $100E$     ③  $120E$     ④  $140E$     ⑤  $160E$

(가)에서 B의 압력을  $P$ 로 두면, (나)에서 B의 압력은  $32P$ 입니다.

두 피스톤의 힘의 평형으로부터, (가)와 (나)에서 A의 압력과 용수철이 피스톤에 가하는 압력은 각각  $P$ ,  $32P$ 입니다.

(가)에서 용수철이 줄어든 길이에 해당하는 부피를  $V_0$ 라 하면,

$\frac{E}{31} = \frac{1}{2}PV_0$ , (나)에서 용수철이 줄어든 길이에 해당하는 부피는  $32V_0$ 입니다.

두 기체의 내부 에너지의 합이 주어졌으므로, (가)에서 A와 B의 부피의 합을  $V_i$ 라 두면,  $E = \frac{3}{2}PV_i$ 입니다.

$$\frac{E}{31} = \frac{1}{2}PV_0, \quad E = \frac{3}{2}PV_i \text{에서 } V_0 = \frac{3}{31}V_i$$

(나)에서 (가)로부터 용수철이 줄어든 길이에 해당하는 부피는  $31V_0$ 이므로 (나)에서 두 기체의 부피의 합은  $V_i + 31V_0$ 이고

$$\begin{aligned} \text{(나)에서 기체의 내부에너지의 합 } E' &= \frac{3}{2} \cdot 32P(V_i + 31V_0) \\ &= \frac{3}{2} \cdot 32P \cdot 4V_i = 128E \end{aligned}$$

$$Q = \Delta U + W = E' - E + \frac{E}{31}(32^2 - 1) = 127E + 33E = 160E$$