

EBS 수능특강 가형 선별 191031 ver.

제작 : 김기대 T, 백승우 (파급효과)

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다. 정답은 맨 마지막 페이지에 있습니다.
1. 하지만 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다. 따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도) 가 2개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

중요도 관련 안내

※ 중요도와 문항의 절대적 난이도는 상관관계가 없습니다.

3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은上等급,

4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

※ 선별 기준 및 별표 등급 안내

선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제이나 중요한 유형문제는 선별.

☆등급)

수능 연계 가능성은 낮지만 안풀고 시험에서 마주했을 시 당황스러울 만한 문제거나 교훈적인 문제

★등급)

수능 연계 가능성이 약간 있는 문항

★★등급)

적절한 변형을 가하면 충분히 수능 연계 가능성이 보이는 문항

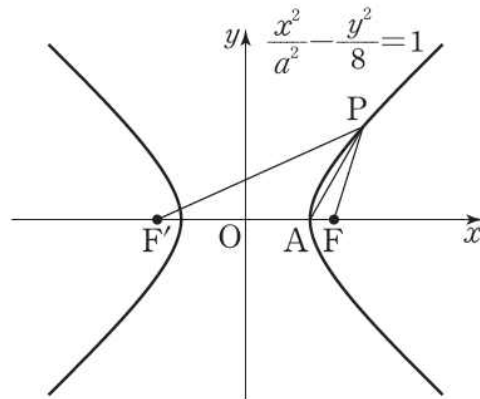
★★★등급)

자체적으로 완성형인 문제. 수능 연계 가능성이 매우 높은 문항

또한, ★뒤에 붙은 ☆은 같은 등급 내에서 더 중요한 문제입니다

1. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서뒤틀림 등이 있을 수 있습니다. 정오사향을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (문법적인 오타도 수정 중 발견되고 있지만, 앞으로의 선별해야 할 문제들이 너무 많아 적당한 건 넘어갔다. 맞춤법이 아쉬운 부분이 이썬도 바꾸도록 하자.)
1. 수학[김기대]와 파급효과가 각각 문과 반 이과 반씩 나눠 배포합니다. (모두 팔로우 해주면 되겠죠?)
1. 해설은 각 페이지의 문항코드를 활용하여 종이교재 혹은 EBS 홈페이지에서 볼 수 있습니다.
1. 문항을 제외한 *Comment*에 대한 인용은 저자 두 명 이외에 불허합니다.

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{8} = 1 (a > 0)$ 의 두 초점을 $F(c,0), F'(-c,0) (c > 0)$ 이라 하고, 두 꼭짓점 중 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 삼각형 $PF'A$ 의 둘레의 길이를 l_1 , 삼각형 PAF 의 둘레의 길이를 l_2 라 하자. $l_1 - l_2 = 12$ 일 때, 상수 a 의 값은?



- ① $2\sqrt{2}$
- ② 3
- ③ $\sqrt{10}$
- ④ $\sqrt{11}$
- ⑤ $2\sqrt{3}$

기대 Comment)

공통변의 존재를 파악하면 쉽다.

파급 Comment)

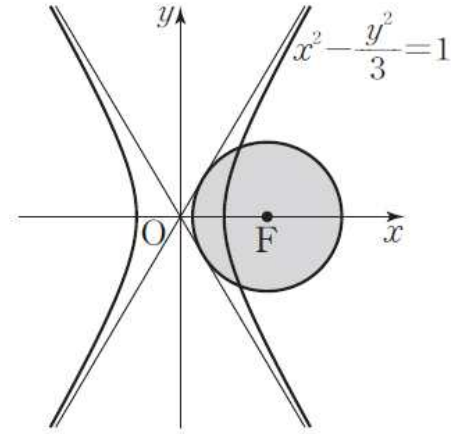
17년도 9평을 오마주 한 문제이다. 실수 없이 잘 풀어보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0013

중요도 : ★☆

그림과 같이 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 의 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F라 하자. 점 F를 중심으로 하고 이 쌍곡선의 두 점근선에 동시에 접하는 원의 넓이는?



- ① $\frac{11\pi}{4}$
- ② 3π
- ③ $\frac{13\pi}{4}$
- ④ $\frac{7\pi}{2}$
- ⑤ $\frac{15\pi}{4}$

기대 Comment)

쌍곡선만 갖고 있는 특징 ‘점근선’에 대한 이해 필수!

파급 Comment)

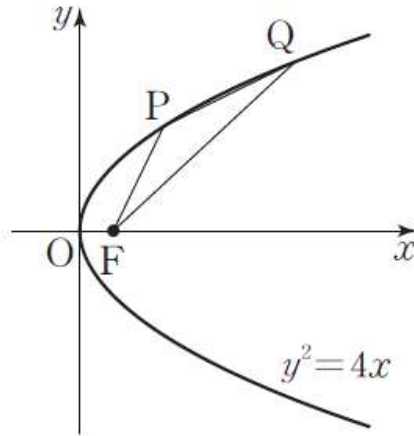
접점에 선 잘 긋고 직각삼각형 발견 후 점근선 기울기가 $\sqrt{3}$ 임을 이용하면 눈풀도 가능!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0015

중요도 : ★

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 가 있다. 이 포물선 위에 있고 제1사분면에 있는 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 $\overline{PF} + \overline{QF} = 11$ 일 때, 삼각형 PFQ의 무게중심의 x좌표는?



- ① 3
- ② $\frac{10}{3}$
- ③ $\frac{11}{3}$
- ④ 4
- ⑤ $\frac{13}{3}$

기대 Comment)

올해 9평 27번이 생각난다면 정상.

파급 Comment)

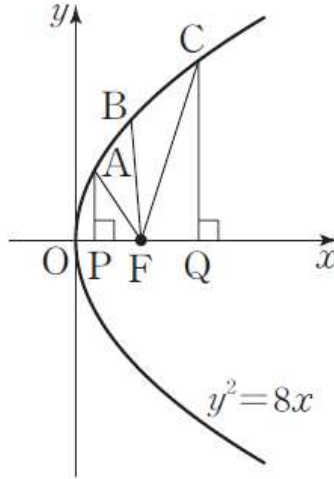
이차곡선 정의 관련된 점과 보조선은 모두 표시하자. 여기에서는 죽었다 깨어나도 준선을 그어주어야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0016

중요도 : ★

그림과 같이 포물선 $y^2 = 8x$ 의 초점을 F라 하고, 이 포물선 위에 있고 제1사분면에 있는 서로 다른 세 점을 A, B, C라 하자. $\overline{AF} = a, \overline{BF} = b, \overline{CF} = c$ 라 할 때, 세 수 a, b, c는 이 순서대로 등차수열을 이루고 $a+b+c=11.1$ 이다. 두 점 A, C에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 P(p, 0), Q(q, 0)이라 할 때, $p+q$ 의 값은?



- ① 3.1
- ② 3.2
- ③ 3.3
- ④ 3.4
- ⑤ 3.5

기대 Comment)

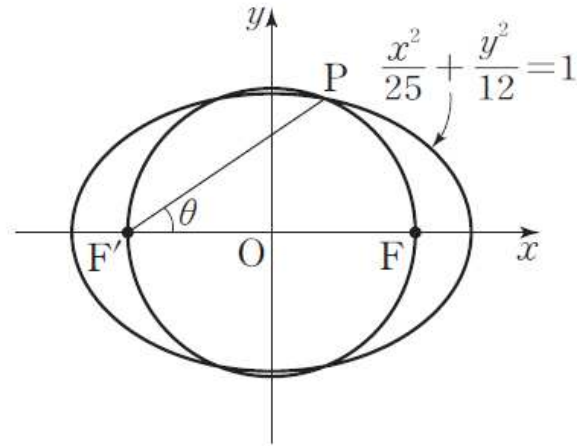
포물선에선 준선이 반드시 그려져있어야 한다.

파급 Comment)

이차곡선 정의 관련된 점과 보조선은 모두 표시하자. 여기에서는 죽었다 깨어나도 준선을 그어주어야 한다.

정리, 요약)

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점 $F(c,0), F'(-c,0)$ ($c > 0$)을 지름의 양 끝으로 하는 원이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\angle PF'O = \theta$ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

기대 Comment)

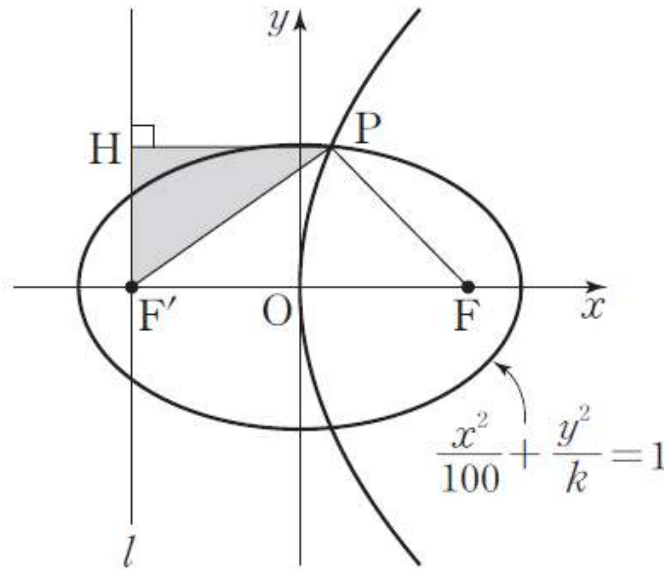
원의 방정식과 연립하는건 노노. 지름의 원주각 성질을 이용해주자.

파급 Comment)

이차곡선 정의 관련된 점과 보조선은 모두 표시하자. 여기에서는 죽었다 깨어나도 선분 PF를 그어주어야 한다. 각 FPF'이 수직임을 꼭 발견하고 표시하자.

정리, 요약)

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{k} = 1$ ($0 < k < 100$)의 두 초점을 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이라 하자. 초점이 F 이고 꼭짓점이 원점 O 인 포물선이 이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하자. 또 점 F' 을 지나고 x 축에 수직인 직선을 l , 점 P 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{PH} = 9$ 일 때, 삼각형 PHF' 의 넓이는?



- ① 27
- ② $9\sqrt{10}$
- ③ $9\sqrt{11}$
- ④ $18\sqrt{3}$
- ⑤ $9\sqrt{13}$

기대 Comment)

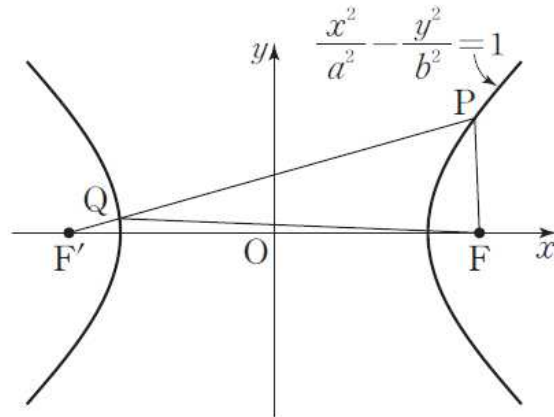
너무 사골이라 이제 만나올 듯.. 나오면 3점?

파급 Comment)

이차곡선 정의만 이용하면 쉬운 문제.

정리, 요약)

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)의 두 초점을 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이라 하고, 이 쌍곡선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 PF'이 제2사분면에서 쌍곡선과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{PQ} = 9, \overline{QF} - \overline{PF} = 6$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는?



- ① $\frac{27}{4}$
- ② 7
- ③ $\frac{29}{4}$
- ④ $\frac{15}{2}$
- ⑤ $\frac{31}{4}$

기대 Comment)

이거 기대모의고사 문제랑 똑같이 있음 ㄷㄷㄷ

파급 Comment)

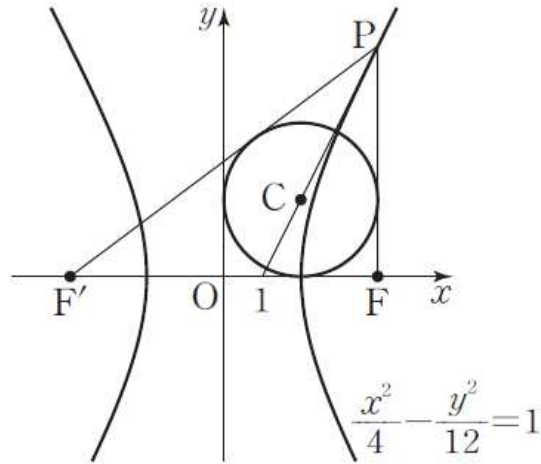
미지수 두는 거 귀찮아하지 않고 쌍곡선 정의 이용하면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0021

중요도 : ★★

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P와 이 쌍곡선의 두 초점 $F(c,0), F'(-c,0)$ ($c > 0$)을 꼭짓점으로 하는 삼각형 PF'F의 내접원의 중심을 C라 하자. 직선 PC가 x축과 만나는 점의 x좌표가 1일 때, 삼각형 PF'F의 둘레의 길이를 구하시오.



기대 Comment)

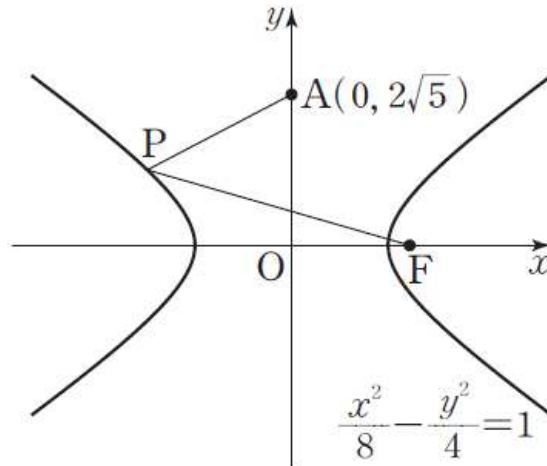
내접원이 x 축과 접하는 점의 x 좌표는 중심의 x 좌표와 같다. 와(감탄사 아님)
원의 접선의 성질 (두 접점까지의 거리가 같다.)를 이용해주면 되겠다.
정확히는, 이게 선행되어야 각 PFF'이 수직임을 알 수 있는 거다 ㅎㅎ.

파급 Comment)

원의 중심과 접점을 꼭 이어주자. 수직 표시도 잊지말자. 각 PFF'이 수직임을 알면 끝!

정리, 요약)

그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ 의 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F라 하자. 점 $A(0, 2\sqrt{5})$ 와 이 쌍곡선 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PF}$ 의 최솟값은?



- ① $4\sqrt{6}$
- ② $6\sqrt{3}$
- ③ $5\sqrt{5}$
- ④ $8\sqrt{2}$
- ⑤ $5\sqrt{6}$

기대 Comment)

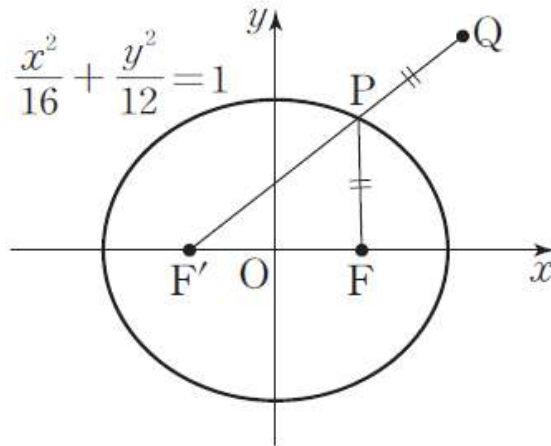
쌍곡선의 정의에 의하면 쉽게 풀린다.
 이 문제가 다 똑같은데 타원으로 나온다면, 사설문제다. 그 이유는 너무 길어서 생략.

파급 Comment)

작년 수능 28번 뿐만 아니라 14년도 수능을 오마주한 문제다. 이차곡선 관련된 보조선은 모두 표시하자. 점 F'과 선분 PF'을 그으면 끝! $\overline{AP} + \overline{PF} - 4\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = \overline{AP} + \overline{PF'} + 4\sqrt{2}$ 으로 바꿔 풀자.

정리, 요약)

그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F , 음수인 점을 F' 이라 하자. 이 타원 위의 점 P 에 대하여 직선 $F'P$ 위의 점 Q 가 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 를 만족시킬 때, 점 Q 가 나타내는 도형을 C 라 하자. 타원 위의 점 $A(-2, 3)$ 에서의 접선이 도형 C 와 만나는 두 점을 M, N 이라 할 때, 삼각형 $F'MN$ 의 넓이는? (단, 점 Q 는 타원의 외부에 있다.)



- ① $\frac{21\sqrt{71}}{10}$
- ② $\frac{11\sqrt{71}}{5}$
- ③ $\frac{23\sqrt{71}}{10}$
- ④ $\frac{12\sqrt{71}}{5}$
- ⑤ $\frac{5\sqrt{71}}{2}$

기대 Comment)

QF' 이 장축의 길이와 같음을 알면 쉽다.

파급 Comment)

9평 21번 이후로 이차곡선 자취 관련 문제가 띄엄하고 있다. 이런 문제가 그런 류인데 잘 학습해두어라. 교과서도 관련 문제 있으니 잘 봐두고. 점 Q 의 자취는 싱겁게도 점 F' 을 중심으로 하고 반지름이 8인 원이다. 하지만 바로 떠오르긴 쉽지 않았을 것이다. 난 처음에 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 을 보고 점 Q 의 자취로 포물선도 생각했으나 점 P 역시 동점이기에 불가하다는 걸 깨달았다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0042

중요도 : ★☆

쌍곡선 $\frac{4x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$ 위의 점 A(1, 1)에서의 접선이 y축과 만나는 점을 B라 하고, 다음 조건을 만족시키는 포물선을 C라 하자.

- (가) 포물선 C는 두 점 A, B를 지난다.
- (나) 포물선 C의 초점 F는 선분 AB 위에 있다.
- (다) 포물선 C의 준선은 y축과 평행하다.

포물선 C의 준선의 방정식이 $x=k$ ($k < 0$)일 때, $k = a + b\sqrt{17}$ 이다. $\frac{1}{a^2b^2}$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b는 유리수이다.)

기대 Comment)

뭔가 복잡해보이는, 경북대 논술같은 문제이나 크게 어렵지 않다.

파급 Comment)

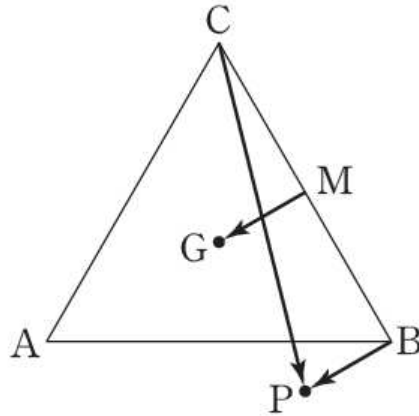
시험장에서 처음 보면 당황할 수 있고 식 꼴이 그리 아름답지 않기에 넣어두었다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0044

중요도 : ★

그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC의 무게중심을 G, 선분 BC의 중점을 M이라 하자. $\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{BP}$ 가 되도록 점 P를 정할 때, $|\overrightarrow{CP}|$ 의 값은?



- ① $\sqrt{39}$
- ② $\sqrt{42}$
- ③ $3\sqrt{5}$
- ④ $4\sqrt{3}$
- ⑤ $\sqrt{51}$

기대 Comment)

벡터다. 풀지 말 것. 벡터의 기본 연산 방법만 알면 쉽다.

파급 Comment)

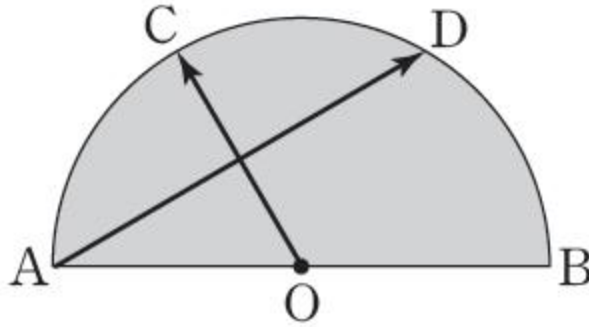
각 CBP가 수직인건 한 번에 알아보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0046

중요도 : ★

그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 반원의 호 AB를 삼등분한 점을 점 A에서 가까운 점부터 차례로 C, D라 하자. $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{OC}| = 1$ 일 때, 반원의 넓이는?



- ① $\frac{\pi}{8}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{2}$
- ④ π
- ⑤ 2π

기대 Comment)

원, 구 이면 속는 셈 치고 원, 구의 중심으로 벡터분해 해볼 것. 물론 더 좋은 풀이가 있을 수 있지 만~

파급 Comment)

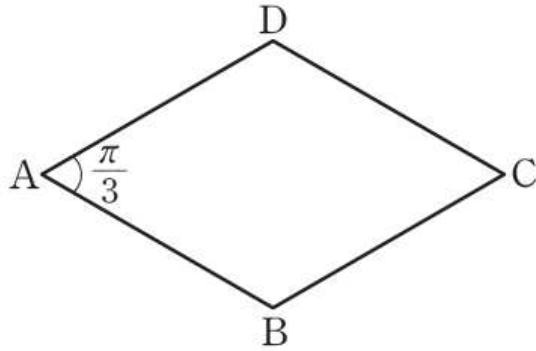
$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{BD}$ 알아보면 편하다. 이러면 반지름 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 것을 바로 알 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0047

중요도 : ★

그림과 같이 $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$ 이고 넓이가 $2\sqrt{3}$ 인 마름모 ABCD에서 $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{CD}|$ 의 값을 구하시오.



기대 Comment)

같은 벡터를 찾으면 연산이 쉬워진다.

파급 Comment)

$-\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC}$ 로 바꿔주면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0052

중요도 : ★

정사각형 ABCD에서 변 AB를 1:2로 내분하는 점을 P라 하자. $|\vec{2PA} + \vec{PB} + \vec{PC}| = \sqrt{13}$ 일 때, $|\vec{AB}|$ 의 값은?

- ① $\sqrt{6}$
- ② $\sqrt{7}$
- ③ $2\sqrt{2}$
- ④ 3
- ⑤ $\sqrt{10}$

기대 Comment)

내분점 P에 의하여 특정한 벡터관계가 성립한다.

파급 Comment)

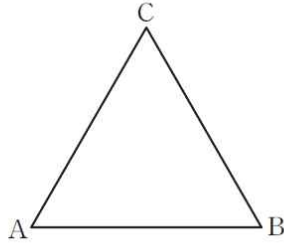
$\vec{2PA} + \vec{PB} = \vec{0}$ 임을 알아본다면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0055

중요도 : ★

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC가 있다. 두 점 P, Q가 $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CQ}$ 를 만족시킬 때, 사각형 AQPC의 넓이는?



- ① 4
- ② $4\sqrt{2}$
- ③ $4\sqrt{3}$
- ④ 8
- ⑤ $4\sqrt{5}$

기대 Comment)

벡터관계에 따른 P, Q의 위치 찾기.

파급 Comment)

조건에 맞게 점 P, 점 Q 위치를 잘 찍어주자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0056

중요도 : ★☆

그림과 같이 $\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$ 인 직사각형 ABCD와 평면 ABCD 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{DC}|$ 의 값은?



(가) $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PD}$

(나) 직사각형 ABCD의 넓이는 24이다.

- ① $3\sqrt{2}$
- ② 5
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ 6
- ⑤ $5\sqrt{2}$

기대 Comment)

떠오르는 기출이 있길 바란다. 이와 같은 문제가 수완에도 있는데 (k 값 찾는거) 찾아서 챙겨두기.

파급 Comment)

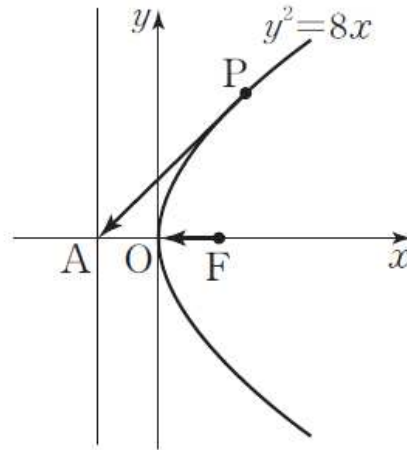
17년도 6평을 오마주한 문제이다. 난 근데 EBS가 맨날 왜 굳이 $|\overrightarrow{PD}|$ 로 주면 될 것 같다가 $|\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{DC}|$ 로 주는지 모르겠다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0057

중요도 : ★☆

그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 의 준선이 x축과 만나는 점을 A라 하자. 이 포물선 위에 있고 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{PA}| = 7$ 일 때, $|\overrightarrow{PA} - 2\overrightarrow{FO}|$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① $2\sqrt{6}$
- ② 5
- ③ $\sqrt{26}$
- ④ $3\sqrt{3}$
- ⑤ $2\sqrt{7}$

기대 Comment)

$2\overrightarrow{FO}$ 와 같은 벡터를 찾아볼 것.

파급 Comment)

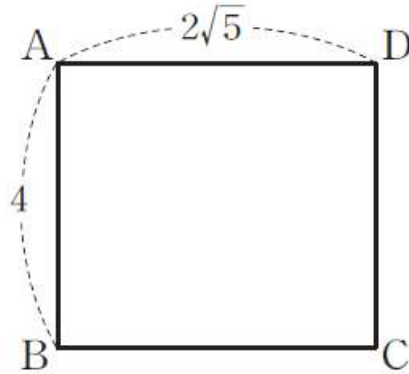
$|\overrightarrow{PA} - 2\overrightarrow{FO}|$ 은 곧 $|\overrightarrow{PF}|$!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0058

중요도 : ★☆

그림과 같이 $\overline{AB}=4, \overline{AD}=2\sqrt{5}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $2 \leq t \leq 4$ 인 실수 t 에 대하여 점 P가 $(3t-2)\overrightarrow{DA}+t\overrightarrow{DB}=(3t-2)\overrightarrow{DC}+t\overrightarrow{DP}$ 를 만족시킬 때, $|\overline{BP}|$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?
(단, 점 P와 직사각형 ABCD는 한 평면 위에 있다.)



- ① 25
- ② 26
- ③ 27
- ④ 28
- ⑤ 29

기대 Comment)

해설지가 약간 이상하게 풀었던 걸로 기억한다. (틀릴 수도 있고)
 $(3t-2)\overrightarrow{CA}=t\overrightarrow{BP}$ 로 생각하면 쉽다.

파급 Comment)

$(3t-2)\overrightarrow{DA}+t\overrightarrow{DB}=(3t-2)\overrightarrow{DC}+t\overrightarrow{DP}$ 를 잘 정리하여 $(3t-2)\overrightarrow{CA}=t\overrightarrow{BP}$ 로 만들어 주자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0059

중요도 : ★★

좌표평면에서 중심의 좌표가 (2, 2)이고 반지름의 길이가 2인 원을 C라 하자. 원 C 위의 점 P와 직선 $y=k$ 위의 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}| = 0$ 을 만족시키는 두 점 P, Q가 존재하도록 하는 정수 k의 개수는?

(단, O는 원점이다.)

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

기대 Comment)

벡터방정식을 주고 정수 k 의 개수는? 문는게 수완에서도 나오던데..

파급 Comment)

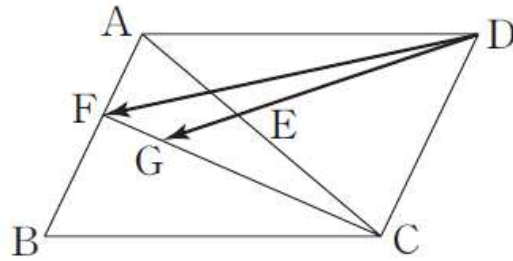
이거 은근 실수 안 하고 답 내기 힘들다. 처음에는 $|\overrightarrow{OP}|$ 의 최대, 최소가 중요한 요소일 것 같지만 사실 점 P의 y 좌표의 최대, 최소가 중요하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0060

중요도 : ★

그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 $\vec{5AE} = 2\vec{AC}$ 인 점을 E, $\vec{5AF} = 2\vec{AB}$ 인 점을 F라 하자. 직선 DE와 선분 CF가 만나는 점을 G라 할 때, $\vec{DG} = s\vec{DF} + (1-s)\vec{DC}$ 이다. 상수 s의 값은?



- ① $\frac{12}{19}$
- ② $\frac{13}{19}$
- ③ $\frac{14}{19}$
- ④ $\frac{15}{19}$
- ⑤ $\frac{16}{19}$

기대 Comment)

쉬운 문제. 사실 수능에 나올 가능성은 적어보인다.

파급 Comment)

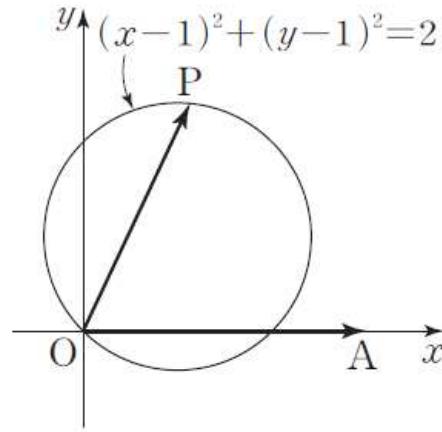
기출 파급러라면 벡터 좌표축 이용하면 순삭할 수 있는 문제다. 모르더라도 정의대로 꾸역꾸역 풀면 답이 나올 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0061

중요도 : ★☆

그림과 같이 좌표평면에서 점 $A(3, 0)$ 과 원 $(x-1)^2+(y-1)^2=2$ 의 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{OP}+2\overrightarrow{OA}|$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은? (단, O 는 원점이다.)



- ① 42
- ② 44
- ③ 46
- ④ 48
- ⑤ 50

기대 Comment)

썩 느낌 있는 문제. 앞서 말했듯이 원 나오면 원의 중심으로 벡터분해해볼 것. 손해는 안본다.

파급 Comment)

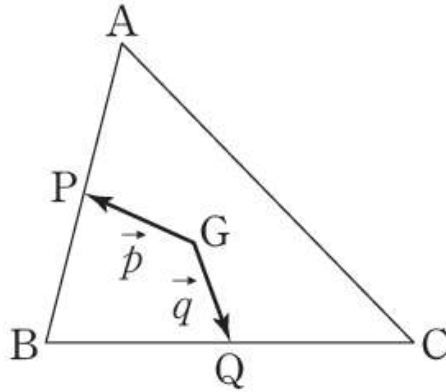
원의 중심을 점 C 로 두자. 크기가 일정하고 방향이 자유로운 벡터 \overrightarrow{CP} 을 이용하기 위해 $|\overrightarrow{OP}+2\overrightarrow{OA}|$ 를 $|\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CP}+2\overrightarrow{OA}|$ 로 쪼개자. $|\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CP}+2\overrightarrow{OA}| \leq |\overrightarrow{OC}+2\overrightarrow{OA}| + |\overrightarrow{CP}| = |\overrightarrow{OC}+2\overrightarrow{OA}| + \sqrt{2}$ 이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0063

중요도 : ★

그림과 같이 삼각형 ABC의 무게중심을 G, 두 변 AB, BC의 중점을 각각 P, Q라 하자. $\vec{GP} = \vec{p}, \vec{GQ} = \vec{q}$ 라 할 때, $\vec{AB} = m\vec{p} + n\vec{q}$ 이다. 두 상수 m, n에 대하여 $10m+n$ 의 값을 구하시오.



기대 Comment)

느낌있다. 느낌이 없으면, 문제의 모든 벡터들의 시점을 싹 다 A로 바꿔보는 것도 생각.

파급 Comment)

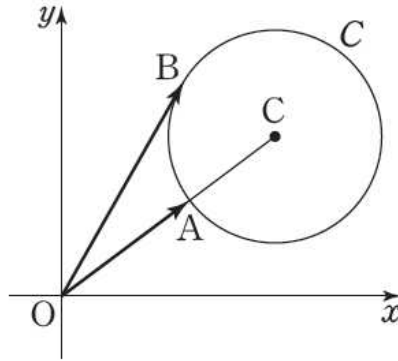
\vec{AB}, \vec{AC} 을 기준으로 \vec{p}, \vec{q} 를 표현해 보자. 기출 파급러라면 빼꾸 좌표축 이용하면 순삭할 수 있는 문제다. 모르더라도 정의대로 꾸역꾸역 풀면 답이 나올 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0067

중요도 : ★☆

좌표평면에서 원 $C: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$ 의 중심을 C 라 하고, 선분 OC 가 원 C 와 만나는 점을 A 라 하자. 점 O 에서 원 C 에 그은 한 접선의 접점을 B 라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)



- ① $\frac{61}{5}$
- ② $\frac{62}{5}$
- ③ $\frac{63}{5}$
- ④ $\frac{64}{5}$
- ⑤ 13

기대 Comment)

이 문제의 핵심은 벡터 내적에서 '정사영'을 생각할 수 있는가 이다.

파급 Comment)

원의 중심과 접점을 이어보자. 벡터 정사영 이용하여 벡터 내적을 별 계산 없이 처리할 수 있을 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0069

중요도 : ★☆

넓이가 36인 예각삼각형 OAB에 대하여 선분 AB 위의 점 P가 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 를 만족시킨다. $|\overrightarrow{AB}| = 6$ 일 때, $|\overrightarrow{OP}|$ 의 값을 구하시오.

기대 Comment)

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 를 해석하는 여러 방식이 있겠지만, 앞선 문제처럼 정사영으로 생각해봐도 좋을 듯. A, B가 OP로 떨어지는 수선의 발이 결국 같다는 말~

파급 Comment)

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$ 를 정리하여 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OP} = 0$ 으로 표현하면 끝! 내적 0은 곧 수직을 뜻한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0075

중요도 : ★☆

한 평면 위의 삼각형 ABC와 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킬 때, $\frac{|\overrightarrow{PQ}|}{|\overrightarrow{AQ}|}$ 의 값은?

(가) $2\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$

(나) $9\overrightarrow{AQ} + 2\overrightarrow{BQ} + \overrightarrow{CQ} = \vec{0}$

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

기대 Comment)

(나)조건의 계수들이 시사하는 바가 여러 삼각형의 비 라는 것을 알고 있는가?
몰라도 괜찮지만, 슬슬 기백이 내신스러워지고 있는 현 추세상, 아는게 좋을 듯.
모르면 얼른 친구에게 물어보자.

파급 Comment)

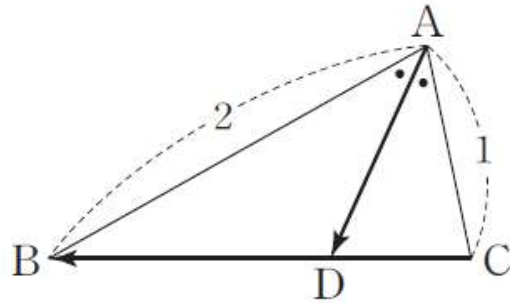
내분점, 외분점을 잘 고려하여 실수 없이 점 P, 점 Q를 잘 찍어준다면 문제 해결!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0077

중요도 : ★☆

그림과 같이 $\overline{AB}=2, \overline{AC}=1$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}$ 일 때, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$ 의 값은?



- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ $\frac{5}{6}$
- ④ $\frac{11}{12}$
- ⑤ 1

기대 Comment)

나같으면 각의 이등분선 정리를 통해 D가 BC를 내분하는 비율을 구하여 벡터 AB, AC에 대하여 AD벡터를 표현하고, CB벡터도 벡터 AB, AC로 표현해서 풀 것 같다. 파급님과 방법이 다르니 학생들은 둘 다 해볼 것. 사실 이렇게 단순한 문제는 '본인 기준 - 感인 풀이'가 최고다.

파급 Comment)

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}$ 로 각 BAC의 코사인 값을 얻을 수 있다. 이를 활용하려면 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$ 를 잘 쪼개도록 하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0078

중요도 : ★☆

좌표평면에 원 $C: (x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$ 와 두 점 $A(1, 2)$, $B(3, 1)$ 이 있다. 원 C 위의 한 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

기대 Comment)

앞에서 사실 이 문제 봤다. 강 똑같..

파급 Comment)

점 O , 점 A , 점 B 는 정점이고 점 P 는 동점이다. 따라서 \overrightarrow{OP} 를 원의 중심을 거쳐 쪼개자. 크기가 일정하고 방향이 자유로운 원 벡터를 이용할 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0079

중요도 : ★★

한 평면에서 $\overline{OA}=2, \overline{OB}=\sqrt{3}, \overline{AB}=1$ 을 만족시키는 세 점 O, A, B에 대하여 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}, \overrightarrow{OB}=\vec{b}$ 라 하자. 두 자연수 m, n에 대하여 두 벡터 $\overrightarrow{OP}=3\vec{a}-\vec{b}, \overrightarrow{OQ}=m\vec{a}-n\vec{b}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) \overrightarrow{OP} 와 \overrightarrow{OQ} 는 서로 수직이다.
(나) $|\overrightarrow{OQ}| \geq 7$

m+n의 최솟값은?

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

기대 Comment)

열심히 연산 푸시푸시 하면 돼.

파급 Comment)

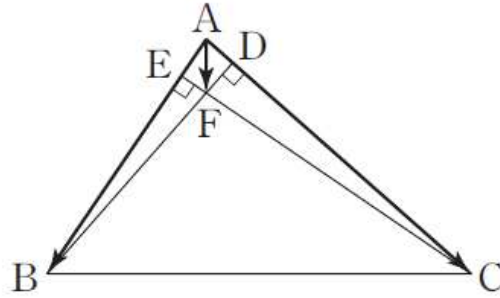
이과라면 수직 조건을 보면 '내적 0'이 바로 떠올라야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0080

중요도 : ★☆

그림과 같이 $\overline{AB}=4, \overline{AC}=5, \overline{BC}=6$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 B에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 D, 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 E라 하고 두 선분 BD와 CE가 만나는 점을 F라 하자. $\overrightarrow{AF}=k\overrightarrow{AB}+l\overrightarrow{AC}$ 일 때, $k+l$ 의 값은? (단, k, l 은 상수이다.)



- ① $\frac{4}{35}$
- ② $\frac{6}{35}$
- ③ $\frac{8}{35}$
- ④ $\frac{2}{7}$
- ⑤ $\frac{12}{35}$

기대 Comment)

정통의 방법으로 풀면 좀 오래 걸린다.

파급 Comment)

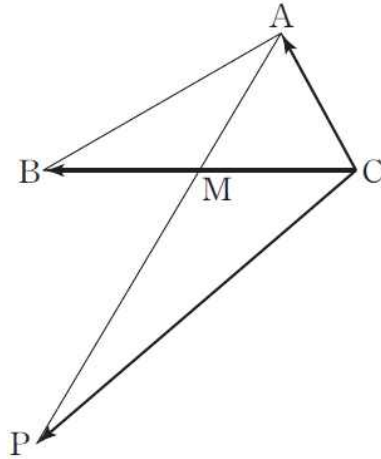
기출 파급러라면 벡터 좌표축 이용하면 순삭할 수 있는 문제다. 모르더라도 정의대로 꾸역꾸역 풀면 답이 나올 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0081

중요도 : ★☆

그림과 같이 $\overline{AC}=1, \overline{BC}=2$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 M이라 하자. $\overrightarrow{MP}=t\overrightarrow{AP}$ ($0 < t < 1$)인 점 P에 대하여 $\overrightarrow{CP}=m\overrightarrow{CA}+\frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$ 가 성립한다. $|\overrightarrow{CP}|^2=5$ 일 때, $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 의 값은? (단, m은 상수이다.)



- ① $\frac{5}{6}$
- ② 1
- ③ $\frac{7}{6}$
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

기대 Comment)

내분비율을 잘 생각해보자. 이 문제 풀 때 M이 BC의 중점임을 많이 놓치더라.

파급 Comment)

구하고자 하는 게 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 이니 \overrightarrow{AP} 를 $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$ 로 표현해보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0082

중요도 : ★☆

좌표평면에서 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 가 $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 을 만족시킬 때, $|\vec{x}\vec{a} + \vec{y}\vec{b}| = 2$ 가 되도록 하는 두 실수 x, y 에 대하여 점 (x, y) 가 나타내는 곡선을 C 라 하자. 점 $A(1, 1)$ 과 곡선 C 위의 점 $P(x, y)$ 에 대하여 $\vec{OA} \cdot \vec{OP}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.)

기대 Comment)

너무 고전적이라 수능연계는 안될 것 같다.

파급 Comment)

곡선 C 의 자취를 구하여 벡터 내적 최대, 최소를 구하는 문제이기에 넣었다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0090

중요도 : ★☆

좌표평면에서 벡터 $\vec{a}=(3,4)$ 에 대하여 벡터 $\vec{p}=(x,y)$ 가 $|\vec{p}-\vec{a}|=5, \vec{p} \cdot \vec{a} \leq 25$ 를 만족시킬 때, 점 (x, y) 가 나타내는 도형의 길이는?

- ① π
- ② 2π
- ③ 3π
- ④ 4π
- ⑤ 5π

기대 Comment)

이것도 고전적인 벡터방정식이나, 현 교육과정이 벡터방정식을 강조하고 있는 교육과정이므로 잘 알아 둘 것.

파급 Comment)

$|\vec{p}-\vec{a}|=5, \vec{p} \cdot \vec{a} \leq 25$ 를 해석할 줄 알아야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0094

중요도 : ★☆

좌표평면에서 $|\overline{OP}| = 5\sqrt{2}$ 를 만족시키는 점 P가 나타내는 도형 위의 두 점 A(5,-5), B(a, b)에서의 두 접선이 이루는 예각의 크기를 h라 할 때, $\cos\theta = \frac{3}{5}$ 이다. $a > b$ 인 두 양수 a, b에 대하여 a+b의 값을 구하시오.(단, O는 원점이다.)

기대 Comment)

원의 방정식임을 체크.

파급 Comment)

6평 26번 연계 문제이다. 한 번 봐두자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0097

중요도 : ★

함수 $f(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ 은 구간 $[a, \infty)$ 에서 증가한다. a 의 최솟값을 m 이라 할 때, $m \leq x \leq 3m$

에서 곡선 $y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ 의 길이는? (단, $a > 0$)

- ① 4
- ② $\frac{14}{3}$
- ③ $\frac{16}{3}$
- ④ 6
- ⑤ $\frac{20}{3}$

기대 Comment)

길이를 표현하는 두가지 적분 표현을 잘 기억해두자.

파급 Comment)

기출 파급 미적도 했다면 $y = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2x}$ 그래프 개형 정도는 미분 없이 똑딱 그리기가 가능할 거다.

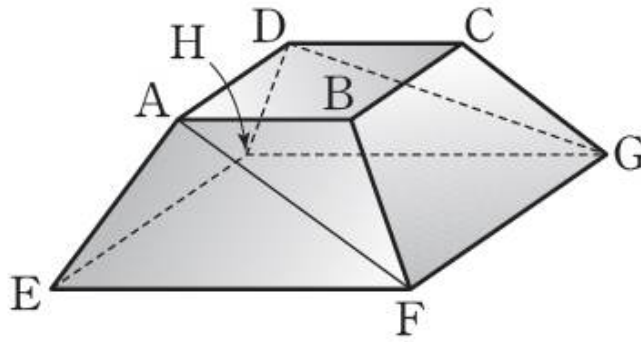
정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0103

중요도 : ★☆

그림과 같이 한 변의 길이가 각각 5, 11인 정사각형을 두 밑면으로 하고 높이가 4인 사각뿔대 ABCD-EFGH가 있다. 모서리 BF의 평면 AFGD 위로의 정사영의 길이는?

(단, 사각뿔대의 네 옆면은 합동인 등변사다리꼴이다.)



- ① $\sqrt{26}$
- ② $3\sqrt{3}$
- ③ $2\sqrt{7}$
- ④ $\sqrt{29}$
- ⑤ $\sqrt{30}$

기대 Comment)

원래는 cos값을 구해야 되겠지만, 직접 '어디에 찍히지?'를 찾는게 빠를 때도 있다.

파급 Comment)

점 B의 평면 AFGD 위로의 정사영을 공간도형적으로 찾아내도 되고 어디에 찍히는지 확실치 않다면 좌표, 외적을 사용해도 된다.

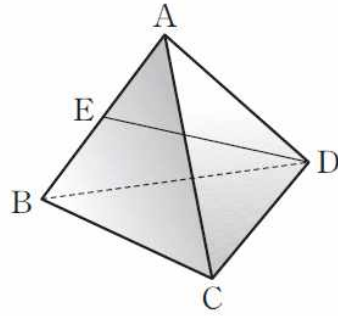
정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0105

중요도 : ★

그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정사면체 ABCD에서 모서리 AB의 중점을 E라 하자. 직선 CD와 두 직선 AB, DE가 이루는 각의 크기를 각각 θ_1, θ_2 라 할 때, $\sin\theta_1\cos\theta_2$ 의 값은?

(단, $0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{2}{3}$
- ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

기대 Comment)

직선과 직선 사이의 각도는 벡터분해로 하는 방법도 달달하다.
근데.. 정사면체면... 사실 외우고 있는 벡터내적값들이 워낙 많아서 금방 나오긴 해야해..

파급 Comment)

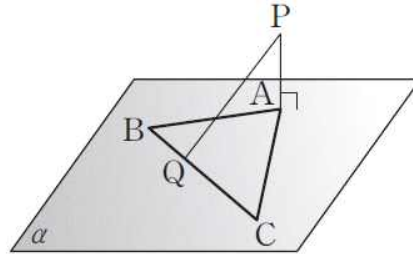
공간도형적으로 해도 되지만 기출 파급러는 정사면체 좌표계 잡아서 바로 똑딱할 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0106

중요도 : ★

그림과 같이 평면 α 위에 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC 가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P 에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 A 일 때 $\overline{PA}=3$ 이고, 선분 BC 를 1:2로 내분하는 점을 Q 라 하자. $\angle PQC=\theta$ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{37}}{37}$
- ② $\frac{\sqrt{38}}{38}$
- ③ $\frac{\sqrt{39}}{39}$
- ④ $\frac{\sqrt{10}}{20}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{41}}{41}$

기대 Comment)

삼수선의 정리 잘 활용하자.

파급 Comment)

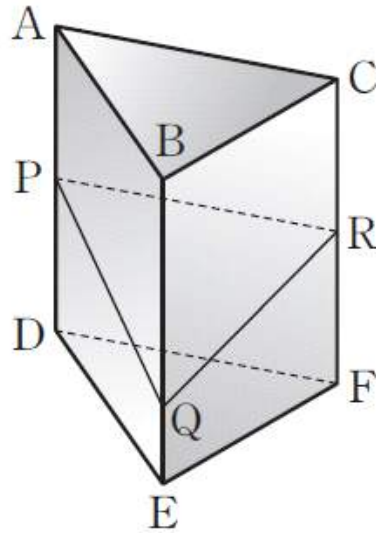
삼수선 정리꼴을 완성시키자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0107

중요도 : ★☆

그림과 같이 밑면 ABC는 $\overline{AB} = \overline{BC} = 2$ 인 직각이등변삼각형이고, $\overline{BE} = 3$ 인 삼각기둥 ABC-DEF에서 세 모서리 AD, BE, CF 위에 각각 세 점 P, Q, R가 놓여 있다. 삼각형 PQR가 정삼각형일 때, 두 평면 PQR, DEF가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\cos\theta$ 의 값은?
(단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{5}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

기대 Comment)

고전적인 세팅. 이젠 이렇게 만나오고 뒤에 나올 문제처럼 나올거야~ (기울어진 평면이 2개인 상황. 수 완에도 있었G.)

파급 Comment)

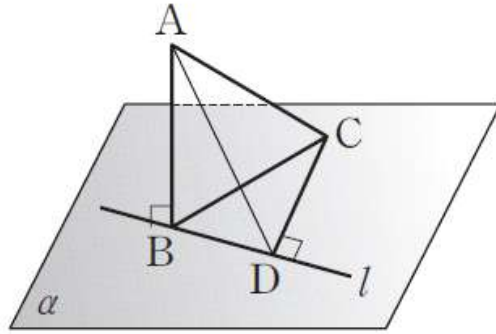
이면각 정의를 이용해도 좋고 정사영 넓이를 이용해도 좋고~

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0110

중요도 : ★★

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 ABC에서 꼭짓점 B는 평면 α 위에 놓여 있고 직선 AB는 평면 α 와 수직이다. 꼭짓점 C에서 점 B를 지나는 평면 α 위의 직선 l 에 내린 수선의 발을 D라 할 때, $\overline{CD}=3$ 이다. 사면체 ABDC의 부피는?



- ① $\frac{2\sqrt{30}}{3}$
- ② $\frac{2\sqrt{35}}{3}$
- ③ $\frac{4\sqrt{10}}{3}$
- ④ $2\sqrt{5}$
- ⑤ $\frac{10\sqrt{2}}{3}$

기대 Comment)

느낌 층만.(차칸) 25~26번 정도에 적합하다.

파급 Comment)

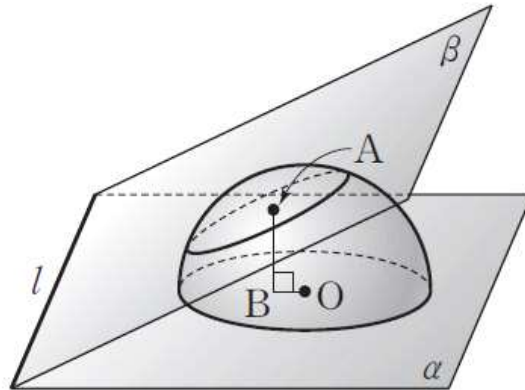
주의해라! 점 C는 평면 α 위에 없다. 점 C의 평면 α 위로의 정사영을 점 H라 하면 선분 CH의 길이는 선분 AB의 절반인 2이다. 사면체 부피를 찾을 때 삼각형 ABD를 밑면으로 하는 것이 부피 구하는데 유리하다. 그 이유는 높이를 쉽게 표시할 수 있고 길이 구하기도 어렵지 않기 때문이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0111

중요도 : ★★

그림과 같이 반구가 평면 α 위에 놓여 있고, 반구와 평면 α 가 만나서 생기는 원의 중심을 O 라 하자. 평면 α 와 직선 l 에서 만나는 평면 β 가 반구와 만나서 생기는 원의 중심을 A 라 하자. 점 A 에서 평면 α 에 내린 수선의 발을 B 라 하면 $\overline{OB}=1$ 이고 점 B 와 직선 l 사이의 거리는 7이다. 두 평면 α, β 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\sin\theta$ 의 값은? (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- ④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{6}$

기대 Comment)

수특의 기본적인 느낌은 '고전적'이라는 점? 근데 그 고전이라는게 '지금 못나올 것'의 의미가 아니다.

파급 Comment)

입체의 평면화를 적당히 잘 이용하면 쉽게 풀릴 거다. 구와 평면이 만나는 상황이 자주 나오니 꼭 해야 할 행동을 정리하도록 하자.

정리, 요약)

	경북대 & 부산대	세종대 & 광운대	한양대 S반, 한양대 M반	이주대	인하대 S반, 인하대 M반
9~10	17(월)~23(금) (5회) *우수기출모의 9회 *서면점삭 (희망자는 1:1 QnA, 대면점삭 가능)	일~금 (6회) *우수기출모의 11회 *‘추가’ 5회분 기대T 현장용 답안지 배부 *서면점삭 (희망자는 1:1 QnA, 대면점삭 가능)	일~토 (7회) S반 *우수기출모의 11회 *적중예상 모의고사 *서면점삭 (희망자는 1:1 QnA, 대면점삭 가능)	월~금 (5회) *우수기출모의 8회 *서면점삭 (희망자는 1:1 QnA, 대면점삭 가능)	월~금 (5회) S반 *우수기출모의 9회 *적중예상 모의고사 *서면점삭 (희망자는 1:1 QnA, 대면점삭 가능)
10~11					
11~12					
12~13					
13~14					
14~15					
15~16					
16~17					
17~18					
18~19	안내사항) * 한양대S반, 인하대S반은 M반 마감시 개강됩니다. * 만족도 95%의 서면점삭인 반도 추가로 대면점삭 신청 가능 (오후 시간) * 기출기반수업으로 자연대/공대 학생들을 위한 수업. 의치한수 지원 학생들은 타 수업 추천		일~토 (7회) *우수기출모의 11회 *적중예상 모의고사 *All 대면점삭		월~금 (5회) M반 *우수기출모의 9회 *적중예상 모의고사 *서면점삭 (희망자는 1:1 QnA, 대면점삭 가능)
19~20					
20~21					
21~22					
추가구성	증명법, 적분 130제, 교과서 중요 개념 및 정리 증명 요약본 등 학교별 취향에 알맞은 추가자료도 드립니다. (학교별로 상이)				

상반기 2024

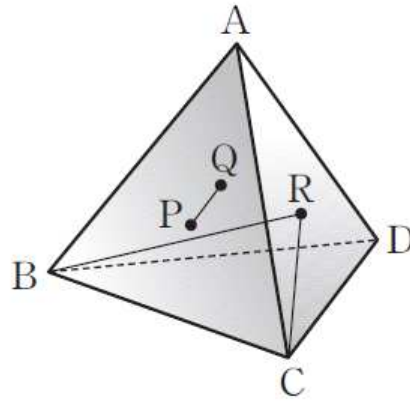
광고.. 양면 한 장 정도 괜찮잖아..?

학교	김기대T 수능 후 Final 안내)	개강일정 및 시간, 횟수
경북/부산 연합	11/18 (월) 09:00~12:30, 월~금 매일 총 5회	
세종/광운 연합	11/17 (일) 12:00~15:30, 일~금 매일 총 6회	
한양대학교 M반	11/17 (일) 18:00~22:00, 일~토 매일 총 7회, M반 마감시 대치 요르비 전화로 S반 접수하세요! 11/17 (일) 만 M반과 동일, 11/18 (월) 부터는 14:30~18:00, 일~토 매일 총 7회	
한양대학교 S반	① 첫 날만 M반과 통합수업하고, 다음 수업부터는 시간이 다음에 유의해주세요! ② M반과 달리 서면첨삭이다, 희망자는 저녁 6시 이후에 대면첨삭 가능합니다. (M반 마감 시 대치요르비 전화로 S반 예약 시작, 최소인원 이상시 개강 확정)	
아주대학교	11/25 (월) 09:00~13:00, 월~금 매일 총 5회	
인하대학교 M반	11/25 (월) 18:00~22:00, 월~금 매일 총 5회, M반 마감시 대치요르비 전화로 S반 접수하세요! 11/25 (월) 14:00~18:00, 월~금 매일 총 5회	
인하대학교 S반	① M반과 달리 서면첨삭이다, 희망자는 저녁 6시 이후에 대면첨삭 가능합니다. (M반 마감 시 대치요르비 전화로 S반 예약 시작, 최소인원 이상시 개강 확정)	
1일 종일 특강 논술 부스터 (or 워밍업) 11/15 (금) 총 3강으로 진행	- 각 학교별 Final을 듣기 전 수리논술에 대해 짧은 시간에 알아보는 강의. (타 학교 Final과 겹칠시 부분신청 가능) - 여러 학교의 우수기출을 예시로 들어 짧은 시간 안에 여러 기출들과 논술 빈출 테마들을 구경할 수 있도록 구성. - 전 수업의 내용이 반영되어 후 수업이 진행되기 때문에, 해당요일 타 수업이 없다면 앞의 강의부터 차근차근 수강하실 권장합니다. - 수강추천 : 논술준비 3개월 이하, 수능수학 97% 이하	
10:00~13:00 A	논술의 기본과 증명법, 삼각함수의 확장 (모든 학교 권장 / 시립대 Final, 한양대 Final 1일차 강의와 절반가량 중복 주의)	
14:00~17:00 B	특이 적분법과 낯선 확률의 계산 (수능형 논술이 아닌 모든 학교 권장)	
18:00~21:00 C	미분의 특이 활용과 미분가능성 (모든 학교 권장)	
① 마감주의!! 작년 전반 마감했습니다. 11/1 (금) 부터 예약 및 등록 시작되오니 수업을 꼭 들을 학생들은 미리 등록 바랍니다.		
② 이웃한 두 수업이 겹치는 시간은 '달안 제작성 시간' 이므로, 두 학교 수업을 연달아 들을 학생들은 30분 분량의 숙제를 미리 해오면 됩니다. 수업시 안내할 예정이므로, 듣고 싶은 수업이 있다면 시간종복 신청까지 말고 등록하세요.		
③ 모든 수업은 이과 일반계열 논술 수준에 치중한 수업입니다. 의/치/수의/한 지원 학생들은 타 수업을 추천드립니다.		
④ 전문 첨삭진들을 정원에 비례하여 투입하기 때문에 중형수업으로 인한 첨삭의 질은 걱정하지 안하셔도 됩니다. (수학 전공 첨삭진 1인당 학생수 약 10인 수준)		

문항 코드 : 9010-0113

중요도 : ★

그림과 같이 한 모서리의 길이가 6인 정사면체 ABCD에서 세 삼각형 ABC, ABD, ACD의 무게중심을 각각 P, Q, R라 할 때, 선분 PQ의 평면 BCR 위로의 정사영의 길이는?



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{5\sqrt{3}}{6}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

기대 Comment)

무작정 들어가지 말고, 묻는 것을 보고 문제의 식을 어떻게 써먹을지 생각해보자.

파급 Comment)

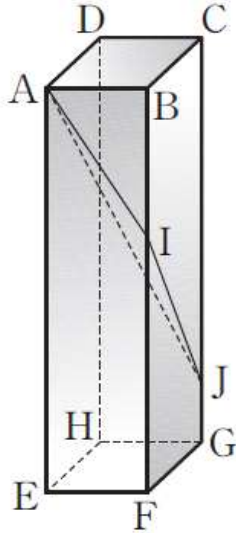
공간도형적으로 해도 되지만 기출 파급러는 정사면체 좌표계 잡아서 바로 푼다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0114

중요도 : ★

그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 1, \overline{AE} = 8$ 인 직육면체 ABCD-EFGH에서 모서리 BF를 $a : (8-a)$ 로 내분하는 점을 I, 모서리 CG를 $2a : (8-2a)$ 로 내분하는 점을 J라 하자. 두 평면 AIJ, EFGH가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{1}{5}$ 이다. a^2 의 값을 구하시오. (단, $0 < a < 4$)



기대 Comment)

교선을 찾을 것인지, 법선벡터를 찾을 것인지, 좌표를 쓸 것인지 체크. 좌표를 극도로 싫어하지만, 이 문제는 좌표도 낫넌. 좌표축의 역할을 하고 있는 모서리들이 있으니까!

파급 Comment)

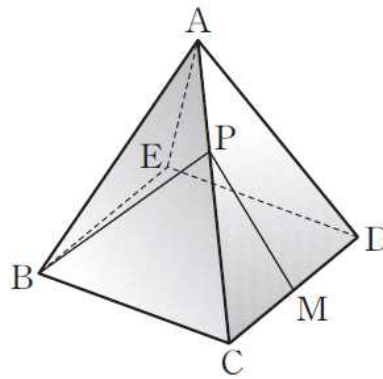
정사영을 이용한 이면각 측정이 주가 되는 문제이다. 이번 10월 19번도 비슷한 맥락이니 정사영을 이용한 이면각 측정도 잊지 말자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0116

중요도 : ★☆

그림과 같이 밑면이 정사각형이고 옆면이 모두 이등변삼각형인 사각뿔 A-BCDE에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE} = 3, \overline{BC} = 2$ 이다. 모서리 CD의 중점을 M이라 하고, 모서리 AC 위의 점 P에 대하여 두 선분 BP, MP의 평면 BCDE 위로의 정사영의 길이를 각각 a, b라 하자. a+b의 값이 최소일 때, 두 직선 BP, MP가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $\tan\theta$ 의 값은?
(단, $0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$)



- ① $\frac{2\sqrt{35}}{9}$
- ② $\frac{\sqrt{35}}{3}$
- ③ $\frac{4\sqrt{35}}{9}$
- ④ $\frac{5\sqrt{35}}{9}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{35}}{3}$

기대 Comment)

삼각형 변의 길이만 잘 체크하면 되겠다.

파급 Comment)

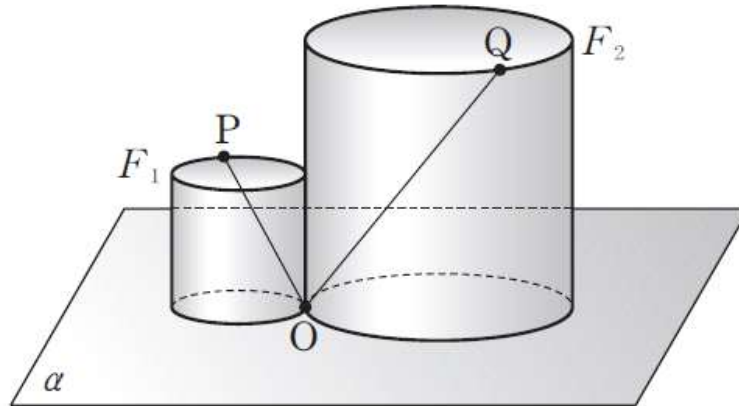
두 선분 BP, MP의 평면 BCDE 위로의 정사영의 길이를 각각 a, b라 하자. a+b의 값이 최소일 때 점 P의 위치를 찾기 위해서는 전개도를 펼쳐 점 B, 점 M을 이어 선분 AC와 만나는 점을 찾으면 된다. 이번 10월 19번에서 이를 떠올리지 못한 학생들이 많아 넣어 보았다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0117

중요도 : ★★

그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 각각 1, 2이고 밑면의 지름의 길이와 높이의 비가 모두 1:1인 두 원기둥 F_1, F_2 가 서로 접하면서 두 원기둥의 밑면이 평면 α 위에 놓여 있다. F_1, F_2 의 밑면이 만나는 점을 O 라 하고, 점 P 는 F_1 의 평면 α 위에 있지 않은 밑면인 원의 둘레 위의 점이고, 점 Q 는 F_2 의 평면 α 위에 있지 않은 밑면인 원의 둘레 위의 점이다. $\overline{OP} = \sqrt{6}$ 이고 선분 OP, OQ 의 평면 α 위로의 정사영을 각각 선분 OP', OQ' 이라 할 때, 두 직선 OP', OQ' 이 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{12}$ 이다. 선분 OQ 의 길이가 최소일 때의 점 Q 를 Q_1 , 최대일 때의 점 Q 를 Q_2 라 할 때, 삼각형 PQ_1Q_2 의 넓이를 S 라 하자. $S^2 = a + b\sqrt{3}$ 일 때, 두 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.



기대 Comment)

문제 느낌 있다. 기대모 29번을 연상시키는 문제.

파급 Comment)

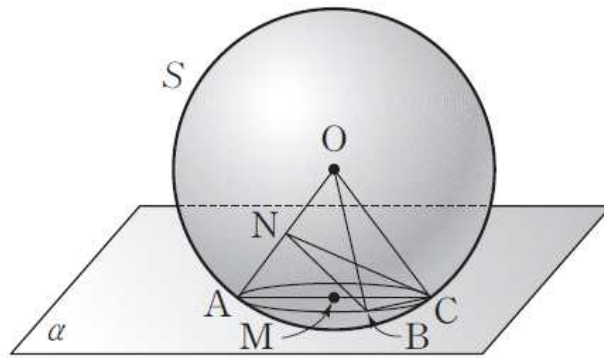
조건에 맞는 점 P, 점 Q의 위치를 잘 찾아보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0118

중요도 : ★★

그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 5인 구 S와 평면 α 가 만나서 생기는 도형 T는 중심이 M인 원이고, 점 M과 구 S 위의 점 사이의 거리의 최댓값은 9이다. 원 T 위의 세 점 A, B, C에 대하여 선분 AC의 중점이 M이고 $\overline{BC}=2$ 이다. 선분 OA의 중점을 N이라 할 때, 삼각형 NBC의 평면 OBC 위로의 정사영의 넓이는?



- ① $\frac{7\sqrt{6}}{6}$
- ② $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
- ③ $\frac{3\sqrt{6}}{2}$
- ④ $\frac{5\sqrt{6}}{3}$
- ⑤ $\frac{11\sqrt{6}}{6}$

기대 Comment)

별표를 하나 더 추가해도 될 듯 하다. 과하지도 않아 딱 내기 좋은 문제.

파급 Comment)

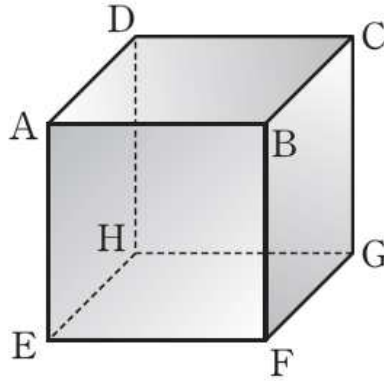
구와 평면이 만나는 흔한 상황이다. 이면각의 정의를 이용하면 쉽게 풀리는 문제다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0119

중요도 : ★

그림과 같이 좌표공간에서 세 모서리 AD, AB, AE가 각각 x 축, y 축, z 축에 평행한 정육면체 ABCD-EFGH는 다음 조건을 만족시킨다.



(가) 점 A를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점은 점 G이다.

(나) 꼭짓점 B의 좌표는 $(2, 2, 2)$ 이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 점 C를 yz 평면에 대하여 대칭이동시킨 점은 점 D이다.

ㄴ. 두 점 A, B에서 각각 x 축에 내린 수선의 발은 서로 같다.

ㄷ. 점 E에서 zx 평면에 내린 수선의 발은 $(2, 0, -2)$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

좌표축이 숨어져있다고 생각하기.

파급 Comment)

조건 (가)를 보면 원점 위치를 파악할 수 있다. 이후에 x, y, z 축을 표시하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0128

중요도 : ★

좌표공간에서 구 S가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 원점을 지나고 반지름의 길이는 7이다.

(나) 중심에서 yz평면에 내린 수선의 발의 좌표는 (0, 2, -3)이다.

구 S의 방정식이 $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$ 일 때, $\frac{a^2}{b+c+d}$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c, d는 상수이다.)

기대 Comment)

기출에도 비슷한 문제가 있었지.

파급 Comment)

구의 중심이 좌표를 먼저 구해보자. 구의 중심의 좌표는 $(k, 2, -3)$ 이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0130

중요도 : ★

좌표공간에서 영역 S_0, S_1, S_2, S_3 을 다음과 같이 정한다.

$$S_0 : x \geq 0, y \leq 0, z \geq 0 \quad S_1 : x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

$$S_2 : x \leq 0, y \geq 0, z \geq 0 \quad S_3 : x \leq 0, y \leq 0, z \geq 0$$

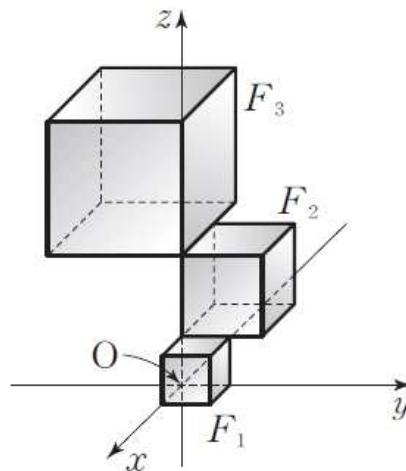
그림과 같이 좌표공간에 한 모서리의 길이가 $n(n=1,2,3,\dots)$ 인 정육면체 F_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) F_1 은 S_1 영역에 있고 세 면은 xy 평면, yz 평면, zx 평면 위에 있다.

(나) F_n 은 S_k 영역에 있고 한 모서리가 z 축 위에 놓여 있다. (단, k 는 n 을 4로 나눈 나머지가 n 이다.)

(다) F_n 과 F_{n+1} 이 만나서 생기는 도형은 길이가 n 인 선분이다.

정육면체 F_{10} 의 꼭짓점 중에서 원점과의 거리가 최대인 점의 좌표를 (a, b, c) 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, F_n 은 F_{n+2} 와 만나지 않는다.)



기대 Comment)

귀납적으로 생각하면 된다. 뭔가 상상속의 문제가 나온 듯한 문제. 그렇다고 좋다는건 아님.

파급 Comment)

문제 길이에 비해 쉬운 문제이다. 문제에 나온 그림이 글을 대체할 수 있다. 수능 때도 문제가 길다고 마냥 풀지말자.

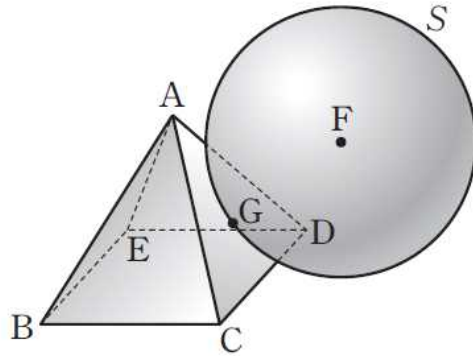
정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0136

중요도 : ★★

그림과 같이 좌표공간에서 밑면이 정사각형이고 네 옆면은 모두 합동인 이등변삼각형인 사각뿔 A-BCDE의 밑면 BCDE가 xy 평면 위에 있다. 또한 삼각형 ACD의 무게중심을 G라 할 때, 구 S는 사각뿔 A-BCDE의 면 ACD와 점 G에서 접하고 xy 평면과도 접한다. 두 점 A, B의 좌표는 각각 $(2, 3, 12)$, $(-7, -6, 0)$ 이고 점 C의 x 좌표가 양수일 때, 구 S의 중심 F의 좌표는 (a, b, c) 이다. $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

(단, 점 F는 사각뿔 A-BCDE의 외부에 있다.)



기대 Comment)

순수도형문제였으면 오히려 쉬웠을지도? 좌표를 정해주니 '정확한 위치'를 찾아야 하는 문제가 되어서 어려워졌다.

파급 Comment)

점 A, 점 B로부터 도형에서 필요한 길이와 x, y, z 축 위치를 파악할 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0138

중요도 : ★★

좌표공간에서 중심이 $A(a, a, 4)$ 이고 xy 평면에 접하는 구 C 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 점 P 가 나타내는 도형을 L 이라 하자.

반지름의 길이가 5이고 중심의 z 좌표가 음수인 구 S 가 xy 평면과 점 P 에서 접해 있고, 두 구 중심 사이의 거리는 15이다.

$x \geq 0, y \geq 0$ 을 만족시키는 도형 L 의 길이가 도형 L 의 전체 길이의 $\frac{5}{12}$ 일 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

기대 Comment)

좌표가 주어졌을 땐 좌표쓰는 것을 두려워하지 말 것.

파급 Comment)

조건에 맞게 입체의 평면화를 잘 시키면 되는 문제이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0144

중요도 : ★☆

좌표공간의 두 점 $A(1,3,3), B(3,-1,4)$ 와 xy 평면 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최솟값을 구하시오.

기대 Comment)

중점 M 분해가 떠오르면 하고, 떠오르지 않으면 그냥 P 좌표를 뒤도 무방하다. z 좌표가 0이라서 어렵지 않아.

파급 Comment)

점 A , 점 B 가 정점이고 점 P 가 동점이니 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 를 선분 AB 의 중점 M 을 거쳐 쪼개자.
 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = |\overrightarrow{PM}|^2 - |\overrightarrow{MA}|^2$ 이니 $|\overrightarrow{PM}|^2$ 의 최소만 구하면 되니 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0147

중요도 : ★

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정사면체 ABCD에서 선분 BC의 중점을 M, 선분 AD의 중점을 N이라 할 때, $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CN}$ 의 값은?

- ① -6
- ② -7
- ③ -8
- ④ -9
- ⑤ -10

기대 Comment)

정사면체 벡터내적 문제는, 정사면체의 변으로 성분분해할 것!

파급 Comment)

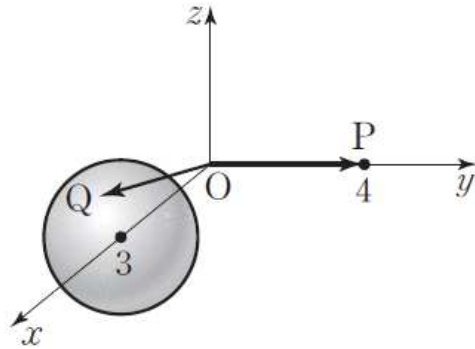
기출 파급러들은 그냥 정사면체 좌표계 이용해서 똑딱 풀자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0152

중요도 : ★☆

그림과 같이 좌표공간에 점 $P(0, 4, 0)$ 과 구 $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 4$ 위를 움직이는 점 Q 가 있다. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점이다.)



- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

기대 Comment)

구 나왔으면 뭐해라? 중심으로 나눠라.

파급 Comment)

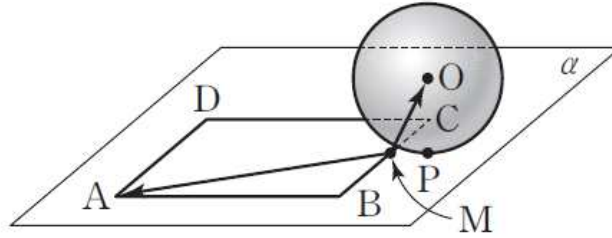
점 O , 점 P 가 정점이고 점 Q 가 동점이니 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 에서 \overrightarrow{OQ} 를 구의 중심을 거쳐 쪼개면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0153

중요도 : ★☆

그림과 같이 평면 α 위의 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, 평면 α 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.



(가) 점 P는 정사각형 ABCD의 외부에 있다.

(나) $\overline{PM} \perp \overline{BC}$

(다) $\overline{PM} = 1$

점 P에서 평면 α 에 접하고 반지름의 길이가 2인 구의 중심을 O라 할 때, $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA}$ 의 값은?

- ① -6
- ② -7
- ③ -8
- ④ -9
- ⑤ -10

기대 Comment)

겁먹지말자. 이 문제도 어렵지 않다. 이 문제는 '수직분해'가 편리하다. 접점 P를 지나는 벡터로 나눠 생각해보도록.

파급 Comment)

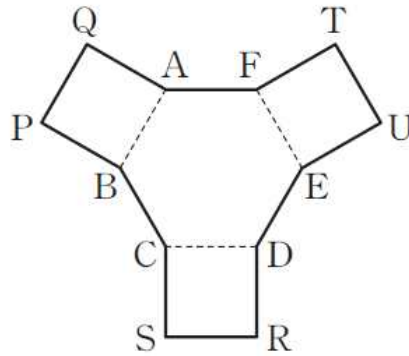
$\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PO}$ 로 쪼개어 $\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{MA}$ 를 구하는 것이 쉬울 거다. $\overrightarrow{PO} \cdot \overrightarrow{MA} = 0$ 이기 때문!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0154

중요도 : ★☆

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 세 변 AB, CD, EF를 각각 한 변으로 하는 세 정사각형 ABPQ, CDRS, EFTU를 그리고 세 선분 AB, CD, EF를 접는 선으로 하여 점 P와 점 S, 점 Q와 점 T, 점 R와 점 U가 각각 일치하도록 접어서 만든 입체를 G라 하자. 입체 G에서 $\overrightarrow{BR} \cdot \overrightarrow{CE}$ 의 값은?



- ① 1
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$
- ⑤ 3

기대 Comment)

공간에서 전개도가 아닌, 전개도를 주고 입체를 상상하라는 문제. 그래도 점대칭 도형이라 어렵지 않다.

파급 Comment)

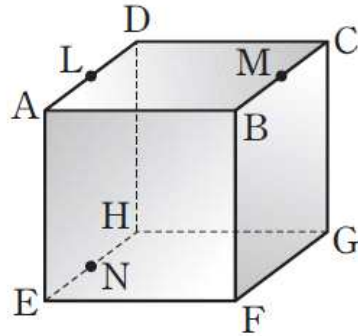
점 P와 점 S, 점 Q와 점 T, 점 R와 점 U의 밑면 위로의 정사영을 잘 떨어지면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0155

중요도 : ★★★

그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 ABCD-EFGH에서 세 선분 AD, BC, EH의 중점을 각각 L, M, N이라 하자. $\overrightarrow{PL} \cdot \overrightarrow{PM} = 0$ 을 만족시키는 점 P와 $\overrightarrow{QL} \cdot \overrightarrow{QN} = 0$ 을 만족시키는 점 Q에 대하여 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{BG}$ 의 최댓값이 $m+n\sqrt{2}$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 유리수이다.)



- ① 22
- ② 24
- ③ 26
- ④ 28
- ⑤ 30

기대 Comment)

연계 주의보.

파급 Comment)

점 P와 점 Q의 자취는 구이다. $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{BG}$ 에서 점 P, 점 Q가 동점이어서 당황했을 것이다. 하지만 걱정 마라. 이런 경우에는 \overrightarrow{PQ} 를 점 P의 자취인 구의 중심과 점 Q의 자취인 구의 중심을 거쳐 쪼개면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0156

중요도 : ★★★

좌표공간에서 점 P는 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 위를 움직이고, 점 A(0, 4, 0)에 대하여 점 Q는 $|\overrightarrow{AQ}| = 2, \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AQ} = 4$ 를 만족시키며 움직인다. z축 위의 점 B(0, 0, k)에 대하여 $\overrightarrow{AQ} \cdot \overrightarrow{BP}$ 의 최댓값이 $6\sqrt{3}$ 일 때, 양수 k의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

기대 Comment)

쉬운 4점으로 좋을 듯 하다.

파급 Comment)

전형적인 벡터 회전 문제이다. 이번 10월 29번에도 나왔고 직접적으로는 1년도 수능 29번이 떠오르는 문제이다. k는 변수가 아닌 미지수이므로 점 B는 동정이 아닌 정점이다. 점 Q의 자취는 원뿔 벡터가 나올 것이다. $\overrightarrow{AQ} \cdot (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OP})$ 로 쪼갠 후 최댓값을 구하면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0160

중요도 : ★☆

직선 $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ 위의 점 P와 직선 $m : \frac{1-x}{2} = y-3 = \frac{z+7}{-2}$ 위의 점 Q에 대하여

$|\overrightarrow{PQ}|$ 의 최솟값은?

- ① $\sqrt{21}$
- ② $\sqrt{23}$
- ③ 5
- ④ $3\sqrt{3}$
- ⑤ $\sqrt{29}$

기대 Comment)

직선과 직선사이의 거리 공식 활용. 외적써도 되고, 몰라도 기본유형에 해당한다.

파급 Comment)

두 직선 사이의 거리 구하는 방식을 정리해 보자. '내적 0'을 이용하는 것이 제일 효율적이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0169

중요도 : ☆

좌표공간에서 점 $A(2, -3, -1)$ 과 점 P 의 위치벡터를 각각 \vec{a}, \vec{p} 라 할 때, $|\vec{p} - \vec{a}| = 3$ 을 만족시키는 점 P 와 평면 $3x - 6y + 2z + 11 = 0$ 사이의 거리의 최댓값은?

- ① $\frac{51}{7}$
- ② $\frac{52}{7}$
- ③ $\frac{53}{7}$
- ④ $\frac{54}{7}$
- ⑤ $\frac{55}{7}$

기대 Comment)

위치벡터에 대한 벡터방정식. 무작정 좌표두고 하는 것 보단, 저 벡터방정식의 의미를 잘 파악해보자.

파급 Comment)

점 A 와 평면 사이 거리에서 3을 더하면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0171

중요도 : ★

점 $(1, 3, -2)$ 를 지나고 직선 $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{4} = 1-z$ 와 수직으로 만나는 직선이 zx 평면과 만나는

점을 P라 할 때, $|\overrightarrow{OP}|^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 61
- ② 63
- ③ 65
- ④ 67
- ⑤ 69

기대 Comment)

점에서 직선으로 내린 수선의 발을 찾으라는 문제와 동치.

파급 Comment)

18년도 9평 13번이 떠올리는 문제이다. 그림을 그려보고 '내적 0'을 이용하면 쉽게 풀리는 문제이다. 공도방이 잘 안 되어있는 경우 시간을 좀 뺏길 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0173

중요도 : ★☆

두 평면 $x+y+2z-1=0$, $2x+y-z+3=0$ 의 교선에 수직이고 점 $(1, 0, 4)$ 를 지나는 평면 a 가 x 축과 만나는 점의 좌표가 $(k, 0, 0)$ 일 때, k 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{5}{3}$
- ③ 2
- ④ $\frac{7}{3}$
- ⑤ $\frac{8}{3}$

기대 Comment)

두 평면의 교선 찾는 방법은? 두 법선벡터와 동시에 수직인 놈!

파급 Comment)

두 평면 $x+y+2z-1=0$, $2x+y-z+3=0$ 의 교선의 방향 벡터를 알면 끝나는 문제이다. 기출 파급러들은 알다시피 두 교선은 두 평면의 법선 벡터와 각각 수직을 이루기에 $(1, 1, 2)$, $(2, 1, -1)$ 을 외적하면 두 평면 $x+y+2z-1=0$, $2x+y-z+3=0$ 의 교선의 방향 벡터가 나온다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0174

중요도 : ★★☆

좌표공간에서 점 A를 꼭짓점, 원 C를 밑면으로 하는 원뿔이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 A와 원 C의 중심을 지나는 직선은 원뿔의 밑면에 수직이고 벡터 $(8, -4, 1)$ 에 평행하다.

(나) 원 C의 반지름의 길이는 3이다.

원 C의 중심을 지나고 z축에 수직인 평면이 원 C와 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 APQ의 xy평면 위로의 정사영의 넓이가 $\sqrt{5}$ 일 때, 원뿔의 높이는?

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

기대 Comment)

연계주의보.

파급 Comment)

조건에 맞게 그림을 잘 그리고 점과 도형 사이의 위치를 파악한 후 문제 풀기 쉽도록 입체의 평면화를 잘 시키자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0175

중요도 : ★★

좌표공간에서 넓이가 12인 삼각형 ABC의 xy 평면 위로의 정사영의 넓이가 4, yz 평면 위로의 정사영의 넓이가 8, zx 평면 위로의 정사영의 넓이가 8이다. 삼각형 ABC의 평면 $6x+3y+2z-3=0$ 위로의 정사영의 넓이의 최댓값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

기대 Comment)

이 문제는 약간 과조건이다. '방향코사인'을 알고 있다면 세 넓이 중 하나를 지워도 되는 문제.

파급 Comment)

이건 어쩔 수 없다. 벡터 회전을 쓰고 싶지만 안 먹히고 삼각형 ABC의 법선벡터를 (a, b, c) 로 잡고 푸는 것이 좋다. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ 로 벡터 (a, b, c) 를 단위벡터로 만들어 주는 것이 좋다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0177

중요도 : ★★

좌표공간에서 점 $A(1, -2, 0)$ 을 지나는 서로 다른 두 평면 α, β 가 모두 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 $;\frac{x}{4}=1-y=z-1$ 과 평행하다.

(나) 원점에서의 거리가 1이다.

두 평면 α, β 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{4}{9}$
- ③ $\frac{5}{9}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{7}{9}$

기대 Comment)

직선과 평행하다고? 법선벡터에 대한 정보를 알려준 셈.

파급 Comment)

좌표축을 무작정 그리면 하수이다. 공도방에서 좌표축을 그리는 것이 우선이 아니라 평면, 도형, 점 간의 위치 관계 파악이 중요하다. 기출 파급러들은 두 평면이 만나는 상황에서 그림을 어떻게 그려야 할지 잘 알 것이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0178

중요도 : ★★

좌표공간의 직선 l 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 l 의 xy 평면 위로의 정사영의 방정식은 $x+y+2=0$, $z=0$ 이다.

(나) 직선 l 의 yz 평면 위로의 정사영의 방정식은 $2y+z-1=0$, $x=0$ 이다.

직선 l 과 y 축이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\sec^2\theta$ 의 값은?

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

기대 Comment)

직선의 정사영을 구하는 방법에 대해 고민해보자. 잘하는 학생들은 기본유형으로 느끼겠지만, 처음 접하면 당황스러울 수 있다.

파급 Comment)

기출 파급러들, 잘 생각해보자. 직선 l 은 평면 $x+y+2=0$, 평면 $2y+z-1=0$ 의 교선이다. 직육면체를 그려보면서 파악해도 좋다. 이를 알았다면 두 교선은 두 평면의 법선 벡터와 각각 수직을 이루기에 $(1, 1, 0)$, $(0, 2, 1)$ 을 외적하면 평면 $x+y+2=0$, 평면 $2y+z-1=0$ 의 교선의 방향 벡터가 나온다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9010-0179

중요도 : ★★

좌표공간의 점 $P(1, 1, 0)$ 에서 xy 평면에 접하고 반지름의 길이가 3인 구 S 위를 움직이는 점 Q 가 있다. 두 점 P, Q 에서 평면 $a: 2x + y - 2z + 21 = 0$ 에 내린 수선의 발을 각각 P', Q' 이라 할 때, $|\overrightarrow{P'Q'}|$ 의 최댓값은?

(단, 구 S 의 중심의 z 좌표는 0보다 크다.)

- ① $3 + \sqrt{2}$
- ② $3 + \sqrt{3}$
- ③ 5
- ④ $3 + \sqrt{5}$
- ⑤ $3 + \sqrt{6}$

기대 Comment)

P, Q 를 각각 구할 것인지, 아니면 먼저 해석한 후 수선의 발 사이의 거리가 제일 길 때의 값을 구할지 고민해볼 것.

파급 Comment)

구의 평면 위로의 정사영은 원이다. 구 S 가 평면과 만나던 만나지 않던 평면 위로의 정사영의 반지름의 길이는 3이다. 따라서 구의 중심을 점 S 로 두면 $|\overrightarrow{P'Q'}|$ 의 최댓값은 $|\overrightarrow{P'S'}| + 3$ 이다. $|\overrightarrow{P'S'}|$ 을 구할 때, 점 P' 좌표를 직접 구하는 것보다 구의 중심 S 와 점 P 를 이은 선분과 평면과의 직평각을 이용하는 것이 훨씬 효율적이다. 여기까지 공부하느라 수고 많았다. 수능 잘 볼거니까 넘 걱정마라. 이상.

정리, 요약)

< 기하와 벡터 답지 >

Warning : Comment를 다는 도중 ‘여러분들의 시간을 줄여주기 위해’ 문항을 지운 경우가 있을 겁니다.
즉, 정답이 하나 건너 뛰어 있을 수 있으니, 틀린 문제가 있다면 반드시 문항코드를 확인해주세요.

	정답		정답		정답		정답		정답
0005	2	0077	4	0138	6				
0013	2	0078	2	0144	7				
0015	2	0079	1	0147	3				
0016	4	0080	3	0152	3				
0018	4	0081	4	0153	1				
0019	2	0082	12	0154	3				
0020	4	0090	5	0155	2				
0021	24	0094	8	0156	2				
0024	4	0097	2	0160	5				
0042	16	0103	4	0169	4				
0044	1	0105	2	0171	3				
0046	1	0106	1	0173	4				
0047	4	0107	2	0174	2				
0052	4	0110	2	0175	87				
0055	3	0111	3	0177	1				
0056	5	0113	4	0178	1				
0058	3	0114	12	0179	4				
0059	3	0116	2						
0060	4	0117	10						
0061	4	0118	4						
0063	24	0119	4						
0067	3	0128	72						
0069	12	0130	55						
0075	5	0136	29						

기대모의고사 가형/나형 Voll, 2 링크		기출의 파급효과 시리즈 전자책 모음 링크	
<p>좋은 약은 입에 쓰다. 1~2등급은 모래주머니로, 3~4등급은 준킬러대비 N제로 사용하기 좋은 고퀄 and 고난도 모의고사!</p>		<p>안정적이고 쉽게 1등급 달성. 전자책 전용) 미적분2 & 확통 (문이과 공통)</p>	
김기대T 수능 후 논술 Final 개강 안내사항		기출의 파급효과 기하와 벡터 종이책 링크	
<p>수능 3연속 만점 출신이자 수리논술을 직접 다수 합격한 'Real 논술 Final' 한양, 경북, 세종, 광운, 아주, 인하대 확정. 다른 학교들은 15일 종일 특강 추천!</p>		<p>기백은 전자책과 종이책 모두 있습니다.</p>	