



수학 영역(가형)

형식: 자유형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (4, 2)$, $\vec{b} = (1, -3)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은?
[2점]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

3. 함수 $f(x) = 3e^{2x-3} + 1$ 에 대하여 $f'\left(\frac{3}{2}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(8^x - 1)}{1 - \cos x}$ 의 값은? [2점]

- ① $3\ln 2$ ② $4\ln 2$ ③ $6\ln 2$ ④ $7\ln 2$ ⑤ $8\ln 2$

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) - P(B) = P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. $(x-2)^6(x+2)^6$ 의 전개식에서 x^8 의 계수는? [3점]

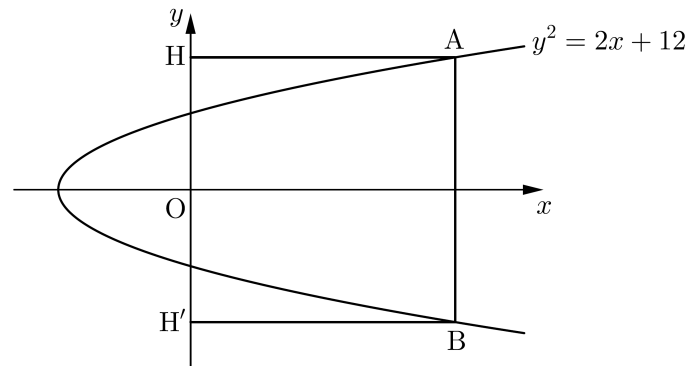
- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

6. $x > 2$ 에서 정의된 함수 $f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^{x-3}$ 의 역함수를

$g(x)$ 라 할 때, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xg(x)-3}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{19}{6}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

7. 포물선 $y^2 = 2x + 12$ 위의 두 점 A, B에서 y 축에 내린 수선의 발 H, H'에 대하여 사각형 AHH'B는 정사각형이다. 정사각형의 한 변의 길이는? (단, 두 점 A, B의 x 좌표는 모두 양수이다.) [3점]



- ① 12 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

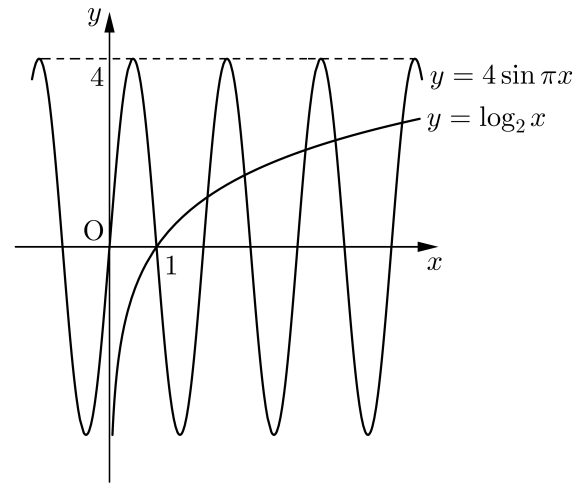
8. 곡선 $\sin xy = \tan \frac{y}{x} + k$ 위의 점 $(2, \frac{\pi}{2})$ 에서의 접선의 기울기는? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\frac{\pi}{2}$ ② $-\frac{\pi}{3}$ ③ $-\frac{\pi}{4}$ ④ $-\frac{\pi}{6}$ ⑤ $-\frac{\pi}{12}$

9. 1보다 큰 자연수 n 에 대하여, 확률변수 X 는 이항분포 $B(10n, \frac{1}{n})$ 을 따른다. 서로소인 두 자연수 p, q 에 대하여 $\frac{1}{10}E(X^2) = \frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q=275$ 이다. n 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

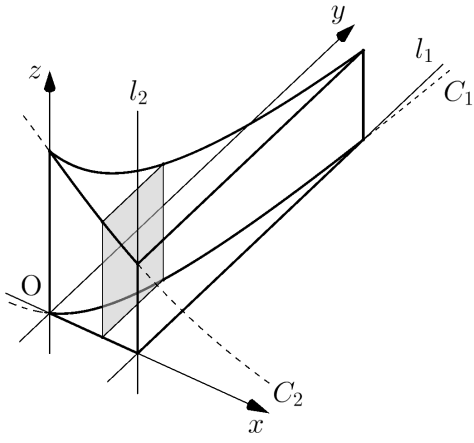
10. 두 곡선 $y = \log_2 x$ 와 $y = 4\sin \pi x$ 의 교점의 개수는? [3점]



- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

11. xy 평면 위의 곡선 $C_1 : y = \frac{1}{2}xe^{2x}$ 와 zx 평면 위의 곡선

$C_2 : z = (x+2)e^{-x}$ 에 대하여 직선 $l_1 : x=1, z=0$ 과 x 축 및 곡선 C_1 으로 둘러싸인 영역을 밑면으로 하고, 직선 $l_2 : x=1, y=0$ 과 x 축, z 축 및 곡선 C_2 로 둘러싸인 영역을 옆면으로 하는 입체도형 V 를 x 축에 수직으로 자른 단면이 모두 직사각형일 때, 입체도형 V 의 부피는? [3점]



- ① $\frac{1}{4}e$ ② $\frac{1}{2}e$ ③ e ④ $2e$ ⑤ $4e$

12. 함수 $f(x) = k \sin kx + 2k^2 - k - 20$ 이 모든 실수 x 에 대하여

$$f(\pi - x) + f(\pi + x) = 2$$

를 만족시킬 때, $f(x)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

13. 매개변수 t 로 나타내어지는 곡선

$$x = kt^3 + 3t^2, \quad y = kt^3 - 3t^2 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

위에 점 $(1, -\frac{1}{2})$ 이 있을 때, 곡선의 길이는? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① $2 - \sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2} - 2$ ③ $4 - \sqrt{2}$
 ④ $4 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $8 - 2\sqrt{2}$

14. 어느 Wi-Fi 라우터의 1초간 평균

연결 속도는 평균이 900MB/s,
 표준편차가 120MB/s인 정규분포를
 따른다. 이 라우터를 4시간 동안 켜
 놓았다. 켜 놓은 후 3시간이 지났을
 때까지의 평균 연결 속도가 m MB/s였을

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

때, 이 라우터를 켜 놓은 동안의 평균 연결 속도가 이보다
 1MB/s 이상 느렸을 확률을 $f(m)$ 이라 하자. 주어진
 표준정규분포표를 이용하여 $f(900) + f(901)$ 의 값을 옳게 구한
 것은? [4점]

- ① 0.0896 ② 0.2255 ③ 0.5062 ④ 0.5328 ⑤ 0.6587

15. 2019를 2015개의 자연수로 분할하는 방법 중 하나를 임의로 골랐을 때, 1의 개수가 짝수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

16. 점 $P(x, y, z)$ 에 대하여

$$\sqrt{(x-1)^2+(y+1)^2+z^2} + \sqrt{(x+2)^2+y^2+(z-3)^2}$$

의 값이 최소가 되도록 하는 점 P 의 자취의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{15}$ ② 4 ③ $\sqrt{17}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{19}$

17. 다음은 정적분 $\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx$ 의 값을 구하는 과정이다.

$t = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$ 라 놓으면

$$\int \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = - \int \boxed{\text{(가)}} dt$$

이므로 적분구간 $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ 에 대하여

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = \int_0^1 \boxed{\text{(가)}} dt$$

가 된다. $f(t) = t, f(t)g'(t) = \boxed{\text{(가)}}$ 라 놓아 부분적분 $\int f(t)g'(t)dt = f(t)g(t) - \int f'(t)g(t)dt$ 을 이용하면

$$\int \boxed{\text{(가)}} dt = f(t)g(t) + \int \boxed{\text{(나)}} dt$$

이다. 따라서 적분구간 $0 \leq t \leq 1$ 에 대하여

$$\int_0^1 \boxed{\text{(가)}} dt = \boxed{\text{(다)}} + \int_0^1 \boxed{\text{(나)}} dt$$

이다. 이때 $t = \tan\theta \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$ 라 하면

$$\int_0^1 \boxed{\text{(나)}} dt = \boxed{\text{(라)}}$$

이므로

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} dx = \boxed{\text{(다)}} + \boxed{\text{(라)}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $P(t), Q(t)$ 라 하고, (다), (라)에 알맞은 수를 각각 r, s 라 할 때, $P(1)+Q(1)+r+\frac{s}{\pi}$ 의 값은? (단, $g(0) = -1$ 이고, $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.) [4점]

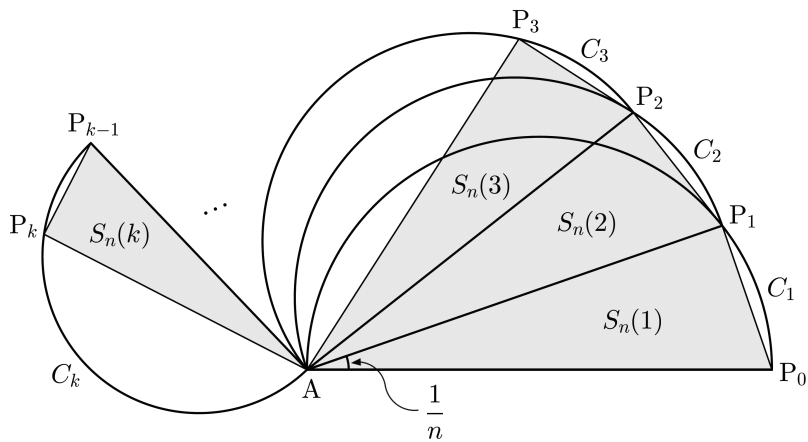
- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

18. 집합 $X = \{\ulcorner, \llcorner, \lrcorner, \llcorner, \lrcorner, \lrcorner\}$ 와 함수 $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 $Y = \{x \text{와 } f(x) \text{만으로 만들어지는 음절} | x \in X\}$ 라 하자. 예를 들어, 두 조건 ' $f(\ulcorner) = \lrcorner$ '와 ' $f(\lrcorner) = \ulcorner$ '는 모두 '너'가 Y 의 원소일 충분조건이다. 다음 조건을 만족하는 일대일 대응 함수 f 의 개수는? [4점]

(가) x 와 $f(x)$ 가 모두 자음이거나 모두 모음이도록 하는 $x \in X$ 는 존재하지 않는다.
 (나) '더'와 '초'는 Y 의 원소이다.

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

19. 아래 그림과 같이 길이가 2인 선분 AP_0 이 있다. 자연수 n 에 대하여 선분 AP_0 을 지름으로 하는 반원 C_1 을 그리고, $\angle P_0AP_1 = \frac{1}{n}$ 이도록 하는 점 P_1 을 호 AP_0 위에 잡는다. 이와 같이 계속하여 자연수 k 에 대하여 선분 AP_k 를 지름으로 하는 반원 C_k 를 그리고, $\angle P_{k-1}AP_k = \frac{1}{n}$ 이도록 하는 점 P_k 를 호 AP_k 위에 잡을 때, 삼각형 $P_{k-1}AP_k$ 의 넓이를 $S_n(k)$ 라 하자.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n^2} S_n(k)$ 의 값은? [4점]



- ① $2 - \frac{2}{\sqrt{e}}$
- ② $2 - \frac{2}{e}$
- ③ $2 - \frac{2}{e^2}$
- ④ $4 - \frac{4}{\sqrt{e}}$
- ⑤ $4 - \frac{4}{e}$

20. 좌표공간의 두 점 $A(2, 3, 4)$, $B(3, 2, 5)$ 에 대하여 점 P 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $\vec{AB} \cdot \vec{BP} = 0$
- (나) $|\vec{BP}| = 1$

직선 AP 와 평면 $\alpha: 2x+3y-6z+32=0$ 이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>—
- ㄱ. 직선 AB 와 평면 α 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 점 Q 와 직선 AP 사이의 거리는 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 이다.
 - ㄴ. 반직선 AP 가 평면 α 와 만나지 않도록 하는 점 P 가 존재한다.
 - ㄷ. $\cos\theta$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{6}}{6}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x, y 에 대하여

$$f(\sqrt{x^2+y^2}) = \frac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$$

를 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(t)$ 를

$$g(t) = f(\sqrt{|t|})$$

라 하자. $g'(0) = 1$ 일 때, $\int_0^1 x\{f(x)+1\}dx$ 의 값은? (단, 모든 실수 x 에 대하여 $-1 < f(x) < 1$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2} \ln \frac{e^2+1}{2}$ ② $\ln \frac{e^2+1}{2}$ ③ $\frac{1}{2} \ln(e^2+1)$
 ④ $\ln(e^2+1)$ ⑤ $2\ln(e^2+1)$

22. ${}_6H_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 타원 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ 의 한 초점과 한 꼭짓점 사이의 거리가 될 수 있는 모든 수의 집합이 $\{3, 11, k\}$ 일 때, $a+b+k$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로 다른 양의 상수이고, $0 < k < 16$ 이다.) [3점]

24. 주사위 두 개를 던져 나온 두 수의 곱이 6의 배수일 확률이

$\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

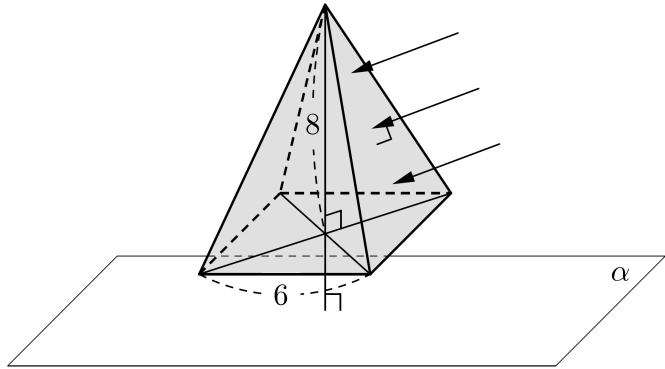
$$\sin\left(\sin 2x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} = \sin 2x$$

를 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 것은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 어느 도시에서 하루에 태어나는 신생아 수는 평균이

m 명이고, 표준편차가 4명인 정규분포를 따른다. 이 도시에서 4일간 태어난 신생아 수가 126명일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이고, 그 다음 16일간 태어난 신생아 수가 n 명일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$ 이다. 모평균에 대한 예상치로 두 신뢰구간에 모두 속하는 한 실수를 택했다고 할 때, n 의 최댓값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

27. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형을 밑면으로 하고 높이가 8이며 옆면이 모두 이등변삼각형인 사각뿔의 밑면이 평면 α 와 평행하다. 한 옆면과 수직인 평행광선에 의해 평면 α 에 만들어지는 사각뿔의 그림자의 넓이를 구하시오. (단, 사각뿔의 밑면과 평면 α 사이의 거리는 8보다 작고, 사각뿔은 평면 α 와 만나지 않는다.) [4점]



28. $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \ln(1 + \sqrt{3} \tan x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x \times \left\{ f\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + f(x) \right\}$$

라 할 때, $g\left(\frac{\pi}{10}\right) + \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left|x - \frac{\pi}{6}\right| f(x) dx = (p\pi + q\pi^2) \ln 2$ 이다.

$360(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

29. 좌표공간에 세 점 $A(-1, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $C(0, 2, 2)$ 이 있다. xy 평면 위의 점 P 와 평면 $\alpha: y+2z=0$ 위의 점 Q 가 $\overline{AP} + \overline{BP} = 4$ 와 $\overline{AQ} + \overline{BQ} = 8$ 을 만족하며 움직일 때, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 최댓값은 M 이다. $M^2 = p + q\sqrt{7}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.)

30. $nt > 0$ 을 만족하는 실수 t 와 정수 n 이 있다.

함수 $f(x) = tx^2e^{-x}$ 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$\frac{f(f(x))}{f(x)} = n$$

를 만족시키는 실수 x 의 값의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 다음 조건이 성립한다.

(가) t 에 대한 방정식 $g(t) = |n|$ 을 만족하는 실수 t 의 값은 오직 α 뿐이다.

(나) $t = 7\alpha$ 일 때, $x > 0$ 에서의 함수 $f(x)$ 의 극값은 $|n|\alpha$ 보다 크다.

$(n+1)\alpha$ 의 값으로 가능한 모든 실수의 곱이 pe^q 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이고, $2 < e < 3$ 이다.) [4점]