$(g(x+1)-g(x))e^{-x} \to 0,0$ 대칭

93

$3\sqrt{3}\ 6$

29. 좌표공간의 세 점 A$(-1, 0, 6)$, B$(2, -\sqrt{3}, 0)$, C$(3, 0, 0)$에 대하여 두 점 P, Q가

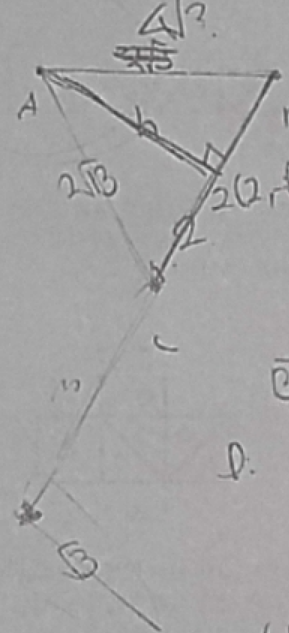
$$|\overrightarrow{AP}|=2,\ |\overrightarrow{CQ}|=2\sqrt{3},\ \overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CQ}=6$$

을 만족시킨다. $|\overrightarrow{PQ}|$의 최댓값을 구하시오. [4점]

406

203

$4\sqrt{3}$



$9+3\cdot 36$

$=12\times 36$

$h=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

$\overrightarrow{BC}: l$

$l: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y}{\sqrt{3}}$, $z=0$

$(l+3, \sqrt{3}l, 0)$

$(1, \sqrt{3}, 0)\cdot(l+4, \sqrt{3}l, -6)$

$=0$

$\therefore l+4+3l=0$

$l=-1$

$(2, -\sqrt{3}, 0)$

$5\sqrt{3}$ 5

$\to 10$

$10+2=\boxed{12}$

$5\sqrt{3}$

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(x+1)-g(x)=-\pi(e+1)e^x\sin(\pi x)$
>
> (나) $g(x+1)=\int_0^x \{f(t+1)e^t-f(t)e^t+g(t)\}dt$

$g(x)=\int_0^{x-1}$

$\int_0^1 f(x)dx=\dfrac{10}{9}e+4$일 때, $\int_1^{10} f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점]

나 $\to g(1)=0$

미분 $g'(x+1)=(f(x+1)-f(x))e^x+g(x)$

$\therefore g'(x+1)-g(x)=(f(x+1)-f(x))e^x$

$\therefore g'(x)-g(x)=(f(x+1)-f(x))e^x-h'(x)$

$(g'(x)-g(x))e^{-x}=f(x+1)-f(x)+\pi(e+1)\sin\pi x$
$+\pi^2(e+1)\cos\pi x$

양변 부정적분

$g(x)e^{-x}=\int_x^{x+1} f(t)dt-(e+1)(\cos\pi x+\cancel{\pi\sin\pi x})+C$

$x=0$ $g(0)=\frac{10}{9}e+4-e-1+C$

가에서 $g(1)-g(0)=0$ $\therefore 0$

$C=-\frac{e}{9}-3$

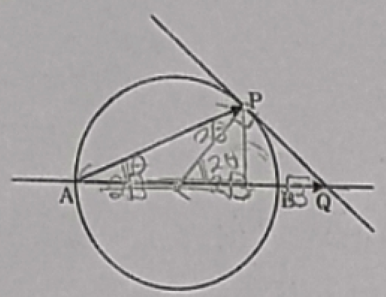
1~9까지

$\int_1^{10} f(x)dx+(e+1)-e-27=0$

$\therefore \boxed{26}$

- 확인 사항
- ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

27. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P에서의 접선과 직선 AB가 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q가 선분 AB를 5 : 1로 외분하는 점이고, $\overline{BQ}=\sqrt{3}$일 때, $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$의 값을 구하시오. [4점]



$\cos 2\theta = \frac{2}{3} = 2\cos^2\theta - 1$

$\therefore \frac{5}{3} = 2\cos^2\theta$

$\cos\theta = \sqrt{\frac{5}{6}}$

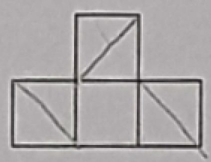
$5\sqrt{3} \times \left(2\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$

$= 5\sqrt{3} \times \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right) = \boxed{50}$

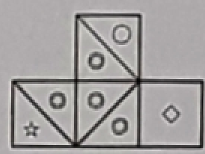
28. [그림 1]과 같이 빗변의 길이가 $\sqrt{2}$인 직각이등변삼각형 모양의 조각 6개와 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 조각 1개가 있다. 직각이등변삼각형 모양의 조각 중 ○, ☆, ◎가 그려진 조각은 각각 1개, 1개, 4개가 있고, 정사각형 모양의 조각에는 ◇가 그려져 있다.

[그림 1]

[그림 1]의 조각을 모두 사용하여 [그림 2]의 한 변의 길이가 1인 정사각형 4개로 이루어진 도형을 빈틈없이 채우려고 한다. [그림 3]은 도형을 빈틈없이 채운 한 예이다.



[그림 2]



[그림 3]

[그림 1]의 조각을 모두 사용하여 [그림 2]의 도형을 빈틈없이 채우는 경우의 수를 구하시오. (단, ◎가 그려진 조각은 서로 구별하지 않고, 각 조각은 뒤집지 않는다.) [4점]

${}_4C_3 \times 2^3 \times 6 \times 5$

$= 30 \times 8 \times 4 = 960$

24. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $V(2X-1)=80$일 때, $E(2X-1)$의 값을 구하시오. [3점]

$\boxed{59}$

$\cancel{4}V(X) = n \times \frac{2}{9} \cancel{\times 4 = 80}$

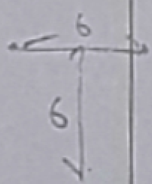
$\therefore n = 90$

$E(X) = 30$

25. 점 $A(6, 4)$에서 타원 $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{16}=1$에 그은 두 접선의 접점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]

$\boxed{18}$

$\frac{x_1 x}{12}+\frac{y_1 y}{16}=1$



$\frac{x_1}{2}+\frac{y_1}{4}=1$

$\therefore 2x_1+y_1=4$

$y=4-2x$

$\frac{x^2}{12}+\frac{16-16x+4x^2}{16}=1.$

$\frac{x^2}{12}+\frac{x^2-4x}{4}=0$

$x^2+3x^2-12x=0$

$x=0.3.$

$(0,4)$ $(3.-2).$

26. 어느 영화를 관람한 사람 중에서 n명을 임의추출하여 조사한 결과, 이 영화를 재관람한 사람은 m명이었다. 이 결과를 이용하여, 이 영화를 관람한 사람 전체 중 이 영화를 재관람한 사람의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $0.0706 \le p \le 0.1294$이다. $m+n$의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [4점]

$\frac{m}{n}=0.1$

0.1 ± 0.0294

$1.96 \times \frac{\frac{3}{10}}{\sqrt{n}}=0.0294$

$2\ \frac{196}{100}$ $\frac{294}{10000}$

$\frac{6}{1000} \times \frac{10000}{3}=\sqrt{n}$

$20=\sqrt{n}$

$n=400$

$m=40$

$\boxed{440}$

21. 정수 n에 대하여 점 $(a, 0)$에서 곡선 $y=(x-n)e^x$에 그은 접선의 개수를 $f(n)$이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

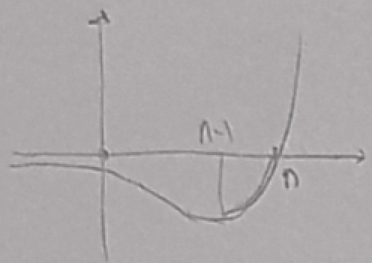
ㄱ. $a=0$일 때, $f(4)=1$이다.

ㄴ. ~~$f(n)=1$인 정수 n의 개수가 1인 정수 a가~~ 존재한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{5} f(n)=5$를 만족시키는 정수 a의 값은 -1 또는 3이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$y = (t-n+1)e^t(x-t) + (t-n)e^t$

$(0,0) \to -t(t-n+1)+t-n=0$

$\therefore -t^2+nt-\cancel{t}+\cancel{t}-n=0$

$\underline{n=4}$ $\therefore -(t^2-4t+4)=0$

$\underline{\underline{t=2}}$

$f(n) \to (a-t)(t-n+1)+(t-n)$의 근개수

$\therefore -t^2+nt-\cancel{t}+at-na+a+\cancel{t}-n$

$-t^2+(n+a)t-na+a-n=0$

$\therefore t^2-(n+a)t+na-a+n=0$

$D=(a+n)^2-4an+4a-4n$

$=a^2+2an+n^2-4an+4a-4n$

$\underline{a^2-2an+n^2+4a-4n}=0$인

n 개수 ①

$D/4 = (a+2)^2-a^2-4a=④$

단답형

22. ${}_{7}\mathrm{H}_{3}$의 값을 구하시오. [3점]

${}_{9}C_{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ $\boxed{84}$

23. 함수 $f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$의 값을 구하시오. [3점]

$\cos+\sqrt{3}\sin$

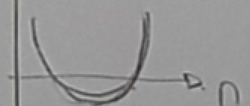
$\frac{1}{2}+\frac{3}{2} = \boxed{2}$

$\underline{a^2+(4-2n)a+n^2-4n}$

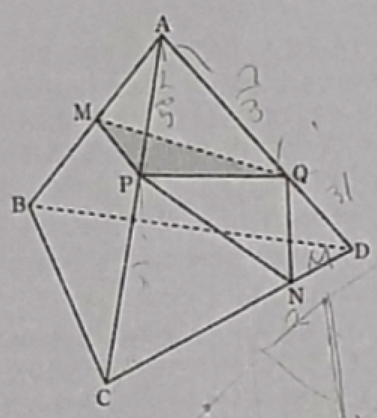
$n=1$ a^2+2a-3

$\underline{n=3}$ $a^2-2a-3=0 \sim a=\underline{3, -1}$

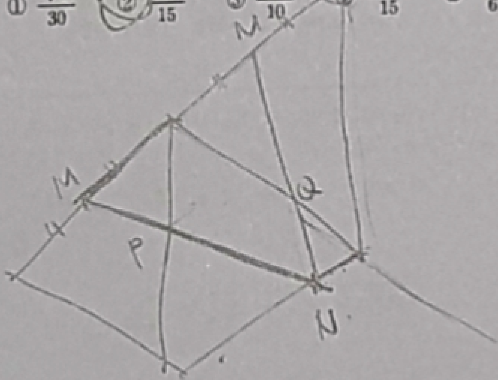
$n^2-(2a+4)n+a^2+4a$

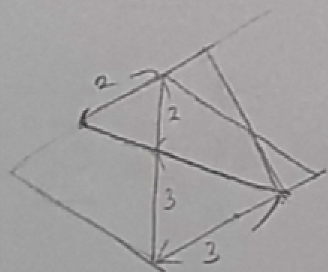


19. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 1인 정사면체 ABCD에서 선분 AB의 중점을 M, 선분 CD를 3 : 1로 내분하는 점을 N이라 하자. 선분 AC 위에 $\overline{MP}+\overline{PN}$의 값이 최소가 되도록 점 P를 잡고, 선분 AD 위에 $\overline{MQ}+\overline{QN}$의 값이 최소가 되도록 점 Q를 잡는다. 삼각형 MPQ의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



① $\frac{\sqrt{3}}{30}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{15}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$





밑 → $\frac{\sqrt{3}}{4}$

$\frac{4\sqrt{3}\cdot 5}{15}$

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}\right)$

20. 함수 $f(x)=\int_{x}^{x+2}|2^t-5|\,dt$의 최솟값을 m이라 할 때, 2^m의 값은? [4점]

① $\left(\frac{5}{4}\right)^8$ ② $\left(\frac{5}{4}\right)^9$ ③ $\left(\frac{5}{4}\right)^{10}$ ④ $\left(\frac{5}{4}\right)^{11}$ ⑤ $\left(\frac{5}{4}\right)^{12}$

$x \le t \le \log_2 5$

$\int_x^{\log_2 5}(5-2^t)dt + \int_{\log_2 5}^{x+2}$

$\left[5x-\frac{2^x}{\ln 2}\right]_x^{\log_2 5}+\left[\frac{2^x}{\ln 2}-5x\right]_{\log_2 5}^{x+2}$

$2\times\left(5\log_2 5-\frac{5}{\ln 2}\right)-5x+\frac{2^x}{\ln 2}$

$-5x-10+4\times\frac{2^x}{\ln 2}$

$10\log_2 5-10x-10+5\times\frac{2^x}{\ln 2}-\frac{10}{\ln 2}$

$5\times 2^x-10=0$

$x=1$

$10\log_2 5-20$

$\therefore 10\left(\log_2\frac{5}{4}\right)$

$2\left(x-\frac{3}{4}\right)=-x+1$

$3x=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$

$x=\frac{5}{6}$

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x>0$일 때, $f(x)=axe^{2x}+bx^2$
> (나) $x_1<x_2<0$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여
> $f(x_2)-f(x_1)=3x_2-3x_1$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=2e$일 때, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $2e$ ② $4e$ ③ $6e$ ④ $8e$ ⑤ $10e$

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=3$ → 직선

$\therefore f'(0)=3$

$a=3$

$3xe^{2x}+bx^2$

$\frac{3}{2}e+\frac{b}{4}=2e$

$\therefore b=2e$

$(a+2ax)e^{2x}+2bx$

$2\times3\times e+2e$

18. 숫자 1, 2, 3, 6, 18이 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 있다. 다음은 이 5장의 카드를 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 카드에 적혀 있는 수의 곱이 모두 6의 배수가 되도록 나열하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

> 이웃한 두 카드에 적힌 수의 곱이 6의 배수가 되지 않는 경우는 1, 2가 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우와 1, 3이 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우이다.
>
> (i) 1, 2가 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우
> 이 두 카드를 한 묶음으로 생각하고, 두 카드의 자리를 바꾸는 것을 고려하면 1, 2가 적힌 두 카드가 이웃하도록 5장의 카드를 나열하는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$이다. $2\times4!$ → 48
>
> (ii) 1, 3이 적힌 두 카드가 서로 이웃하는 경우
> (i)과 마찬가지로 경우의 수는 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (iii) (i)과 (ii)가 동시에 일어나는 경우
> 1, 2, 3이 적힌 세 카드를 한 묶음으로 생각하고, 세 카드 중 1이 적힌 카드가 가운데에 위치하도록 5장의 카드를 나열하는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$이다.
> 3 2 1 3
> $2\times3!$ → 12
>
> 5장의 카드를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 $5!=120$이므로 (i), (ii), (iii)에 의해 구하는 경우의 수는 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

$120-48-48+12$

$120-84=36$

$36+48+12=96$

15. 주머니에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적힌 8개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적힌 수를 a, b, c $(a<b<c)$라 하자. $a+b+c$가 짝수일 때, a가 홀수일 확률은? [4점]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

① E 2개 O 1개

전체: ${}_4C_2 \times {}_4C_1 = 24$

a 홀수 [1 ${}_4C_2$ / 3 ${}_3C_2$ / 5 ${}_2C_2$ / 7] $6+3+1=10$

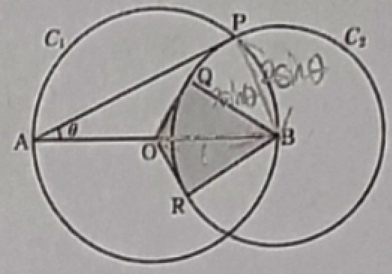
② E 3개

전체: ${}_4C_3$

a홀: –

$\therefore \frac{10}{24+4} = \frac{5}{7}$

16. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 C_1과 점 B를 중심으로 하고 원 C_1 위의 점 P를 지나는 원 C_2가 있다. 원 C_1의 중심 O에서 원 C_2에 그은 두 접선의 접점을 각각 Q, R라 하자. $\angle PAB=\theta$일 때, 사각형 ORBQ의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$) [4점]



① 2 ② $\sqrt{3}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$S(\theta) = 2\sin\theta \times \sqrt{1-4\sin\theta}$

13. 어느 도시의 시민 한 명이 1년 동안 병원을 이용한 횟수는 평균이 14, 표준편차가 3.2인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 시민 중에서 임의추출한 256명의 1년 동안 병원을 이용한 횟수의 표본평균이 13.7 이상이고 14.2 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.6826 ② 0.7745 ③ 0.8185 ④ 0.9104 ⑤ 0.9710

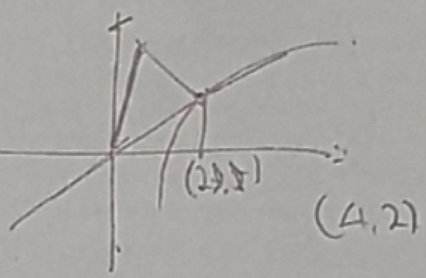
0.7745

14, 0.2

1.5 ?.?

14. 곡선 $y=\log_{\sqrt{2}}(x-a)$와 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 만나는 점 중 한 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=(\sqrt{2})^x+a$와 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 6일 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<4$이고, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



$0 \quad 2x \quad x \quad 0$
$0 \quad x \quad 2x \quad 0$

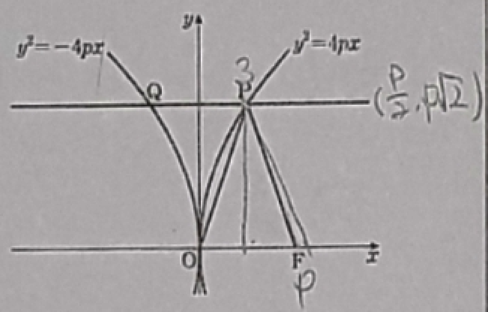
$\frac{1}{2} \times 3x^2 = 6$

$\therefore x^2 = 4 \quad x = 2$

$\therefore 2 = \log_{\sqrt{2}}(4-a)$

$2 = 4 - a$

11. 그림과 같이 점 F가 초점인 포물선 $y^2=4px$ 위의 점 P를 지나고 y축에 수직인 직선이 포물선 $y^2=-4px$와 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{OP}=\overline{PF}$이고 $\overline{PQ}=6$일 때, 선분 PF의 길이는? (단, O는 원점이고, p는 양수이다.) [3점]



① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$p=6$

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 $h(x)=(f\circ g)(x)$라 하자.

$$\lim_{x\to 1}\frac{g(x)+1}{x-1}=2,\quad \lim_{x\to 1}\frac{h(x)-2}{x-1}=12$$

일 때, $f(-1)+f'(-1)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$g(1)=-1$ $h'(1)=12$

$g'(1)=2$ $h(1)=2$

$f(g(1))=2 \to 6$

$f'(g(1))g'(1)=\cancel{12}$ 6

8. $0<\alpha<\beta<2\pi$ 이고 $\cos\alpha=\cos\beta=\frac{1}{3}$ 일 때, $\sin(\beta-\alpha)$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ ② $-\frac{4}{9}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

$-\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}$

9. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)>0$ 인 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_3^5 f(x)dx=36$ 일 때, 곡선 $y=f(2x+1)$ 과 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

$\int_1^2 f(2x+1)\,dx$ $dt=2dx$

$=\frac{1}{2}\times\int_3^5 f(x)$

10. 한 개의 주사위와 6개의 동전을 동시에 던질 때, 주사위를 던져서 나온 눈의 수와 6개의 동전 중 앞면이 나온 동전의 개수가 같을 확률은? [3점]

① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{19}{128}$ ③ $\frac{5}{32}$ ④ $\frac{21}{128}$ ⑤ $\frac{11}{64}$

$\frac{1}{6}\times\left(1-\frac{1}{2^6}\right)$

$\frac{1}{6}\times\frac{63}{64}$

5. 직선 $y=\frac{1}{2}x$가 쌍곡선 $\frac{x^2}{k}-\frac{y^2}{64}=1$의 한 점근선일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, k는 양수이다.) [3점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

$\frac{8}{\sqrt{k}}$

$\sqrt{k}=16.$

6. x에 대한 방정식

$$4^x - k\times 2^{x+1}+16=0$$

이 오직 하나의 실근 α를 가질 때, $k+\alpha$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$-2k$

$(2^x-4)^2.$ $k=4$

$2^x=4$ $\alpha=2$

7. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 (x, y)가

$$x=2t+\sin t, \quad y=1-\cos t$$

이다. 시각 $t=\frac{\pi}{3}$에서 점 P의 속력은? [3점]

① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

$2+\cos t$, $\sin t$

$\frac{5}{2}$. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\frac{25+3}{4}$

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(1,\ 2)$, $\vec{b}=(-2,\ 5)$에 대하여 벡터 $2\vec{a}-\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+8x)}{2x}$의 값은? [2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

3. 좌표공간의 세 점 $A(2,\ 6,\ -3)$, $B(-5,\ 7,\ 4)$, $C(3,\ -1,\ 5)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심이 $G(0,\ a,\ b)$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

18

4. 두 사건 A와 B가 서로 독립이고

$$P(A|B)=\frac{1}{3},\quad P(A\cap B^C)=\frac{1}{12}$$

일 때, $P(B)$의 값은? (단, B^C은 B의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{7}{12}$　④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{3}{4}$

$\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}$