EBS 수능완성 선별 191010 ver.

제작 : 김기대 T, 백승우 (파급효과)

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다. 정답은 맨 마지막 페이지에 있습니다.

2. 하지만 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다.
따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도) 가 2개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

중요도 관련 안내

※ 중요도와 문항의 절대적 난이도는 상관관계가 없습니다.
3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은 上등급,
4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

※ 선별 기준 및 별표 등급 안내
선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제이나 중요한 유형문제는 선별.

☆등급)
수능 연계 가능성은 낮지만 안풀고 시험에서 마주했을 시 당황스러울 만한 문제거나 교훈적인 문제
★등급)
수능 연계 가능성이 약간 있는 문항
★★등급)
적절한 변형을 가하면 충분히 수능 연계 가능성이 보이는 문항
★★★등급)
자체적으로 완성형인 문제. 수능 연계 가능성이 매우 높은 문항

또한, ★뒤에 붙은 ☆은 같은 등급 내에서 더 중요한 문제입니다

3. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서뒤틀림 등이 있을 수 있습니다.
정오사항을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (문법적인 오타도 수정 중 발견되고 있지만, 앞으로의 선별해야 할 문제들이 너무 많아 적당한 건 넘어갔다. 맏춥뻡이 아시운 부븐이 이써도 바주도록 하자.)

4. **수학[김기대]**와 **파급효과**가 각각 문과 반 이과 반씩 나눠 배포합니다. (모두 팔로우 해두면 되겠죠?)

5. 해설은 각 페이지의 문항코드를 활용하여 종이교재 혹은 EBS 홈페이지에서 볼 수 있습니다.

6. 문항을 제외한 *Comment에 대한 인용*은 저자 두 명 이외에 불허합니다.

문항 코드 : 9051-0265	중요도 : ★★

워드프로세서 프로그램을 이용하여 다섯 글자로 이루어진 제목 '가화만사성'을 입력하려고 한다. 이 워드프로세서 프로그램을 이용하여 한 글자당 5가지의 서로 다른 글꼴 중 하나와 4가지의 서로 다른 글자 크기 중 하나, 3가지의 서로 다른 글자색 중 하나를 선택하는 것을 반복하여 5개의 글자를 입력할 수 있다. 제목인 '가화만사성'을 입력하는 서로 다른 경우의 수는?

① ${}_{12}\Pi_5$

② ${}_{12}P_5$

③ ${}_{12}C_5$

④ ${}_{60}\Pi_5$

⑤ ${}_{60}P_5$

기대 Comment)

家和萬事成. 집이 화목해야 만사가 성공한단 뜻이다.
즉, 엄마한테 짜증 부리지 말자. 아빠한테도. 동생한테도. 수험생은 벼슬이 아니다!!!!
근데 생각해보면, 만사가 성공하면 집이 화목하긴 하다. 그럼 가화랑 만사성은 필요충분관곈가? 쓰—읍

파급 Comment)

딱 봐도 답이 나오는 걸 왜 선별했나 했더니 사자성어에 큰 의미가 담겨있었다. ㅋㅋ ~~사실 기대쌤이 사자성어 뜻 풀이 쓰시지 않았으면 무슨 뜻인지 몰랐다 ㅋㅋㅋ~~

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0274	**중요도** : ★☆

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수는?

(가) $f(1) < f(2)$
(나) $f(3) > f(4)$

① 100
② 200
③ 300
④ 400
⑤ 500

기대 Comment)

조합만으로도 함숫값을 결정할 수 있는 문제.
조합은 고르기만, 순열은 고르기와 나열을 같이 한다고 생각하면 된다.

파급 Comment)

조건 (가)를 통해 5가지 수 중 2가지를 뽑으면 $f(1), f(2)$가 자동으로 결정되고, 조건 (나)를 통해 5가지 수 중 2가지를 뽑으면 $f(1), f(2)$가 자동으로 결정됨을 알 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0280	**중요도 :** ★★

네 자연수 a, b, c, d에 대하여 $abcd = 1024$를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는?

① 280
② 282
③ 284
④ 286
⑤ 288

기대 Comment)

이미 수능에 나왔단 스타일. 업그레이드 버전은 기대모 Vol.2 4회에 있다. 그게 5배는 어려움

파급 Comment)

$2^{10} = 1024$ 쯤은 바로 알아보고 $2^{0} = 1$ 역시 자연수임을 꼭 마음속에 새기자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0283	**중요도** : ★★

다음 조건을 만족시키는 네 정수 x, y, z, w의 모든 순서쌍 (x, y, z, w)의 개수를 구하시오.

(가) $x+y+|z|+|w|=9$
(나) $x \geq 0$, $y \geq 1$

기대 Comment)

흔한 유형이다. 흔하지 않다면, 다른 컨텐츠 접고 기출 하자.

파급 Comment)

너무 좋은 문제다. $|z|=0$, $|z| \neq 0$, $|w|=0$, $|w| \neq 0$로 케이스 분류하자. $|z|=0$이라면 $z=0$ 밖에 안되지만 $|z|=a\,(a \neq 0)$이라면 z로 $\pm a$로 2가지 값이 가능하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0286	**중요도** : ★★

자연수 n에 대하여 $3n$명을 n명씩 3개의 조로 나누는 방법의 수를 a_n이라 하자. $\frac{a_{10}}{a_9}$의 값을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

기대 Comment)

일반화하는 습관도 좋지만, 항상 문제를 풀 땐 묻는 것을 집요하게 찾아라. 그럼 훨씬 쉬워질테니.

파급 Comment)

사실 난 그냥 a_n을 n에 관한 식으로 직접 표현할 거 같다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0292	중요도 : ★☆

$(x+1)+(x+1)^2+(x+1)^3+\cdots+(x+1)^{10}$의 전개식에서 x^2의 계수는?

① 150

② 155

③ 160

④ 165

⑤ 170

기대 Comment)

x^2이 나오는 메커니즘에 대해 생각해본 후 그를 조합식으로 나타내보자.

파급 Comment)

파스칼 삼각형과 하키스틱으로 유도할 수 있는 공식 두 개정도는 알고 가자.

${}_{k}C_{k}+{}_{k+1}C_{k}+\cdots+{}_{n}C_{k}={}_{n+1}C_{k+1}$이다.

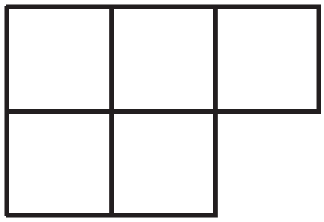
${}_{k}C_{0}+{}_{k+1}C_{1}+\cdots+{}_{k+n}C_{n}={}_{k+n+1}C_{n}$이다.

알고 있으면 편하다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 9을 참고해라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0296	중요도 : ★★

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 5개로 이루어진 도형이 있다. 각 정사각형에 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 4가지 색 중 하나를 임의로 칠하되 변을 공유하는 이웃한 정사각형은 서로 다른 색을 칠할 때, 노란색을 3번 칠할 확률은?



① $\frac{1}{140}$

② $\frac{1}{70}$

③ $\frac{3}{140}$

④ $\frac{1}{35}$

⑤ $\frac{1}{28}$

기대 Comment)

이웃한 면을 칠하는 문제가 나오면 항상 '제일 많이 이웃한 면'의 색을 결정하고 문제를 풀어줄 것.

파급 Comment)

'서로 영향을 주지 않는 영역'끼리 팀을 맺는다. 팀 내에서 팀원들이 각각 다른 색인지 같은 색인질 케이스 분류하면 쉽게 풀린다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 3 유사 유제 문제풀이 방식을 참고하면 된다. 유제 풀이는 공개자료이니 기출 파급러가 아니어도 찾아볼 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0301	중요도 : ★★☆

주머니에 1부터 5까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 구슬이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 구슬을 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 4번 반복할 때, k 번째에 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자를 a_k $(k=1,2,3,4)$라 하자.

$a_1 \le a_2 \le a_3 \le a_4$가 될 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

기대 Comment)

확인 후 다시 넣는지 안넣는지. 복원추출인지 비복원추출인지 잘 확인하도록 하자.
그리고 아직도 확률에 중복조합 쓰면 안된다고 우기는 흑우 없재?
심 지 어 같 포 순 도 써 도 된 다. 지 양 할 뿐 이 다.

파급 Comment)

${}_5\mathrm{H}_4$, ${}_4\mathrm{H}_5$ 둘 중 어떤 걸 써야 하는지 헷갈리면 안된다. 이 문제에서는 ‘서로 다른 5개의 숫자를 중복 허용하여 4개 뽑으면 되는 상황’이기에 ${}_5\mathrm{H}_4$이다. 무작정 암기보다는 ‘~개를 중복 허용하여 ~를 뽑는다’를 생각하자. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 3 참고해라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0305	**중요도 :** ★★

상자 속에 흰 공 3개, 빨간 공 4개, 검은 공 2개가 들어 있다. 이 상자에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 세 가지 색깔의 공이 모두 포함될 확률은?

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{7}$

④ $\frac{4}{7}$

⑤ $\frac{5}{7}$

기대 Comment)

확률에서의 모든 물체는 다 '다른 것'으로 보고 푸는 것은 이제 수험생이라면 기본 패시브가 되어야 한다.

파급 Comment)

기대쌤 comment에 전적으로 동의한다. 확률은 '빈도'를 나타내기에 각 공들을 다 다르게 취급해도 상관 없다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 5를 참고하자. 기출 파급러가 아니어도 이건 맛보기 파일로 전부 오르비에 올라와 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0306	**중요도** : ★★

주머니에 1부터 9까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 9장의 카드가 들어 있다. 이 주머니에서 한 장의 카드를 임의로 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 세 번 반복한다. 첫 번째, 두 번째, 세 번째 시행에서 카드에 적힌 수를 각각 a, b, c라 할 때, 다음과 같은 규칙으로 k의 값을 정한다.

(규칙 1) a, b, c가 모두 다르면 크기가 가장 작은 수를 k라 한다. (규칙 2) a, b, c 중에서 같은 수가 있으면 그 같은 수를 k라 한다.

$k=4$일 확률이 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

기대 Comment)

규칙 1, 2에 맞춰 케이스를 나누면 풀린다.

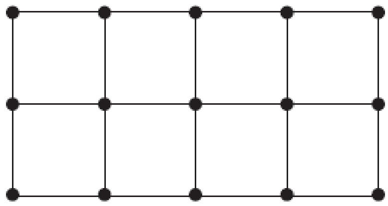
파급 Comment)

기대 쌤 말에 전적으로 동의한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0309	중요도 : ★★☆

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 8개가 서로 붙어 있는 도형이 있다. 정사각형들의 15개의 꼭짓점 중에서 임의로 서로 다른 2개의 점을 선택할 때, 선택한 두 점 사이의 거리가 무리수일 확률은?



① $\frac{1}{7}$

② $\frac{2}{7}$

③ $\frac{3}{7}$

④ $\frac{4}{7}$

⑤ $\frac{5}{7}$

기대 Comment)

이 문 제 정 말 개 추.

심플하니 적당히 어려운 좋은 문제이다. 잘 챙겨두자. 나오면 형한테 고마워하구.

파급 Comment)

이건 어쩔 수 없다. 그림 그려가며 선분의 길이로 가능한 후보들을 먼저 다 찾아야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0310	**중요도** : ★★

집합 $X=\{1,2,3,4\}$에서 집합 $Y=\left\{-\frac{1}{2},-1,0,1,2\right\}$로의 함수 f중에서 임의로 선택한 한 함수가 다음 조건을 만족시키는 함수일 확률은?

(가) $f(3)f(4)\neq -1$
(나) $|f(1)|\neq |f(4)|$

① $\frac{76}{125}$

② $\frac{77}{125}$

③ $\frac{78}{125}$

④ $\frac{79}{125}$

⑤ $\frac{16}{25}$

기대 Comment)

무난한 문제. 그래서 연계되기 좋은 문제.

파급 Comment)

$f(4)$를 기준으로 케이스 분류하면 깔끔하게 풀릴거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0312	**중요도** : ★★

두 사건 A, B에 대하여 $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{3}{5}$, $A \subset B$일 때, $P(A|B)$의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{2}{9}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{4}{9}$

⑤ $\frac{5}{9}$

기대 Comment)

해당 유형은 벤다이어그램을 그려서 하자.

파급 Comment)

사실 난 해당 문제 및 관련 문제 풀 때 벤다이어그램 그리는 것을 별로 좋아하지 않는다. 분명 평가원 4번 풀 때 벤다이어그램 그리다가 뇌절 온 경우 있을 거다. 너만 그런거 아니다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 1을 참고하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0318	**중요도** : ★☆

A, B 두 사람이 탁구 시합을 하는데 먼저 세 세트를 이긴 사람이 승리한다고 한다. A는 어떤 세트를 이겼을 때 그다음 세트도 이길 확률이 $\frac{2}{3}$이고, 어떤 세트를 졌을 때 그다음 세트도 질 확률이 $\frac{3}{4}$이다. 첫 세트에서 A가 이겼을 때, 이 시합에서 A가 승리할 확률은? (단, 각 세트에서 무승부는 없다.)

① $\frac{25}{48}$

② $\frac{9}{16}$

③ $\frac{29}{48}$

④ $\frac{31}{48}$

⑤ $\frac{11}{16}$

기대 Comment)

이 문제를 조건부확률로 생각할 것인가, 아니면 A가 첫 세트를 이긴 것 까지를 '단순 조건'으로 생각할 것인가를 잘 고려하자.

파급 Comment)

'첫 세트에서 A가 이겼을 때,' 의 '때,' 에 동그라미 치고 끊고 읽자. 이렇게 안 하면 조건부확률임을 간과할 수 있다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 5를 참고하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0320	**중요도** : ★★

표본공간 $S=\{x|1 \le x \le 16, x\text{는 자연수}\}$와 사건 $A=\{4,8,12,16\}$에 대하여 사건 A와 독립이고 $n(A\cap X)=3$인 사건 X의 개수를 구하시오.

기대 Comment)

옛날같으면 구닥다리 문제라구! 하면서 이즈리얼 한테나 줬을 문젠데, 요즘 평가원은 이런 문제도 서슴없이 낸다. 즉, 수학적인 내용만 잘 물어볼 수 있다면 외관과 속의미는 크게 생각않고 출제한다는 것.

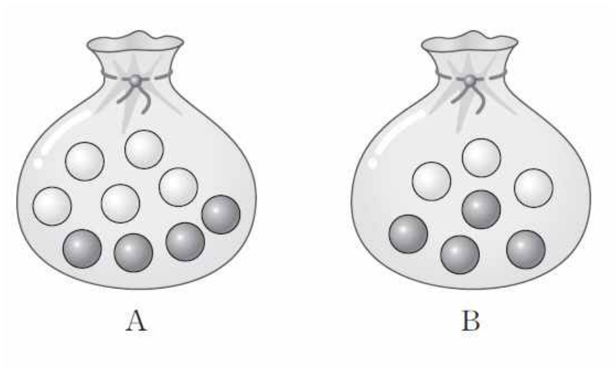
파급 Comment)

독립의 정의만 알면 잘 풀린다. 근데 이즈리얼은 무엇인가?

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0322	중요도 : ★★☆

주머니 A에는 흰색 탁구공 5개와 노란색 탁구공 4개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰색 탁구공 3개와 노란색 탁구공 4개가 들어있다. 갑은 주머니 A에서 임의로 3개의 탁구공을 동시에 꺼내고 을은 주머니 B에서 임의로 2개의 탁구공을 동시에 꺼내어 갑은 주머니 B에, 을은 주머니 A에 넣었다. 갑과 을이 꺼낸 탁구공 중에 모두 노란색 탁구공이 포함되어 두 주머니 A, B에 들어 있는 흰색 탁구공과 노란색 탁구공이 각각 4개씩일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)



기대 Comment)

이 문제도 연계되기 좋은 문항. 적절한 어려움과 적절한 발문이 조화를 잘 이룬다.

파급 Comment)

같은 색 공들이어도 확률 구하는 거니 다 다르게 취급 가능하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0330	중요도 : ★★

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	1

$P(X \geq 1)=\frac{5}{8}$이고 $E(X)=\frac{3}{4}$일 때, $V(X)$의 값은?

① $\frac{3}{16}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{5}{16}$

④ $\frac{3}{8}$

⑤ $\frac{7}{16}$

기대 Comment)

이산확률변수에서의 $\mathrm{P}(X \geq 1)$ 따위의 표현을 낯설어하지 말자는 의미로 넣어놓았다.

파급 Comment)

이산확률분포표는 완성해야지!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0336	**중요도** : ★★

확률변수 X의 확률질량함수가 $P(X=x)={}_{36}C_x\left(\frac{1}{6}\right)^x\left(\frac{5}{6}\right)^{36-x}$ $(x=0,1,2,\cdots,36)$일 때, $\sum_{k=0}^{36}(k^2+3k)P(X=k)$의 값은?

① 47
② 50
③ 53
④ 56
⑤ 59

기대 Comment)

확률질량함수만을 갖고 확률변수 X가 이항분포를 따름을 알아챌 수 있어야 한다.
수특에선 확률부분을 a로 가려놓은 문제도 있었는데, ㄱ나니?

파급 Comment)

확률변수 X가 이항분포 $B(36,\frac{1}{6})$임을 알아보면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0348	**중요도 :** ★☆

어느 전자제품 대리점에 전시된 무선청소기 중 75%는 A 회사의 제품이라고 한다. 이 대리점에서 임의로 선택한 무선청소기가 432대이었을 때, A 회사의 무선청소기가 315대 이상 선택될 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915
② 0.7745
③ 0.8413
④ 0.9332
⑤ 0.9772

기대 Comment)

이항분포는 n이 크면 정규분포로 근사된다는 성질을 이용한 것인데, 수능에 나오긴 힘들다.
I) n이 얼마나 커야 '크다.'라고 할 수 있는지에 대한 기준을 '명확히'배우지는 않는다.
ii) 말그대로 근사값이어서, 실제 정답과 오차가 약간 있으므로 '오답이의제기'가 나올 수 있다.
즉, 이런 리스크를 않고 출제할만큼 위대한 주제는 아니기 때문에 '적당히만 봐두자.'

파급 Comment)

표본비율 문제는 이항분포로 바꾸어 푸는 게 훨씬 편하다. A 회사의 제품의 개수를 확률변수 X로 두자. X는 이항분포 $B(432, \frac{3}{4})$를 따르고 이는 정규분포 $N(324, 9^2)$를 따른다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 8을 참고해라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0350	중요도 : ★☆

어느 모집단의 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	3	5	7	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{a}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{a}{10}$	1

이 모집단에서 임의추출한 크기가 145인 표본의 표본평균 $\overline{X}$에 대하여 $V(\overline{X})$의 값은?

① $\frac{1}{25}$

② $\frac{2}{25}$

③ $\frac{3}{25}$

④ $\frac{4}{25}$

⑤ $\frac{1}{5}$

기대 Comment)

이건 아니다. 이건 쌉중요다. X의 분포가 정규분포일 때랑 정규분포가 아닐 때, $\overline{X}$의 분포가 어떻게 됐는지 잘 기억해보자.

파급 Comment)

설마 표본 145를 직접 뽑아가며 확률분포표를 완성할 생각은 안 하겠지? $V(\overline{X})=\dfrac{V(X)}{n}$를 이용하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0357	**중요도 :** ★★

모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 임의추출한 크기가 n인 표본의 표본평균이 $\overline{x}$이고, 이를 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\overline{x}-c \le m \le \overline{x}+c$이다. 이 모집단에서 임의추출한 크기가 400인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하면 $P\left(\overline{X} \le m-\frac{1}{2}c\right)=0.0071$이다. 자연수 n의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.22	0.3888
1.96	0.4750
2.45	0.4929
2.58	0.4951

기대 Comment)

이 문제는 평가원 문제와 다르게 ‘모평균, 모표준편차, 표본평균’ 등의 통계용어들이 적나라하게 등장한다. 본 문제를 이용하여 본인이 통계용어에 대해 잘 알고 있는지 확인해보자.

파급 Comment)

신뢰구간 공식만 잘 기억한다면 별 무리 없이 풀 수 있을 거다. 수능 전에 까먹지 말고 한 번 복습하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0358	중요도 : ★★

우리나라 승용차 운전자 중 25%가 A 보험회사의 자동차보험에 가입하였다고 한다. 우리나라 승용차 운전자 중에서 임의로 추출한 300명을 대상으로 조사한 표본의 A 보험회사의 자동차보험 가입 비율을 $\hat{p}$이라 하자. $P(\hat{p} \geq 0.2)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.8413
② 0.9270
③ 0.9332
④ 0.9772
⑤ 0.9938

기대 Comment)

모비율로 풀지, 이항분포로 풀지는 본인의 선택.

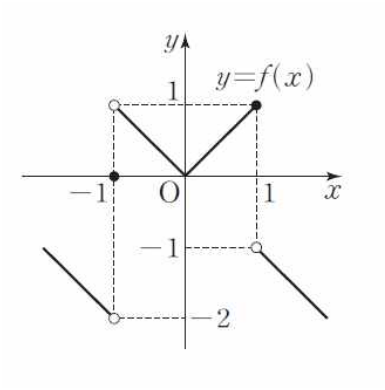
파급 Comment)

표본비율 문제는 이항분포로 바꾸어 푸는 게 훨씬 편하다. A 보험 가입자 수를 확률변수 X로 두자. X는 이항분포 $B(300, \frac{1}{4})$를 따르고 이는 정규분포 $N(75, (\frac{15}{2})^2)$를 따른다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 8을 참고해라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0366	**중요도** : ★☆

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-}\{f(x)f(-x)\}-\lim_{x\to 1-}f(x)$의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

기대 Comment)

이제 완성편으로 넘어왔나보다. 수완 완성편 실모 1회차는, 킬러만 손보면 기대모와 견줄만큼 좋은 퀄리티를 갖고 있다. 1회만큼은 시간을 재고 전 문항을 풀어보는게 어떨까?
는 안하겠지뭐. 많이 선별해뒀으니 여기 있는 문제라도 푸셔요 ^^7

파급 Comment)

$\lim_{x\to -1-}f(-x)$를 어떻게 처리하는 지가 관건이다. $\lim_{x\to -1-}f(-x)=\lim_{t\to 1+}f(t)$이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0370	**중요도** : ★★

실수 x에 대한 두 조건

$p : |x+1| < k$
$q : |x-2| \le 5$

에 대하여 $\sim p$가 $\sim q$이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 k의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

기대 Comment)

낫 놓고 ㄱ자 모른다는 속담을 아는가?

그렇다. 낫 p, 낫 q처럼 낫이 있으면 문제를 풀기 힘들다. 대우를 생각해보는 센스, 어떨까?

여기서 복습. 대우는 어디 문제가 좋다고? 기대모 Vol.1 1회 17번, 28번 이라고 했어~

파급 Comment)

대우를 생각하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0373	**중요도 :** ★★☆

$\lim_{x\to1}\frac{x^2+bx+a}{x^2+ax+b}=-4$일 때, $b-a$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

기대 Comment)

아 진짜 이 문제는 형이 할 말이 많다. 듣고 싶으면 대치동 직접 와 진짜. 극한을 제대로 배운 친구들과 그렇지 않은 친구들을 명확히 나눌 수 있는 아주 좋은 문항. 물론 이 문항의 자체 난이도는 낮지만, 이미 평가원은 이 소재로 출제를 많이 했었다. 물론 기대모도. (cf. 기대모 Vol.1 1회 30번)

파급 Comment)

그냥 단순히 분모 분자에 $x=1$ 대입하면 $\lim_{x\to1}\frac{x^2+bx+a}{x^2+ax+b}=1$거 같은데 아니다. 어디서 모순점이 발생했을까? 바로 $1+a+b=0$일 것이다. $\frac{0}{0}$ 꼴 역시 0이 아닌 상수로 수렴할 가능성이 존재한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0376	중요도 : ★★☆

그림과 같이 곡선 좌석번호가 지정된 10개의 좌석에 학생 A, B를 포함한 10명의 학생이 한 좌석에 한 명씩 임의로 앉으려고 한다. A와 B가 앉은 좌석의 좌석번호의 차가 3 이상 10 이하일 확률은?

11	12	13	14
21			24
31	32	33	34

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{11}{45}$

③ $\frac{13}{45}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{17}{45}$

기대 Comment)

이 문제도 느낌이 썩 있다. 케이스를 잘 나눠볼 것.

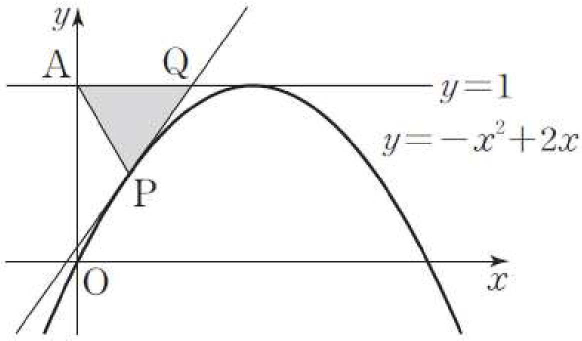
파급 Comment)

A, B부터 앉히면 구하기 쉬울 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0377	중요도 : ★★

그림과 같이 실수 $t\,(0<t<1)$에 대하여 함수 $f(x)=-x^2+2x$의 그래프 위의 점 $P(t,\,f(t))$에서의 접선과 직선 $y=1$이 만나는 점을 Q라 하자. 점 $A(0,\,1)$에 대하여 삼각형 APQ의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim\limits_{t\to 1-}\dfrac{S(t)}{(t-1)^2}$의 값은?



① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{5}{12}$

⑤ $\frac{1}{2}$

기대 Comment)

t의 범위에 따라 $S(t)$를 잘 표현해볼 것.

파급 Comment)

점 A, 점 P, 점 Q 좌표만 잡으면 쉽게 $S(t)$를 구할 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0378	중요도 : ★★★

다음 조건을 만족시키는 집합 $X=\{x|x\text{는 }10\text{ 이하의 자연수}\}$의 부분집합 A의 개수는? (단, 집합 A는 공집합이 아니고, $A=\{a\}$인 경우 모든 원소의 합과 곱은 각각 a이다.)

> (가) A의 모든 원소의 합은 홀수이다.
> (나) A의 모든 원소의 곱은 8의 배수가 아니다.

① 112
② 128
③ 144
④ 160
⑤ 176

기대 Comment)

별표 세 개로 부족하니까 본인이 30개만 더 하도록 하자. 문제의 (괄호) 부분의 '새로운 곱의 정의' 만 빼고는 거의 완벽한 상황적 숫자조합을 이뤄낸 문제다. 풀어보면 안다. 정말 잘냈다.
그렇게 안느껴졌다면 본인이 이상한 방법으로 푼 거다.

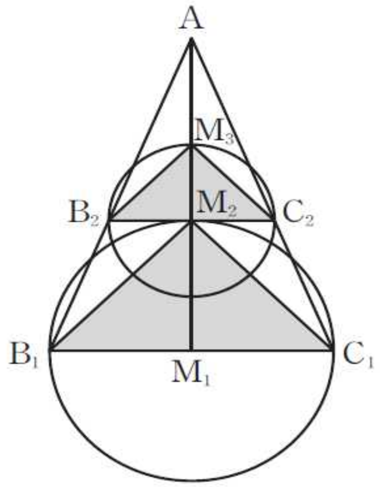
파급 Comment)

1부터 10까지의 숫자를 홀수, 짝수로 먼저 나누어 생각하자. 짝수의 경우 인수로 2를 몇 개나 지니고 있는지를 확인하는 것도 중요하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0379	**중요도 :** ★★☆

그림과 같이 $\overline{AB_1}=\overline{AC_1}=13$, $\overline{B_1C_1}=10$인 삼각형 AB_1C_1에서 선분 B_1C_1의 중점을 M_1이라 하자. 중심이 점 M_1이고 반지름이 $\overline{B_1M_1}$인 원을 그려 선분 AM_1과 만나는 점을 M_2라 하고 삼각형 $B_1C_1M_2$를 만든다. 또 점 M_2를 지나고 선분 B_1C_1에 평행인 직선을 그어 두 선분 AB_1, AC_1과 만나는 점을 각각 B_2, C_2라 하자. 중심이 점 M_2이고 반지름이 $\overline{B_2M_2}$인 원을 그려 선분 AM_2와 만나는 점을 M_3이라 하고 삼각형 $B_2C_2M_3$을 만든다. 이와 같은 방법으로 계속하여 n번째 만든 삼각형 $B_nC_nM_{n+1}$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{560}{19}$

② $\frac{600}{19}$

③ $\frac{640}{19}$

④ $\frac{680}{19}$

⑤ $\frac{720}{19}$

기대 Comment)

무난한 등비급수도형문제이다.

파급 Comment)

초항 잘 찾고 닮음비로 등비를 잘 찾아라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0381	중요도 : ★★☆

이차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 두 함수 $F(x), G(x)$는

$$F(x)=\begin{cases} f(x)+g(x) & (x<0) \\ -f(x)+g(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$G(x)=\begin{cases} f(x)+g(x) & (x<1) \\ f(x)-g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x), g(x), F(x), G(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2)=4, g(2)=5$

(나) $F(x)$와 $G(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(-x)=f(x)$

ㄴ. $F(1)+G(0)=2$

ㄷ. $\int_{-2}^{1}|F(x)-G(x)|\,dx=\frac{2}{3}$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

이 문제는 똥 싸다가 동 만 싸고온 느낌이다. 좀 더 잘 만들 수 있었을 텐데 란 느낌이 강한 문제랄까. 평가원은 이런 문제 변형하는 습성이 있다. (ex. 올해 6평 나형 29번, 연계문항 수특 확통) 이런 문제를 집중 공략해보자.

파급 Comment)

이 문제는 미분가능성을 따질 때 그래프 개형을 그리는 편보다 수식적으로 따지는 편이 편하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0382	**중요도 :** ★★☆

$1 \leq x \leq 3$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}1 & (1 \leq x < 2) \\ x-1 & (2 \leq x \leq 3)\end{cases}$$

이 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)=f(x)-tx\,(1 \leq x \leq 3)$의 최댓값과 최솟값의 차를 $h(t)$라 할 때, 함수 $h(t)$는 $t=\alpha$에 최솟값 m을 갖는다. $\alpha+m$의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{2}$

기대 Comment)

형이 말했지. 1회에서 아쉬운건 킬러밖에 없었다고.

이 문제도 역시 만들다 말은 문제의 느낌이다. 풀어보면, 미적분적인 요소가 너무 없는 문제.

디벨롭하면 괴물이 될 것 같은 아이라서 선별해두었다.

파급 Comment)

$g(x)=f(x)-tx\,(1 \leq x \leq 3)$에서 변수는 x이고 t는 상수이다. 하지만 $h(t)$에서 t는 '변수'이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0386	**중요도** : ★★☆

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n = -n^2 + 7n$
이다. $a_l = 2 - a_m$을 만족시키는 두 수 $l, m\,(l < m)$에 대하여 lm의 최솟값을 구하시오.

기대 Comment)

이 문제도 푸는 사람에 따라 평이 다를 문제.

파급 Comment)

일반항 a_n 구한 후에 $a_l = 2 - a_m$을 l, m에 관하여 깔끔히 정리한 후 가능한 l, m을 모두 구해보자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0389	중요도 : ★★

연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$이다.
(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=1$에 대하여 대칭이다.

$\int_0^1 f(x)dx=12$일 때, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{4(4k+3n)}{n^2}f\left(-2+\frac{4k}{n}\right)$의 값을 구하시오.

기대 Comment)

정적분의 정의, 9평 때 당했다. 앞으론 당하지 말자. 리미트시그마를 정적분으로 바꾸는 여러 관점에 대해 잘 공부해두자. 물론 올해가 마지막이라 수능에선 안나올 가능성이 좀 더 높긴 하지만 9평의 안 좋은 추억은 우리를 공부하게 만든다.

파급 Comment)

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{4(4k+3n)}{n^2}f\left(-2+\frac{4k}{n}\right)$의 $\frac{4(4k+3n)}{n^2}$을 $\frac{1}{n}\times\frac{4(4k+3n)}{n}$로 바꿔주면 끝! dx를 담당할 $\frac{4}{n}$도 있고 x를 담당할 $-2+\frac{4k}{n}$도 있네!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0390	중요도 : ★★☆

삼차함수 $f(x)=2x^3-3ax^2+2a^2+a$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. $g(1)<g(2)<g(3)$이 성립하도록 하는 양수 a의 값을 구하시오.

기대 Comment)

이것도 너무 아쉽다. 좀 더 잘 만들 수 있을 것 같다. 뭔가 9평 30번의 일부분 하고도 느낌이 비슷하단 말이죵. 소재로 쓰이기 좋은 문제.

파급 Comment)

a에 따라 바뀌는 $f'(x)$ 그래프로부터 $f(x)$ 그래프 개형을 관찰하고 조건에 맞는 그래프 개형을 차아내면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0391	**중요도** : ★★☆

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\int_{0}^{x}(x-t)f(t)dt$

라 하자. 다항식 $2g(x)+9$가 $(x-3)^2$으로 나누어떨어질 때, $10\times f(6)$의 값을 구하시오.

기대 Comment)

무난한 킬러. 수능이었으면 29번 정도에 나오지 않았을까.

파급 Comment)

무난하다. $g(x)$ 옆으 적분 식에서 x 분리시킨 후에 양변을 x에 대해 미분하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0401	**중요도** : ★★

등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{12}의 값은?

(가) $a_3 = -5$
(나) $\lvert a_2 + a_5 - 1 \rvert = a_{10}$

① 11
② 12
③ 13
④ 14
⑤ 15

기대 Comment)

평가원은 구조적인 문제를 좋아한다. (등차중항, 등비중항 따위를 쓰는)
그런데 가끔은 안그런다. 이 문제가 그렇다. 그럴 경우엔 정말 잘 계산하는 수 밖에 없다.
연습용으로 채택 완료!

파급 Comment)

등차를 문자로 두고 풀면 쉽게 풀릴 거다. 조건 (나)에서 절댓값 벗길 때 둘 중 한 경우는 분명 모순이 발생하겠지.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0405	중요도 : ★☆

여학생 15명과 남학생 15명을 대상으로 사형제도에 대한 찬반투표를 한 결과 10명의 학생이 찬성하였고, 20명의 학생이 반대하였다. 찬반투표에 참여한 30명의 학생 중 임의로 선택한 1명이 남학생일 때 이 학생이 사형제도에 찬성한 학생일 확률을 p_1, 찬반투표에 참여한 30명의 학생 중 임의로 선택한 1명이 사형제도에 찬성한 학생일 때 이 학생이 여학생일 확률을 p_2라 하자. $p_1+p_2=\frac{9}{10}$일 때, 찬반투표에 참여한 30명의 학생 중 사형제도에 반대한 남학생의 수는?

① 8
② 9
③ 10
④ 11
⑤ 12

기대 Comment)

구체적 인원이 나와있는 문제들은 2 by 2 표를 그려서 풀어주자.

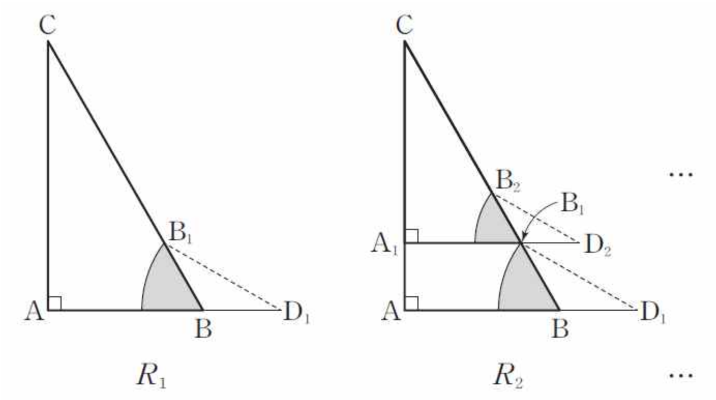
파급 Comment)

표를 그려 풀면 된다. 아니 근데 뭔 예시를 사형 제도로 들어 무섭게.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0410	중요도 : ★★

그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=2\sqrt{3}$인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점을 D_1, $\overline{BD_1}=\overline{BB_1}$을 만족시키는 선분 BC 위의 점을 B_1이라 하고 반지름의 길이가 $\overline{B_1D_1}$이고 중심이 D_1인 원과 직각삼각형 ABC가 겹치는 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 점 B_1을 지나고 변 AB에 평행한 직선이 변 AC와 만나는 점을 A_1이라 하자. 직각삼각형 A_1B_1C에서 선분 A_1B_1을 $3:1$로 외분하는 점을 D_2, $\overline{B_1D_2}=\overline{B_1B_2}$를 만족시키는 선분 $\overline{B_1C}$ 위의 점을 B_2라 하고 반지름의 길이가 $\overline{B_2D_2}$이고 중심이 D_2인 원과 직각삼각형 A_1B_1C가 겹치는 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은?



① $\frac{3(\pi-\sqrt{3})}{7}$ ② $\frac{4(\pi-\sqrt{3})}{7}$ ③ $\frac{2(2\pi-\sqrt{3})}{7}$ ④ $\frac{2\pi-\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{4(2\pi-\sqrt{3})}{9}$

기대 Comment)

연계느낌 나는 문제. 계산도 적당하고 도형생성과정도 깔끔하다. 별표별표

파급 Comment)

문과도 중3 때 특수각을 배웠으니 이를 적극 활용하자. 초항 구하고 닮음비로 공비 구하면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0411	**중요도** : ★☆

삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ f(-x) & (x < 0) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 함수 $g(x)$는 최댓값을 갖는다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(1) < f(-1)$
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $g(x) \leq g(0)$이면 함수 $g(x)$는 극솟값을 갖는다.
ㄷ. 방정식 $f'(x)=0$의 모든 실근의 합이 양수이면 방정식 $g(x)=g(0)$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

이 문제도 할 말 많다. 합성함수 미분법을 알고 있는 문괴(~~문과수학괴물~~)들은 $f(-x)$를 미분할 수 있겠지만, 평범한 문과친구들은 못한다.
그럼 어떡한다? $f(x)$ 삼차함수잖아. 잠깐만 ax^3+bx^2+cx+d로 둬보는거지 뭐.

파급 Comment)

$f(-x)$는 $f(x)$'를' $x=0$에 대해 대칭시킨 식이다. 삼차함수 그래프 개형을 그려보자. 조건 (가)가 가능하려면 $f(x)$는 x^2을 인수로 지녀야 한다. 또한 조건 (나)를 통해 $f(x)$의 최고차항 계수가 음수임을 알 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0412	중요도 : ★★

두 자연수 p, q에 대하여 함수 $f(x)=4x^3-px^2+2qx$와 $g(n)=\int_0^{2^{n-1}} f(x)dx-2^{n+2}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)>8$
(나) 함수 $f(x)$는 극값을 갖는다.
(다) $g(1), g(2), g(3)$은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$p+q$값이 최대일 때의 함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 값은?

① 16
② 17
③ 18
④ 19
⑤ 20

기대 Comment)

외형에 쫄지 말 것. 차근차근 하다보면 쉽게 할 수 있다.

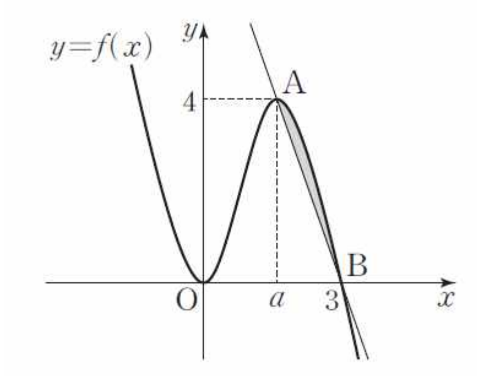
파급 Comment)

$g(n)$에서 n에 대해 함부로 미분하려 하면 안 된다. n은 '자연수'만 커버한다. 근데 문과는 지수함수 미분 안 배우지 아ㅋㅋ

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0417	**중요도** : ★☆

최고차항의 계수가 음수인 삼차함수 $f(x)$가 $f'(0)=0$, $f(0)=0$, $f(3)=0$을 만족시키고 $x=a$에서 극댓값 4를 갖는다. 닫힌구간 $[a,3]$에서 두 점 $A(a,4)$, $B(3,0)$을 지나는 직선과 곡선 $y=f(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 할 때, $40S$의 값을 구하시오.



기대 Comment)

여기서도 2:1 비율관계 쓰면 a 댕꿀띠 인지용?

파급 Comment)

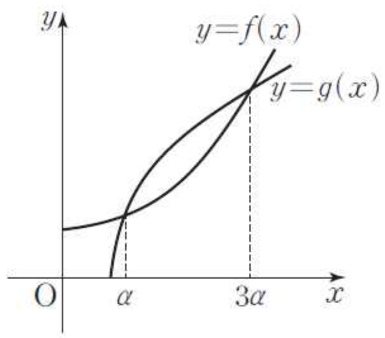
삼차함수 비율 관계를 쓰면 편하다. $a=2$인게 바로 나온다. 이과는 이를 몰라도 딱히 어렵게 풀리는 문제가 안 나오는데 문과는 진짜 비율관계 아는게 많이 편하겠다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0420	**중요도** : ★★

그림과 같이 함수 $f(x)=ax^2+b\ (x\geq 0)$의 그래프와 그 역함수 $y=g(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점 $(\alpha, f(\alpha))$, $(3\alpha, f(3\alpha))$에서 만난다.

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{2\alpha}{n}\left\{g\left(\alpha+\frac{2\alpha k}{n}\right)-\left(\alpha+\frac{2\alpha k}{n}\right)\right\}=\frac{1}{12}$일 때, $16\times f\ (3)$의 값을 구하시오. (단, $a>0$, $b>0$)



기대 Comment)

올해, 여러분의 시험장을 강타할 블록버스터버스커! 역함수 적분이다. 치환적분을 안배우기 때문에 역함수 나오면 적분 못한다고 봐야한다. 하지만 일부 역함수 정적분은 구할 수 있는데, 그래프의 대칭성을 이용해서 구할 수 있다. 이와 관련된 문제가 상당히 수완에 많으므로 잘 연습해둘 것.
참고로 지금 기준 30 page 전부터 코멘트에서 약간 마약냄새가 날 수 있다. 이해 바란다. 졸려.

파급 Comment)

$y=x$ 그려주고 구분구적법 식에서 $\frac{2\alpha}{n}=dx, \alpha+\frac{2\alpha k}{n}=x$로 두면 편할 거다. 적분 식이 만들어지면 해당 부분 넓이를 잘 색칠해주자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0421	**중요도** : ★★

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(10)=0, f'(10)>0$ (나) 함수 $f(x)$는 음수인 극솟값을 갖는다. (다) x에 대한 방정식 $\lvert f(x)\rvert=t$의 서로 다른 실근의 개수가 4인 t의 값의 범위는 $0<t<4$이다.

실수 k에 대하여 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} x-k & (x \geq k) \\ -x+k-1 & (x<k) \end{cases}$$

일 때, 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 합을 구하시오.

기대 Comment)

전통의 강호 '삼차함수 개형유추' 문제이다.
이젠 여러분들 잘 해야지?

파급 Comment)

조건에 맞는 삼차함수 그래프 개형을 그려낸 후에 연속의 정의를 활용하면 아름답게 마무리 지을 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0433	중요도 : ★☆

함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$x(x-1)f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

를 만족시킨다. $\lim_{x\to 1}f(x)=4$일 때, $2ab+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.)

① -12
② -10
③ -8
④ -6
⑤ -4

기대 Comment)

$x(x-1)$나눌 때 그냥 나눴는지, $x\neq 0, 1$을 적고 나눴는지 자가진단해볼 것.
전자의 친구들은 준킬러에서 저거 안써서 이상한 길로 빠질 가능성이 매우 높다. 주의주의주의.

파급 Comment)

기대 쌤 말에 전적으로 동의한다. 이외에도 예를 들어 $x(x-1)f(x)=x(x-1)(x-3)$ 같은 상황이 있다면 생각 없이 양변에 $x(x-1)$을 날려버리지 않았으면 좋겠다. $x(x-1)(f(x)-x+3)=0$으로 하는 것이 훨씬 안전하다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0436	**중요도** : ★★

등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{100} a_k = 2000$

(나) $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1} = 800$

a_{51}의 값은?

① 12

② 16

③ 20

④ 24

⑤ 28

기대 Comment)

위의 시그마는 100개, 아래 시그마는 50개. 개수는 절반.

위의 시그마 안에는 공차가 d, 아래 시그마 안에는 공차가 2d. 즉 공차가 두 배.

이건 결코 우연이 아니다. 구조를 잘 파악하자.

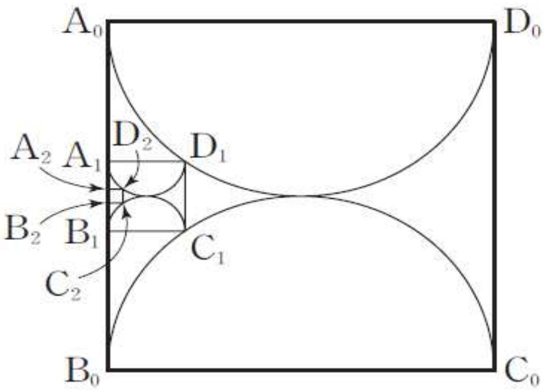
파급 Comment)

조건 (가)에서 $a_1 + a_{100} = 40$ 얻어내고 조건 (나)에서 $a_1 + a_{99} = 32$ 를 얻는다면 공차 구하기 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0437	중요도 : ★☆

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 $A_0B_0C_0D_0$ 내부에 두 선분 A_0D_0, B_0C_0을 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 호 A_0D_0 위에 D_0이 아닌 점 D_1, 호 B_0C_0 위에 C_0이 아닌 점 C_1과 선분 A_0B_0 위의 두 점 A_1, B_1을 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$을 그린다. 같은 방법으로 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 내부에 두 선분 A_1D_1, B_1C_1을 각각 지름으로 하는 두 반원을 그리고, 호 A_1D_1 위에 D_1이 아닌 점 D_2, 호 B_1C_1 위에 C_1이 아닌 점 C_2와 선분 A_1B_1 위의 두 점 A_2, B_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{1}{48}$

② $\frac{1}{24}$

③ $\frac{1}{16}$

④ $\frac{1}{12}$

⑤ $\frac{5}{48}$

기대 Comment)

이 도형은 이제 너무 많이 나와서 3:4:5 비율이 눈 감고도 보인다. (엄청난 비문이다. 리신도 아니고.) 안익숙하다면 아직 안고인거다. 얼른 고이기 전에 입시판을 탈출하자.

파급 Comment)

원의 중심은 꼭 찍고 시작하라. 이후에는 초항 구하고 닮음비로 등비 구하면 끝!

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0439	**중요도** : ★☆

임의로 서로 다른 4개의 한 자리의 자연서 a_1, a_2, a_3, a_4를 일렬로 나열한 것 중에서 하나를 선택할 때, 다음 4가지 조건 (ㄱ)~(ㄹ) 중에서 만족시키는 것의 개수를 확률변수 X라 하자. 다음은 $E(X)$를 구하는 과정이다.

(ㄱ) a_1은 첫 번째에 위치한다.
(ㄴ) a_2는 두 번째에 위치한다.
(ㄷ) a_3은 세 번째에 위치한다.
(ㄹ) a_4는 네 번째에 위치한다.

a_1, a_2, a_3, a_4를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수는 $4! = 24$
$X = 4$인 경우는 1가지뿐이므로
$P(X = 4) = \frac{1}{24}$
$X = 3$인 경우는 일어나지 않으므로
$P(X = 3) = 0$
$X = 2$일 때는 조건 중에서 2개만 만족시키므로
$P(X = 2) = \boxed{(가)}$
$X = 1$일 때는 조건 중에서 1개만 만족시키므로
$P(X = 1) = \boxed{(나)}$
그러므로 $P(X = 0) = \boxed{(다)}$이다.
따라서 $E(X) = \sum_{k=0}^{4} kP(X = k) = \boxed{(라)}$이다.

위의 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각 a, b, c, d라 할 때, $32abcd$의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

기대 Comment)
너무 대충 만들었다. 그래서 평가원이 손보고 싶을 수 도 있을 것 같아서 넣어놓았다.

파급 Comment)
문제 상황이 딱 ‘교란순열’이다. 이런 용어는 몰라도 되고 경우의 수를 잘 세면 된다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 9을 본다면 대처법을 보다 디테일하게 알 수 있을 것이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0441	**중요도** : ★★

최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x=-2$에서 극솟값을 갖는다.
(나) $f'(-2)=f'(2)$
(다) 방정식 $f(x)=f(2)$의 서로 다른 실근의 개수는 짝수이다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. 구간 $(-\infty, -2)$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)<0$이다.
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=f(x)$가 성립한다.
ㄷ. $a \geq -2$인 임의의 실수 a에 대하여 열린 구간 $(a, a+3)$에 속하는 어떤 실수 x가 존재하여 $f'(x)>0$이다.

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

정말 좋은 문제고 ㄷ이 정말 명품이다. 9평 21번처럼, 이제 문과도 더 이상 해석학에 자유로운 신분들이 아니다.
평균값정리, 사잇값정리, 귀류법 모두 잘 할 수 있어야 겠다.

파급 Comment)

평균값정리, 사잇값정리, 귀류법을 이용하는 문제이다. 이과는 이런 문제가 기출이든 ebs에든 잘 안 보이는데 유독 문과 기출에는 자주 보이는 형태이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0442	**중요도 :** ★★☆

수열 $\{a_n\}$이

$$a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}}$$

일 때, 구간 $[0, 2)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여

$$f(x) = (-2)^{n-1}\left(x - \frac{a_n + a_{n+1}}{2}\right)\ (a_n \le x \le a_{n+1})$$

이다. t에 대한 방정식 $\int_0^t f(x)dx = p$의 서로 다른 실근의 개수가 11이 되도록 하는 모든 상수 p의 값의 합은?

① $-\frac{1}{2^{12}}$

② $\frac{1}{2^{13}}$

③ $-\frac{1}{2^{14}}$

④ $\frac{1}{2^{15}}$

⑤ $-\frac{1}{2^{16}}$

기대 Comment)

이과킬러 변형문제다. 이과기출에 비해 상황은 훨씬 심플해졌지만, 여전히 어렵다.
옆에 이과 친구가 있으면.. 어깨를 토닥여주자.. 힘든거 하는 친구들이다..

파급 Comment)

$f(x)$ 그래프 개형을 그리자. 이로부터 $F(t) = \int_0^t f(x)dx$의 그래프 개형을 그려내자. 이러면 게임 끝이다. 새로운 함수 $F(t)$를 잡아내는 것도 연습이 필요하다. 이거 가형 18학년도 9평 21번인데 난 풀어서 맞추었다. 왜냐면 가형 16학년도 9평 21번 변형 문제였기 때문이다. 다만, 변형의 강도가 빡셌다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0448	**중요도** : ★★☆

전체집합 $U=\{1,2,3,\cdots,10\}$의 부분집합 X의 모든 원소의 합을 $S(X)$라 하자. 집합 U의 부분집합 A와 B_k가

$A=\{2,3,7,8,9,10\}$,

$B_k=\{x|3\le x\le k\}$ $(k=3,4,5,\cdots,10)$

일 때, $n(A\cap B_k)\le 4$, $S(A\cup B_k)\ge 40$ 을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오.

기대 Comment)

약간 문제가 n제틱하지만, 에너제틱한 여러분들의 수능점수를 위해 보험용으로 넣어두었다.

형 라임 쩐다고? 비트 주세요.

제목: 송하예) 얼굴은 하예 ♬ 고음은 하이 예. 이상. 목걸이 주세요.

파급 Comment)

k에 숫자 몇 개 대입해가며 규칙 관찰하다 보면 답이 쉽게 나올 것 같다.

정리, 요약) 이번 문제만 내가 쓴다. 김기대, 정상이 아닌 듯 하다. 새벽 3시가 이렇게 위험합니다.

문항 코드 : 9051-0450	**중요도** : ★★

함수 $f(x)=3x^2-x-2$와 양수 a에 대하여

$$\int_a^{a+1}|f(x)|dx$$

가 최소가 되도록 하는 a의 값은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

기대 Comment)

이 문제도 좋다. 최소가 되는 상황이 과연 양쪽 끝 점의 높이가 같을 때라고 확신할 수 있을지에 대해 고민해보면 좋을 것. (관련 기출문제도 있죠. 구간 나뉜 함수 주고 $\int_a^{a+4}f(x)dx$의 최대최소 구하라한 문제.)

파급 Comment)

$g(a)=\int_a^{a+1}|f(x)|dx$로 두고 a의 범위에 따른 $g(a)$ 식을 모두 써준다면 시간이 좀 걸리더라도 정확히 풀 수 있을 것이다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0451	중요도 : ★★☆

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)$는 $x=-2$에서 극솟값 0을 갖는다.
> (나) $f(-3)=15$

실수 a에 대하여 함수 $g(x)$는

$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ x-a+f(a) & (x \geq a) \end{cases}$

이다. 두 집합 A, B가 각각 함수 $g(x)$의 극댓값, 극솟값들의 집합이라 할 때, 함수 $h(a)=n(A)-n(B)$는 $a=0$에서만 불연속이다. $f(4)$의 값을 구하시오.

기대 Comment)

극대, 극소는 미분불가능한 점에서도 정의가 될 수 있음을 명심하자.

파급 Comment)

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0465	**중요도** : ★☆

함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-2|x|+3 & (x \geq -1) \\ 1 & (x < -1) \end{cases}$

에 대하여 함수 $\dfrac{2x+a}{f(x)}$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

기대 Comment)

연습편에 있던거 또 나왔다. 분모가 0되면 안되니까 그거 잘 생각해서 풀어줘야 하는데, 잘 보면 $f(x)$가 0이 될 수 없다. 즉, 이전 문제 풀던 습관 그대로 풀면 안된다 이 말EG.

파급 Comment)

연속성을 확인할 때 전에 말한 것처럼 정의를 이용하면 된다. 또한 절댓값을 보면 정의역 구간을 나누어 벗겨줄 생각을 꼭 해야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0466	중요도 : ★★

철수는 수학 문제를 30일 동안 풀려고 한다. 첫째 날은 10문제를 풀고, 둘째 날부터는 다음과 같은 규칙으로 풀기로 하였다.

(가) 전날 푼 문제보다 2문제씩을 더 푼다. (나) 규칙 (가)를 지키지 못한 날의 다음날에는 30문제를 푼다.

철수는 11일째 날과 21일째 날에만 수학문제를 전혀 풀지 못하여 각각 그 다음날에 규칙 (나)를 준수했고, 나머지 날은 모두 규칙 (가)를 지켰다. 30일 동안 철수가 푼 모든 수학 문제의 개수는?

① 870
② 872
③ 874
④ 876
⑤ 878

기대 Comment)

대학교를 가면 각종 공부법이 많다. 시험범위의 절반만 챙겨가는 고니 공부법, 12페이지만 보고 시험보는 이순신 공부법, 이번학기는 묻고 다음 학기를 따블학점으로 가는 곽철용 공부법 등.
이 문제는 수학 공부에 새로운 패러다임을 제시한 수완 공부법으로 명명하고 싶다.
잡설이 왜케 기냐고? 문제가 그렇게 의미가 있진 않아서 잡소리가 있어야 이 칸을 메울 수 있다 ^^

파급 Comment)

초등학교 사고력 문제인 줄 알았다. 난 대학교에 다니지만 위 공부법 다 필요 없다. 왜냐면 걍 공부를 안 한다. 성공적인 대학 생활을 꿈꾼다면 파급쟝이 하고 있는 대학 생활의 정반대로만 하면 된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0467	중요도 : ★☆

1000개의 동전이 들어 있는 어느 돼지 저금통에서 임의로 동전 100개를 꺼냈을 때, 그 중 100원짜리 동전은 모두 80개였다. 이때 이 돼지 저금통에 들어 있는 동전 중 100원짜리 동전의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le p \le b$이다. $b-a$의 값은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.)

① 0.1568
② 0.3136
③ 0.4704
④ 0.6272
⑤ 0.7840

기대 Comment)

모비율추정은 매우 쉽게 나오지만, 문과친구들은 아예 배제하고 공부하는 경우도 있기 때문에 우선 한 문제 정도는 넣어놨다. 제낄 땐 제끼더라도 한문제 정도는 괜찮잖아? (~~사실 뒤에 더 있음ㅋ;~~)

파급 Comment)

a, b 식을 각각 힘들게 세우는 대신 $b-a = 2k\sqrt{\dfrac{pq}{n}}$를 이용하자. 이외에도 $b+a = 2\hat{p}$도 쓸 일이 있을 거다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 8을 참고하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0469	중요도 : ★★

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^2}{2x}=-2$
(나) 방정식 $f(x)=0$의 두 실근의 절댓값의 합이 8이다.

$f(1)$의 값은?

① -16

② -15

③ -14

④ -13

⑤ -12

기대 Comment)

'절댓값의 합' 의 해석을 어떻게 할래?

절댓값 있으면, 그냥 안에 있는 식의 부호를 케이스로 나눠서 결정해. 그럼 끝나.

근데 좀 더 똑똑한 친구들은 **근과 계수관계**도 활용했을 거야. 이 문제의 백미임 이 부분이.

파급 Comment)

기대 쌤 말에 더 추가할 사항이 없다. 전적으로 동의한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0471	**중요도** : ★★

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 a에 대하여 함수 $F(x)$를

$F(x)=\int_a^x f(t)dt$

라 하자. 함수 $y=|F(x)|$가 미분가능하지 않은 실수 x의 개수가 2개가 되도록 하는 모든 a의 값들의 집합을 A라 할 때, **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $f(x)=x^3$이면 집합 A는 0이 아닌 실수 전체의 집합이다.
ㄴ. $f(x)=(x-1)(x-3)(x-5)$이면 집합 A에 속하는 가장 작은 자연수는 3이다.
ㄷ. $f(x)=x(x-1)^2$이면 집합 A에 속하지 않는 실수의 개수는 2이다.

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

기대 Comment)

이 문제도 느낌 있다. 좋은 문제이니 잘 챙겨둘 것. 개인적으론 ㄷ의 함수를 좀 바꿔보고 싶긴 하다.

파급 Comment)

$f(x)$ 그래프로부터 $F(x)$의 그래프 개형을 먼저 그려보고 시작한다면 좋을거다. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)$가 미분가능하므로 $F(x)$ 역시 모든 실수 x에 대하여 미분가능하므로 $F(x)$는 smooth한 그래프 개형을 지닌다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0476	**중요도** : ★★

첫째항이 0이 아니고 공비가 1이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k,\ P_n = \sum_{k=1}^{n} a_{2k},\ Q_n = \sum_{k=1}^{n} a_{3k}$$

라 할 때, $S_{20} = 3P_{10}$이면 $S_{30} = mQ_{10}$이다. 상수 m의 값을 구하시오.

기대 Comment)

이 문제도 앞서 얘기했던 구조적 풀이가 관건.

파급 Comment)

기대쌤 말에 동의한다. 정신없이 a_n 식을 쓴 이후 시그마 식에 대입하지 말고 S_n, P_n, Q_n의 공통부분과 차이가 나는 부분을 비교하자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0478	중요도 : ★★

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오.

(가) $a+b+c=12$

(나) $(a-b)(b-c)(c-a)\neq 0$

기대 Comment)

분할과 3!으로 푼 친구들, 중복조합과 여사건으로 푼 친구들 있을텐데.
후자 추천이다.

파급 Comment)

관련 기출로 수학 가형 18학년도 수능 28번이 있다. 본인 현역 수능 때다. 나라면 분할, 3!을 이용해서 풀고 여사건으로 검토했을 것이다. 다만, 여사건이 좀 더 까다로울 수 있는 게 $a=b=c=4$가 가능하다. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 3를 참고하라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0479	**중요도** : ★★

모든 항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{n\to\infty}\frac{S_{n+1}-S_n}{n}=2$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{6}$

$S_n < 1000$을 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 구하시오.

기대 Comment)

무난한 문제.

파급 Comment)

조건 (가)로 등차를 바로 알 수 있고 이를 이용하여 a_n 식을 작성한 이후 조건 (나)에서 부분분수 분해를 이용하면 초항도 쉽게 구할 수 있다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0481	**중요도** : ★★★

다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최댓값을 구하시오.

(가) $x<0$인 모든 실수 x에 대하여 $\{f(x)\}^2 \geq \{f(-1)\}^2$이다.
(나) $x \geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $\{f(x)\}^2 \geq \{f(3)\}^2$이다.
(다) 점 $(-1, f(-1))$을 지나고 곡선 $y=f(x)$에 접하는 모든 접선의 기울기는 항상 양수이다.

기대 Comment)

간만에 킬러다운 킬러를 EBS가 출제했다. 이 문제는 좋지만, 아직 유명 사설의 킬러를 따라오려면 먼 것 같다 ㅠ

파급 Comment)

나름 $\{f(x)\}^2$를 사용하여 조건에 생소함을 주려한 것 같다. 하지만 조건 해석이 쉽고 알맞은 그래프 개형을 그리면 끝난다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0498	**중요도** : ★★☆

어느 고등학교 학생들의 등하교 시간을 조사하였는데 전체 학생의 24%가 오전 8시 이전에 등교하였고, 전체 학생의 34%가 오후 5시 이전에 하교한다고 한다. 위의 두 가지의 등하교 시간에 모두 해당되지 않는 학생은 전체의 48%였다고 한다. 오전 8시 이전에 등교하는 학생 중에서 임의로 한 명을 택할 때, 그 학생이 오후 5시 이전에 하교하는 학생일 확률은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{5}{12}$

⑤ $\frac{1}{2}$

기대 Comment)

앞서 말했듯이, 표로 작성하여 풀 수 있는건 표로 풀자.
장점은, 쉽다는 거 정도?
물론 본인은 식으로도 잘 한다? 그럼 그렇게 하면 된다. 노베것들을 위한 시 였다.

파급 Comment)

전체 학생 수를 100명으로 두고 풀면 쉬울 거다. 2×2표를 만들어 풀자. 열에 들어갈 내용으로 '8시 이전 등교', '8시 이후 등교'를 적고 행에 들어갈 내용으로 '5시 이전 하교','5시 이후 하교'를 적으면 깔끔하게 표가 완성된다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0499	중요도 : ★☆

크기와 모양이 같은 21장의 카드 중 10장의 카드에는 숫자 0이 적혀 있고, 11장의 카드에는 숫자 1이 적혀 있다. 이 21장의 카드를 임의로 일렬로 나열할 때, 홀수 번째 자리에 있는 카드에 적혀 있는 모든 수의 합을 확률변수 X라 하자. 다음은 $E(X)$를 구하는 과정이다.

21장의 카드를 일렬로 나열하는 모든 경우의 수를 N이라 하면

$$N = \frac{21!}{10!11!}$$

홀수 번째 자리에 있는 카드 중 숫자 1이 적혀 있는 카드의 개수를 k라 하면

$$\begin{aligned} P(X=k) &= \frac{{}_{11}C_k \times {}_{10}C_{11=k}}{N} \\ &= \frac{(11!)^2}{21!} \times \left\{ \frac{10!}{(k-1)!(\boxed{\text{(가)}})!} \right\}^2 \times \frac{1}{k} \\ &= \frac{(11!)^2}{21!} \times \left({}_{10}C_{\boxed{\text{(가)}}} \right)^2 \times \frac{1}{k} \quad (\text{단}, k = 1, 2, 3, \cdots, 11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=1}^{11} kP(X=k) \\ &= \frac{(11!)^2}{21!} \sum_{k=1}^{11} \left({}_{10}C_{\boxed{\text{(가)}}} \right)^2 \end{aligned}$$

이때 $(1+x)^{10}(1+x)^{10}$의 전개식과 $(1+x)^{20}$의 전개식에서 x^{10}의 계수를 비교하면

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{11} \left({}_{10}C_{\boxed{\text{(가)}}} \right)^2 &= \left({}_{10}C_0 \right)^2 + \left({}_{10}C_1 \right)^2 + \left({}_{10}C_2 \right)^2 + \cdots + \left({}_{10}C_{10} \right)^2 \\ &= {}_{20}C_{\boxed{\text{(나)}}} \end{aligned}$$

이므로

$$E(X) = \frac{(11!)^2}{21!} \times {}_{20}C_{\boxed{\text{(나)}}} = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b라 할 때, $\frac{b}{a+1} \times f(4)$의 값은?

① $\frac{10}{3}$

② $\frac{11}{3}$

③ 4

④ $\frac{13}{3}$

⑤ $\frac{14}{3}$

기대 Comment)

겉모습은 마동석인데 속모습은 아동석이다. 대충 쉽다는 뜻이다.

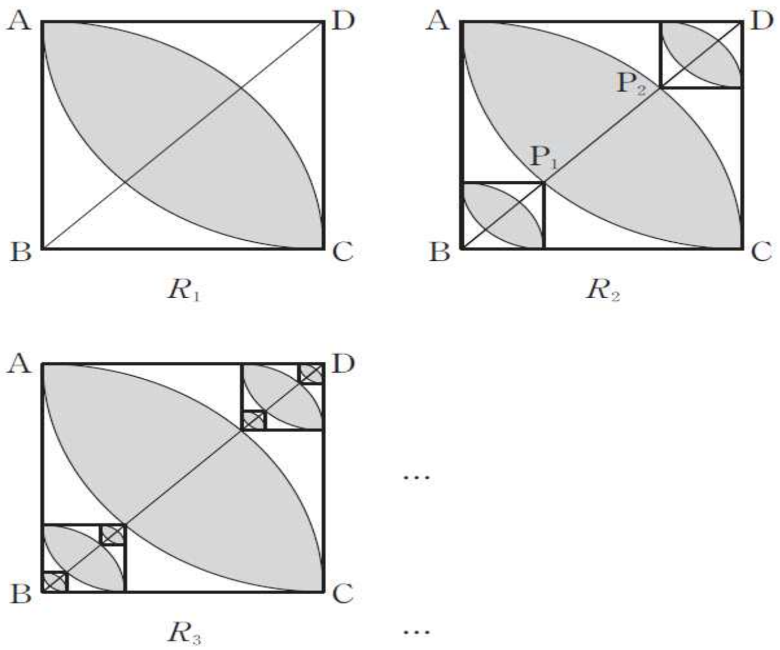
파급 Comment)

$(1+x)^{10}(1+x)^{10}$의 전개식과 $(1+x)^{20}$의 전개식에서 x^{10}의 계수를 비교하는 방식은 논술에 자주 나온다. 기억쯤 해두자. 문과는 수리 논술 없나?

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0500 | **중요도 : ★★**

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $ABCD$의 내부에 꼭짓점 B, D를 중심으로 하고 선분 BC, DA를 반지름으로 하는 사분원을 각각 그리고  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 두 사분원의 호와 대각선 BD의 교점을 점 B에 가까운 것부터 차례대로 P_1, P_2라 하자. 선분 BP_1을 대각선으로 하는 정사각형과 선분 DP_2를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로  모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?



① $(\pi-2)(2\sqrt{2}-1)$　② $(\pi-2)(\sqrt{2}+1)$
③ $(\pi-2)(\sqrt{2}+2)$　④ $(\pi-1)(2\sqrt{2}-1)$　⑤ $(\pi-1)(\sqrt{2}+1)$

기대 Comment)

개수비만 잘 고려해주면 된다.

파급 Comment)

마찬가지다. 초항 잘 구하고 닮음비를 통해 등비를 잘 구해내자.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0501	**중요도** : ★★

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수는?

(가) $(2^a)^b$의 값은 3보다 크다.
(나) $a+b+c+d+e=7$

① 99
② 101
③ 103
④ 105
⑤ 107

기대 Comment)

(가) 조건이 약간 느낌있다. 기대모 Vol.1엔 해당 표현을 확률문제에 썼다.

파급 Comment)

평가원이었으면 조건 (가), 조건 (나) 위치를 바꾸어 줬을 것이다. $(나)-\{(나)\cap(가)^c\}$에 해당하는 사건의 경우의 수를 구하면 된다. 말로 풀어 설명하면 조건 (나)를 만족하는 경우의 수에서 조건 (나)를 만족하지만 조건 (가)를 만족하지 않는 경우의 수를 빼주면 된다. 이처럼 '부분여사건'을 이용하면 쉽다. 17학년도 수능 27번을 참고하라. 파급러들은 기출 파급 확통 chapter 2를 참고해라.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0502	**중요도** : ★★☆

구간 $\left(-\infty, -\frac{n}{3}\right]$에서 정의된 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 자연수 n에 대하여 다음을 만족시킨다.

> 이차함수 $g(x)=3x^2+(n+3)x+2n-3$에 대하여
> $f(x)-g(x)=\int_0^x g(t)dt$이다.

함수 $f(x)$가 $x=a_n$에서 최댓값을 가질 때, $\sum_{k=1}^{15} g(a_k)$의 값은?

① 147
② 149
③ 151
④ 153
⑤ 155

기대 Comment)

평가원이 좋아할만한 문제. 억지로 꼬은 부분이 없고, 자연수 조건과 잘 어울린 문제가 되겠다.

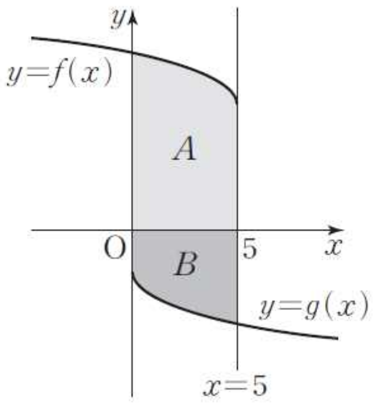
파급 Comment)

미적분 기본정리 꼴을 보면 취해야 할 행동을 하고 n에 따라 $f(x)$의 그래프 개형이 바뀌는 걸 고려해야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0507	중요도 : ★★☆

좌표평면에 두 함수 $f(x)=\sqrt{-x+5}+6$과 $g(x)=-\sqrt{x}-2$의 그래프가 있다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $x=5$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $x=5$ 및 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B라 할 때, $A-B$의 값을 구하시오.



기대 Comment)

이 문제도 역함수 적분과 맥락을 같이 한다. 우리에게 적분이 안되는 함수 주어주고, 그래프에서 그 넓이를 해석하라고 한다. 이 부분 잘 준비해둘 것.

파급 Comment)

$f(x)$를 대칭이동, 평행이동하면 $g(x)$가 만들어진다. 문과는 무리함수 적분을 할 수 없으니 그래프에서 A, B에서 공통부분을 찾아내야 한다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0508	**중요도** : ★★☆

집합 $A=\{1,2,3,4,5\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f의 개수를 구하시오.

(가) $f(1)$, $f(2)$, $f(4)$의 값은 모두 다르다.
(나) 자연수 k에 대하여 $2k+1 \in A$이면 $f(2k+1) \geq 2k+1$이다.

기대 Comment)

쉬운 문제.

파급 Comment)

$f(1)$, $f(2)$, $f(4)$ 따로 $f(3)$, $f(5)$ 따로 생각해주면 금방 풀릴 거다.

정리, 요약)

문항 코드 : 9051-0511	**중요도** : ★★☆

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=4x+3$과 서로 다른 두 점에서 접하고, 직선 $y=4x+4$와 한 점에서 접하고 접점 외의 서로 다른 두 점에서 만난다.
$-3<a<b$인 두 실수 a, b에 대하여 $f'(-3)=f'(a)=f'(b)=4$일 때, $f(a)f(b)$의 값을 구하시오.

기대 Comment)

이거 9평 30번 느낌 안들어요? 이 정도면 연계로 느껴야하는데..

파급 Comment)

그래프 개형을 가볍게 그려보자. $f(x)-(4x+3)=(x+3)^2(x-b)^2$, $f(x)-(4x+4)=(x-a)^2\sim$이런 식으로 식 정리를 하고 접근하면 쉬울거다. 또한 사차함수 비율관계를 이용하면 식 정리가 더욱 깔끔할 거다.

정리, 요약)

<정답과 해설>

	정답		정답		정답		정답		정답
0004	10	0076	2	0212	8	0336	5	0441	3
0006	202	0077	4	0214	5	0348	3	0442	3
0012	13	0084	2	0215	96	0350	1	0448	39
0013	48	0086	2	0225	3	0357	64	0450	4
0015	19	0087	3	0226	2	0358	4	0451	288
0019	3	0094	2	0232	5	0366	4	0465	2
0024	2	0095	2	0235	4	0370	5	0466	3
0027	12	0098	2	0238	18	0373	5	0467	1
0031	3	0100	2	0241	3	0376	3	0469	2
0033	3	0104	?	0243	1	0377	5	0471	2
0034	4	0108	4	0248	6	0378	2	0476	7
0036	112	0125	3	0249	48	0379	5	0478	72
0043	3	0131	3	0252	12	0381	5	0479	30
0044	4	0148	3	0265	4	0382	2	0481	18
0045	3	0152	5	0274	5	0386	6	0498	2
0049	3	0156	3	0280	4	0389	240	0499	2
0052	3	0157	225	0283	489	0390	2	0500	2
0053	1	0165	3	0286	634	0391	285	0501	4
0054	2	0174	3	0292	4	0401	3	0502	1
0058	5	0176	3	0296	5	0405	5	0507	20
0059	5	0178	3	0301	139	0410	2	0508	180
0060	2	0184	4	0305	4	0411	3	0511	4
0062	28	0188	4	0306	814	0412	5		
0065	19	0189	2	0309	4	0417	30		
0068	4	0192	?	0310	1	0420	78		
0069	9	0193	3	0312	5	0421	17		
0070	3	0194	5	0318	4	0433	1		
0071	2	0200	5	0320	880	0436	4		
0072	9	0203	1	0322	202	0437	2		
0075	3	0209	8	0330	5	0439	1		