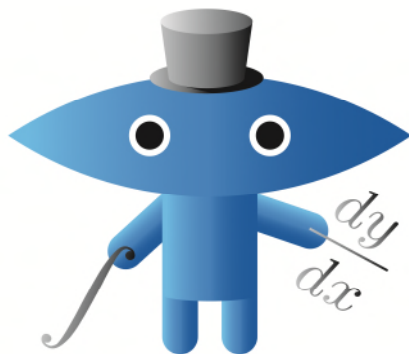


기출의 파급효과

미적분 II



저자의 말

안녕하세요. 오르비 파급효과입니다. 오르비에 출시하는 두 번째 전자책이네요. 작년에 EBS 선별과 칼럼으로 큰 사랑을 받고 기출의 파급효과 시리즈를 집필하기로 마음먹었습니다. 이까지 오는데 과분한 사랑을 주신 분들 너무 감사합니다. 이제 본격적으로 교재 소개를 해보겠습니다.

저는 다음과 같은 교재를 만들었습니다.

1. 미적분 2 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구만을 모두 정리했습니다.

각 Chapter를 나누는 기준이 교과서 목차가 아닌 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구입니다. 기존 개념서들보다 훨씬 얇습니다. 수능이 얼마 안 남은 이 시점, 빠르게 실전 개념을 정리할 수 있습니다. 예시 해설까지 꼼꼼히 읽는다면 준킬러, 킬러 문제에서 생각의 틀이 확실히 잡힐 것입니다. 각 Chapter를 '순서대로' 학습하신다면 더욱 큰 학습효과를 기대할 수 있습니다.

2. 기출에 대한 태도와 도구들을 바로 활용할 수 있도록 준킬러 이상급의 기출들을 본문 속 예시로 들었습니다. 20학년도 6월 평가원 경향과 해당 기출까지 반영되어 있습니다.

미적분 2 기출 중 평가원 21, 30번은 물론 오답률이 높은 문제들을 예시로 들었습니다. 본문 속 태도와 도구가 킬러, 준킬러에서 어떻게 보편적으로 이용되는지 직접 확인한다면 더욱 태도와 도구들이 더욱 와닿을 것입니다. 어떠한 한 문제에만 적용되는 특수한 스킬 같은 것이 아닙니다.

예시로 든 들어주는 평가원 기출을 태도와 도구뿐만 아니라 진화 단계별로도 배치했습니다. 예시들을 '순서대로' 풀다보면 자연스럽게 기출의 진화과정을 느낄 수 있습니다. 기출의 진화과정을 느낀다면 자연스럽게 기출에 대한 태도와 도구들이 정리됩니다. 태도와 도구 정리가 완성되면 최종 진화 형태인 후반부의 최신 기출문제는 혼자 clear 할 수 있고 이에 대한 보람을 느끼실 겁니다.

예전 킬러 문제에 쓰였던 아이디어 2개 이상이 현재의 준킬러, 킬러에 쓰입니다. 수능 때 21번, 29번, 30번을 풀 생각이 없어 과거의 21번, 29번, 30번을 제대로 학습하지 않는 우를 범한다면 준킬러도 못 풀거나 빨리 풀기 힘듭니다. 따라서 태도와 도구를 기반으로 한 기출의 킬러 학습은 필수입니다.

3. 평가원 문항뿐만 아니라 교육청, 사관학교 문항도 중요한 기출들입니다.

최근 교육청 및 사관학교 문제가 진화한 형태가 평가원에 출제되고 있습니다. 19학년도 수능 29번의 경우 14학년도 사관학교 15번과 매우 유사하고 20학년도 6월 평가원 21번, 30번은 18년 10월 교육청 21번, 30번과 매우 유사합니다. 따라서 기존 평가원 기출만을 푸는 것만으로 현재 수능을 대비하기는 힘듭니다. 하지만 교육청 및 사관학교 문제들까지 모두 풀자니 양이 너무 많습니다.

이를 해결하기 위해 핵심적인 평가원, 교육청, 그리고 사관학교 문제를 필요한 만큼만 선별했습니다. 본문과 함께 있는 예시 문제들은 미적분 2 교재의 경우 대략 80문제 정도입니다. 예시에 있는 문제 수만으로 부족함을 느끼실 분들을 위해 예시보다는 다소 쉬운 유제들도 기출에 대한 태도와 도구를 체화하기 시키기 위해 충분히 넣었습니다. 미적분 2 교재의 경우 유제는 대략 120문제입니다. 본문 속 예시뿐만 아니라 유제들도 단순 단원별로 분리된 것이 아니라 기출에 대한 태도와 도구를 기준으로 분리되었습니다. 유제 120문제 중 30 문제는 수학 가형 선택자들도 풀어볼 만한 수학 나형 미적분1 기출입니다.

4. 본문 속 예시해설은 문제를 푸는데에 있어 필요한 생각의 흐름을 매우 자세하게 담았습니다. 예시보다 다소 쉬운 유제들도 본문에서 배운 태도와 도구들과 key point를 comment로 달아 놓았습니다.

예시 해설은 단계별로 분리되어 있어 가독성이 좋아 이해가 더욱 쉽습니다. 문제에서 필요한 태도와 도구들을 어떻게 쓰는지 과외처럼 매우 자세히 알려줍니다. 유제 comment들은 문제의 핵심을 간략히 보여줍니다. 본문과 예시들을 잘 학습했다면 무리 없이 풀 수 있는 수준입니다.

하루에 예시를 포함한 Chapter 하나만 완료하고 유제 15문제만 푸세요! 이를 실천하면 미적분 2 교재를 모두 끝내는 데에 2주가 걸립니다. 이 교재를 최소 2번 이상 볼 수 있습니다.

수학 가형 4등급 초반이 1등급 컷 이상 받는 데 1달에서 2달 사이로 걸립니다.
약 파는 것 아닙니다. 과장된 광고를 극히 싫어하는 편입니다.

저도 18학년도 6월 평가원 때 3등급 받고 여름방학 때 이 책의 내용대로 기출을 학습하고 18학년도 9월 평가원, 18학년도 수능 1등급을 가볍게 받아냈습니다.

제 과외 학생은 19학년도 6월 평가원 때 4등급에 가까운 3등급이었으나 이 방법대로 1달간 기출을 학습하고 19학년도 수능 96점을 받아내었습니다.

수학 가형 1등급, 아직 늦지 않았습니다. 마지막으로 한 번쯤 봐야 할 기출, 기출의 파급효과와 함께 합시다.

간단한 교재 이용법

원활한 교재 이용을 위해 대단원, 중단원, 중소단원, 소단원 구분법을 소개하겠습니다.

대단원 제목입니다.

Chapter 1. 필수 도형 정리와 극한

대단원에 속한 중단원 제목입니다.

기본적인 도구

중단원에 속한 중소단원 제목입니다.

2. 극한 처리

중소단원에 속한 소단원 제목입니다.

(1) 기본 삼각함수, 초월함수 극한

위를 참고하여 학습하신다면 Chapter 내용이 더욱 유기적으로 연결될 것입니다. 헛갈린다면 Chapter를 순서대로 읽어나가셔도 전혀 문제가 없습니다.

원활한 교재 이용을 위해 예시, 예시해설, 유제, 유제 Comments 구분법을 소개하겠습니다.

본문과 함께 소개되는 예시입니다. 칼럼을 읽다 보면 중간중간에 예시들이 등장합니다.

11학년도 수능 28번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 있다.

모든 실수 x 에 대하여 $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 이고, $f(a) = 0$, $\int_{2a}^{4a} \frac{f(x)}{x} dx = k$ ($a > 0, 0 < k < 1$)일 때,

$\int_a^{2a} \frac{\{f(x)\}^2}{x^2} dx$ 의 값을 k 로 나타낸 것은? [3점]

- ① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2 ④ k ⑤ $2k$

본문과 함께 소개되는 예시해설입니다. 자세하고 본문에서 배운 도구와 태도를 일관적으로 적용합니다.

1. $f(2x) = 2f(x)f'(x)$ 어디서 많이 보지 않았는가? 또 치환적분이다.

17년 9월 평가원 21번 조건 (가)처럼 정리하면 $f(2x) = (\{f(x)\}^2)'$

따라서 $\{f(x)\}^2$ 는 미분하기 쉬운 형태이다.

$f(a) = 0$ 는 뭐 적분 상수 처리하려고 또 나오셨겠지.

본문 내용을 체화하기 위한 유제입니다.

Chapter 9 문제

9-1. 18학년도 9월 평가원 18번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $A(t, f(t))$ ($t > 0$)에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 점 A를 지나고 점 A에서의 접선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자. 모든 양수 t 에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{1}{2}(e^{3t} - 2e^{2t} + e^t)$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $e - 2$ ② e ③ $e + 2$ ④ $e + 4$ ⑤ $e + 6$

유제 문제에 대한 저자의 Comment입니다.

Chapter 9 문제 Comments

9-1. 18학년도 9월 평가원 18번

치환적분 꼴을 알아봐야 한다. 정신없이 치환적분을 하지 말고 무엇을 미분하면 원하는 꼴을 얻을 수 있는지 고민해 보자. 적분상수를 빼먹지 말자.

위를 참고하여 학습하신다면 교재 이용이 더욱 편리합니다.

미적분 II의 도구와 태도

Chapter 1. 필수 도형 정리와 도형의 극한	7p
Chapter 2. 다항함수 개형 및 식 정리	76p
Chapter 3. 그래프 그리기, 조건 해석	104p
Chapter 4. 합성함수	166p
Chapter 5. 역함수	204p
Chapter 6. 극점과 변곡점 정의, 연속성, 미분가능성	230p
Chapter 7. 미적분 기본정리 꼴	286p
Chapter 8. 상수와 변수, 매개변수	304p
Chapter 9. 치환적분과 부분적분	324p
Chapter 10. 미적분 γ 과 δ , 사잇값 정리와 평균값 정리 이용	368p
Chapter 11. 각종 꿀팁들 모음	396p

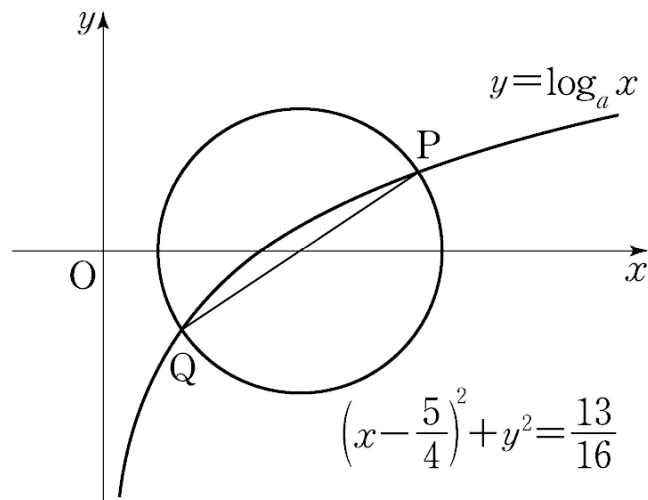
Chapter 1 문제

1-1. 18학년도 9월 평가원 16번

$a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 와 원 $C: \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + y^2 = \frac{13}{16}$ 의 두 교점을 P, Q라 하자.

선분 PQ가 원 C의 지름일 때, a 의 값은? [4점]

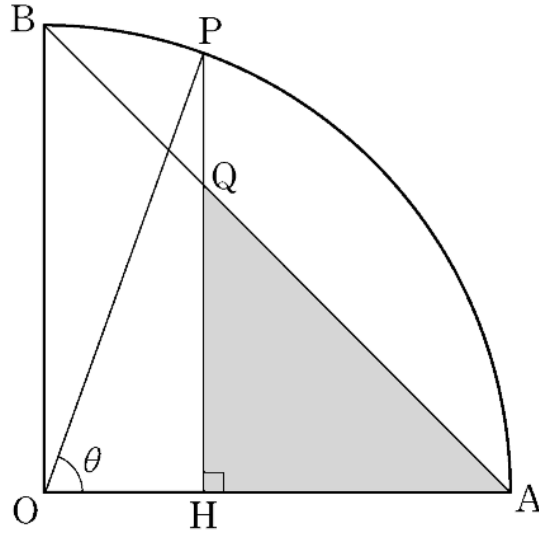
- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5



1-2. 17학년도 수능 14번

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자. $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

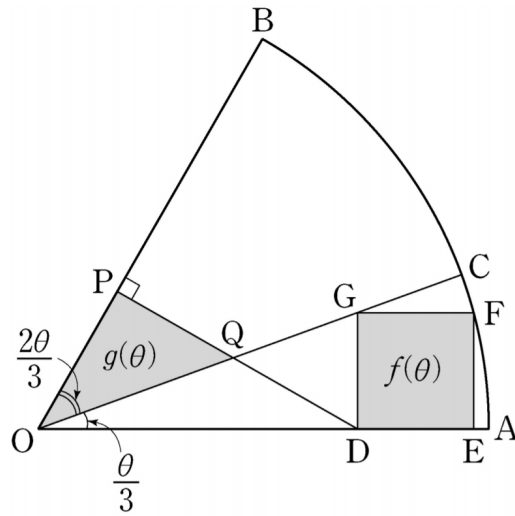
③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$

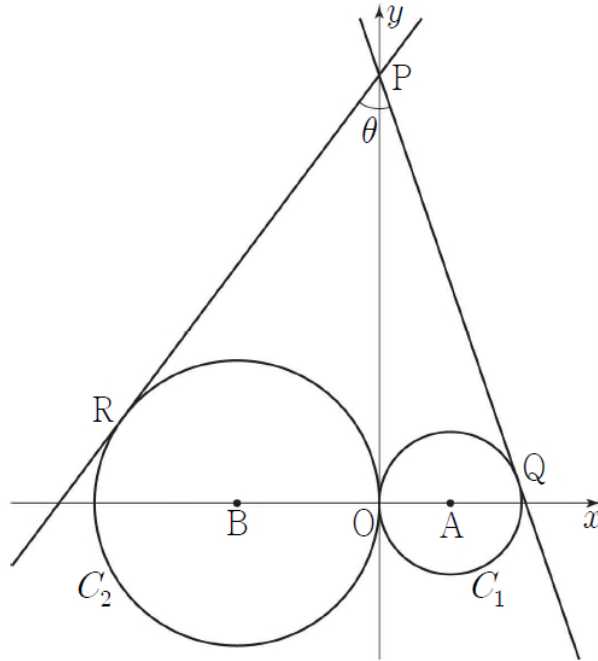
1-3. 18학년도 6월 평가원 28번

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB 에서 호 AB 의 삼등분점 중 점 A 에 가까운 점을 C 라 하자. 변 DE 가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F 가 각각 선분 OC , 호 AC 위에 있는 정사각형 $DEFG$ 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 점 D 에서 선분 OB 에 내린 수선의 발을 P , 선분 DP 와 선분 OC 가 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OQP 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.) [4점]



1-4. 19학년도 4월 교육청 29번

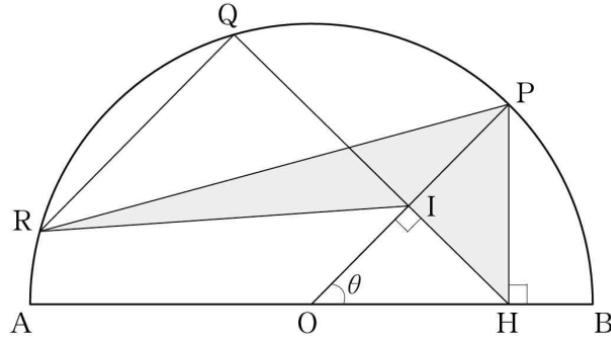
그림과 같이 중심이 점 $A(1, 0)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 C_1 과 중심이 점 $B(-2, 0)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원 C_2 가 있다. y 축 위의 점 $P(0, a)$ ($a > \sqrt{2}$)에서 원 C_1 에 그은 접선 중 y 축이 아닌 직선이 원 C_1 과 접하는 점을 Q , 원 C_2 에 그은 접선 중 y 축이 아닌 직선이 원 C_2 와 접하는 점을 R 라 하고 $\angle RPQ = \theta$ 라 하자. $\tan \theta = \frac{4}{3}$ 일 때, $(a-3)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



1-5. 19년 3월 교육청 19번

그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 점 H를 지나고 선분 OP에 수직인 직선이 선분 OP, 호 AB와 만나는 점을 각각 I, Q라 하자. 점 Q를 지나고 직선 OP에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하자. $\angle POB = \theta$ 일 때, 두 삼각형 RIP, IHP의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta) - T(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

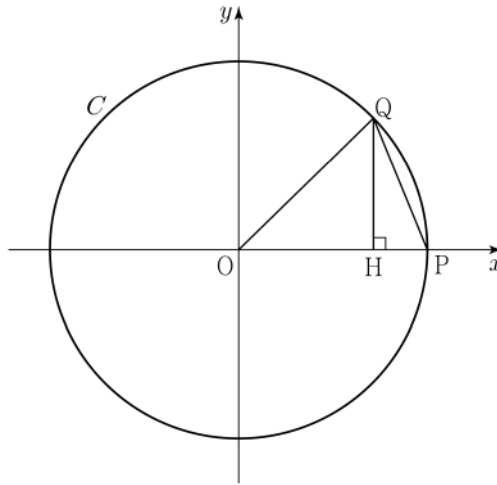


- ① $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ ③ $\sqrt{2}-1$ ④ $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$

1-6. 19학년도 9월 평가원 19번

자연수 n 에 대하여 중심이 원점 O 이고 점 $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 위에 점 Q 를 호 PQ 의 길이가 π 가 되도록 잡는다. 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi^2}{2}$ ② $\frac{\pi^2}{3}$ ③ π^2 ④ $\frac{5}{4}\pi^2$ ⑤ $\frac{3}{2}\pi^2$



1-7. 13학년도 9월 평가원 나형 15번

2 이상의 자연수 n 에 대하여 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 $\frac{1}{n}$ 인 점을 A_n 이라 하자. 그래프 위의 점 B_n 과 x 축 위의 점 C_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 C_n 은 선분 $A_n B_n$ 과 x 축의 교점이다.

(나) $\overline{A_n C_n} : \overline{C_n B_n} = 1 : 2$

점 C_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

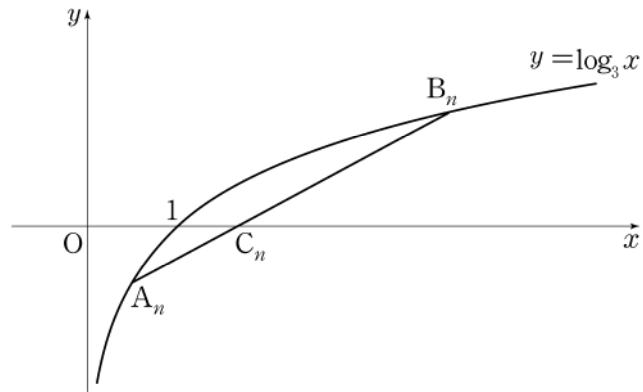
① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{3}$

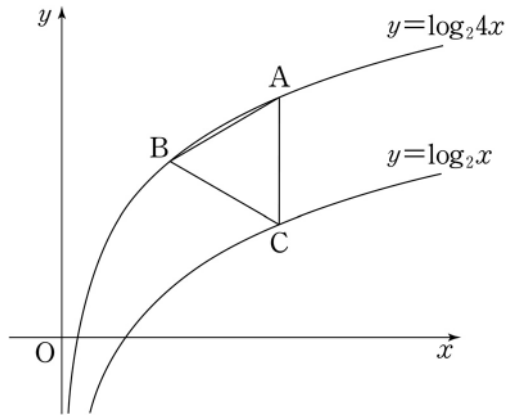
④ $\frac{5}{6}$

⑤ 1



1-8. 11학년도 9월 평가원 나형 15번

함수 $y = \log_2 4x$ 의 그래프 위의 두 점 A, B 와 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프 위의 점 C 에 대하여 선분 AC 가 y 축에 평행하고 삼각형 ABC 가 정삼각형일 때, 점 B 의 좌표는 (p, q) 이다. $p^2 \times 2^q$ 의 값은?
[4점]



① $6\sqrt{3}$

② $9\sqrt{3}$

③ $12\sqrt{3}$

④ $15\sqrt{3}$

⑤ $18\sqrt{3}$

1-9. 18학년도 9월 평가원 15번

곡선 $y = 1 - x^2$ ($0 < x < 1$) 위의 점 P 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 원점 O 와 점 A(0,1) 에 대하여 $\angle APH = \theta_1$, $\angle HPO = \theta_2$ 라 하자. $\tan \theta_1 = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 의 값은? [4점]

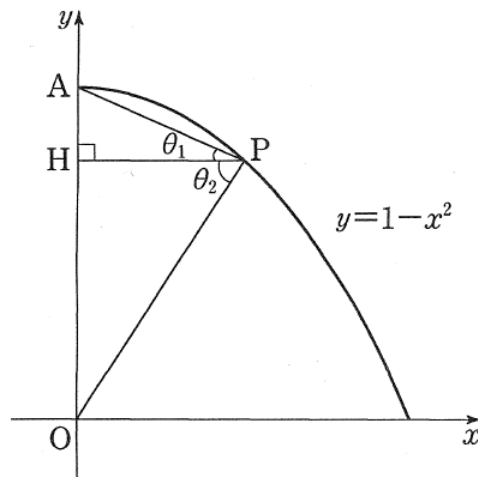
① 2

② 4

③ 6

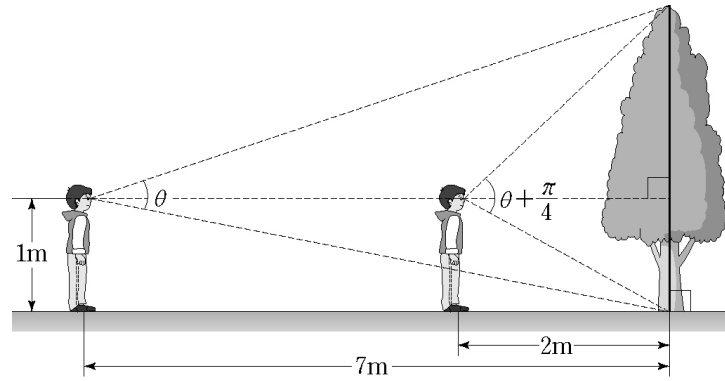
④ 8

⑤ 10



1-10. 09학년도 6월 평가원 29번

눈높이가 1m인 어린이가 나무로부터 7m 떨어진 지점에서 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 θ 이었다. 나무로부터 2m 떨어진 지점까지 다가가서 나무를 바라보았더니 나무의 꼭대기를 바라본 선과 나무가 지면에 닿는 지점을 바라본 선이 이루는 각이 $\theta + \frac{\pi}{4}$ 가 되었다. 나무의 높이는 a (m) 또는 b (m)이다. $a+b$ 의 값은? [4점]



① 12

② 14

③ 16

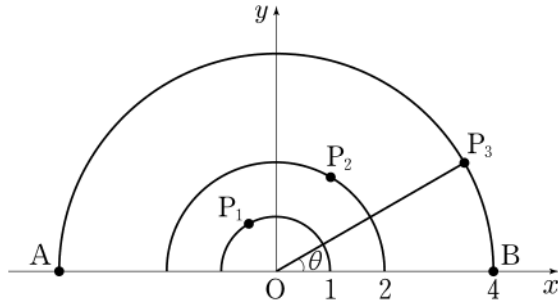
④ 18

⑤ 20

1-11. 13학년도 9월 평가원 19번

그림과 같이 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1, 2, 4인 세 반원을 각각 O_1, O_2, O_3 이라 하자. 세 점 P_1, P_2, P_3 은 선분 OB 위에서 동시에 출발하여 각각 세 반원 O_1, O_2, O_3 위를 같은 속력으로 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. $\angle BOP_3 = \theta$ 라 하고 삼각형 ABP_1 의 넓이를 S_1 , 삼각형 ABP_2 의 넓이를 S_2 , 삼각형 ABP_3 의 넓이를 S_3 이라 하자.

$3S_3 = 2(S_1 + S_2)$ 일 때, $\cos^3 \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

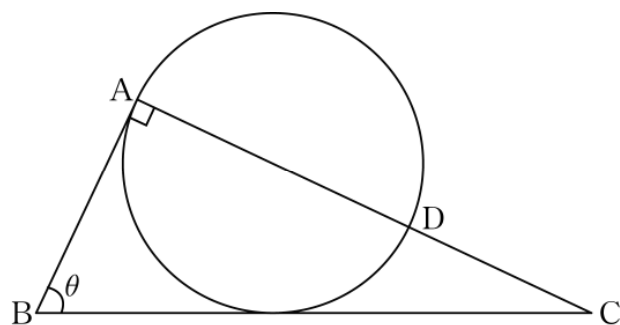
③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{5}$

⑤ $\frac{5}{6}$

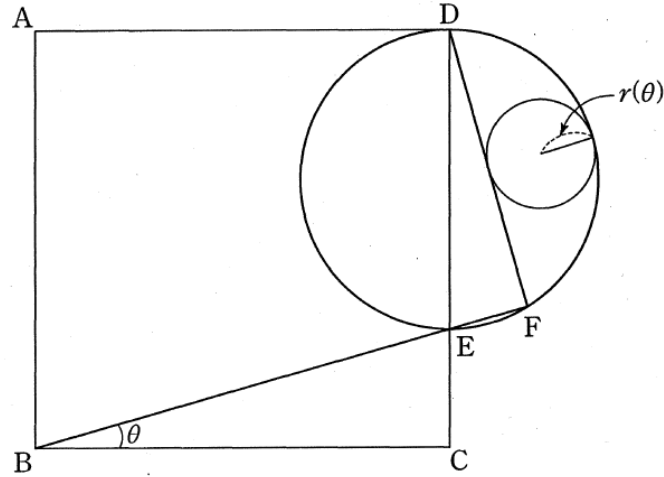
1-12. 16년 10월 교육청 28번

그림과 같이 $\overline{BC} = 1$, $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 선분 AD를 지름으로 하는 원이 선분 BC와 접할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = k$ 라 하자. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]



1-13. 17학년도 9월 평가원 20번

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자. $\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



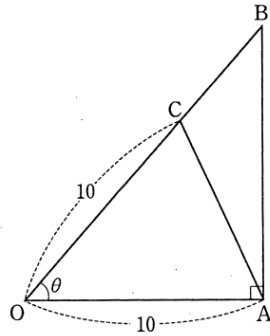
- ① $\frac{1}{7}(2 - \sqrt{2})$ ② $\frac{1}{6}(2 - \sqrt{2})$ ③ $\frac{1}{5}(2 - \sqrt{2})$ ④ $\frac{1}{4}(2 - \sqrt{2})$ ⑤ $\frac{1}{3}(2 - \sqrt{2})$

1-14. 10학년도 6월 평가원 30번

그림과 같이 양수 θ 에 대하여 $\angle AOB = \theta$, $\angle OAB = \frac{\pi}{2}$, $\overline{OA} = 10$ 인 직각삼각형 OAB 가 있다.

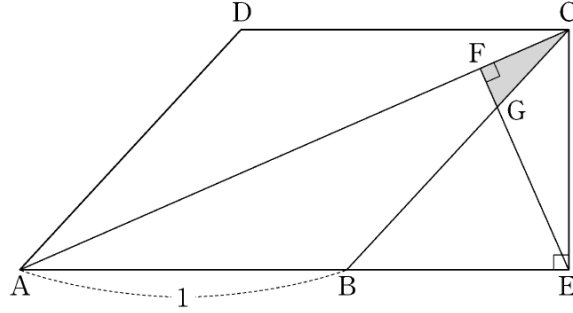
변 OB 위에 있는 $\overline{OC} = 10$ 인 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 $f(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



1-15. 18학년도 수능 17번

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다. 점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와 선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB = \theta$ 일 때, 삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{24}$

② $\frac{1}{20}$

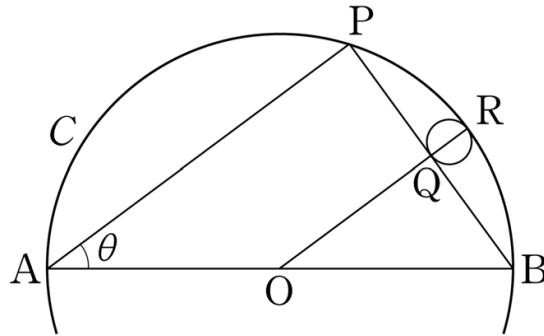
③ $\frac{1}{16}$

④ $\frac{1}{12}$

⑤ $\frac{1}{8}$

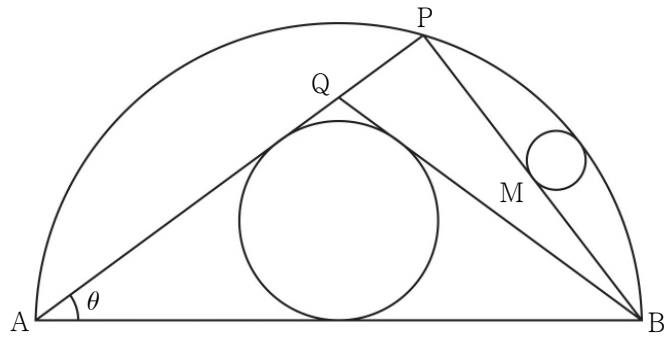
1-16. 12학년도 6월 평가원 27번

중심이 O 이고, 두 점 A, B 를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P 에 대하여 점 O 를 지나고 직선 AP 와 평행한 직선이 선분 PB 와 만나는 점을 Q , 호 PB 와 만나는 점을 R 라 하자. $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 Q 와 점 R 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{QR} < 1$ 이고, p 와 q 는 서로소인 정수이다.) [4점]



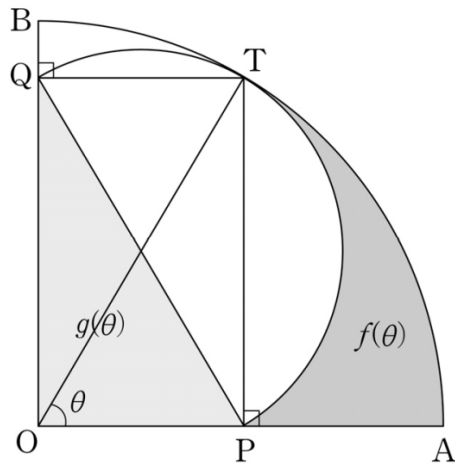
1-17. 16년 4월 교육청 29번

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 PB의 중점 M에서 선분 PB에 접하고 호 PB에 접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 AP 위에 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 가 되도록 점 Q를 잡고 삼각형 ABQ에 내접하는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



1-18. 11학년도 9월 평가원 30번

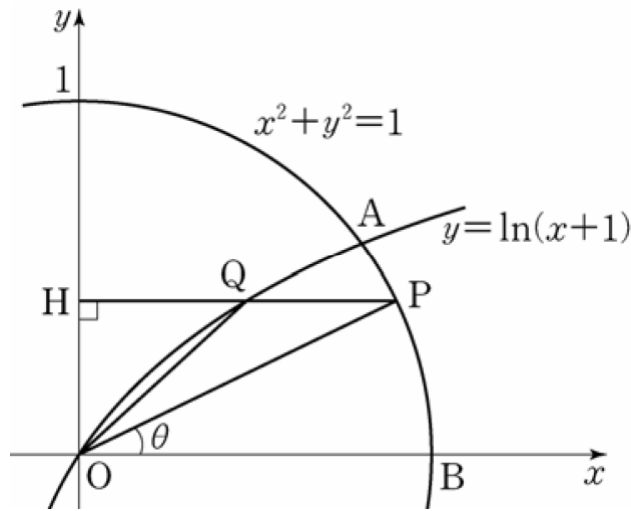
그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 T에서 선분 OA와 선분 OB에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하고 $\angle TOP = \theta$ 라 하자. 점 P와 점 Q를 지름의 양끝으로 하고 점 T를 지나는 반원을 C라 할 때, 반원 C의 호 TP, 선분 PA, 부채꼴 OAT의 호 AT로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 OPQ의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta + f(\theta)}{g(\theta)} = a$ 일 때, $100a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



1-19. 16학년도 수능 28번

그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A 라 하자. 점 B(1, 0)에 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle POB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 HQ의 길이를 $L(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{S(\theta)}{L(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, O는 원점이다.)

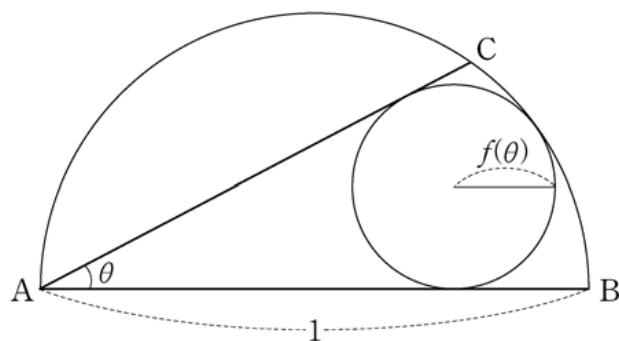
[4점]



1-20. 16학년도 6월 평가원 29번

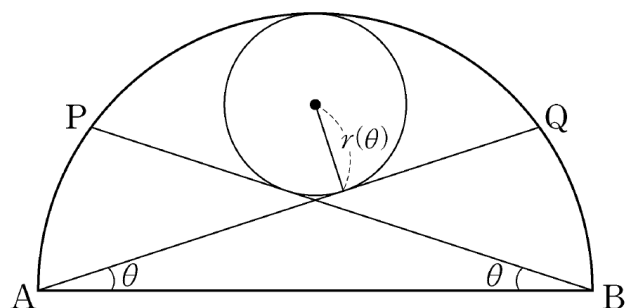
그림과 같이 길이가 1 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 점 C 를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자.
호 BC 와 두 선분 AB, AC 에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 이다. 100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



1-21. 13학년도 6월 평가원 29번

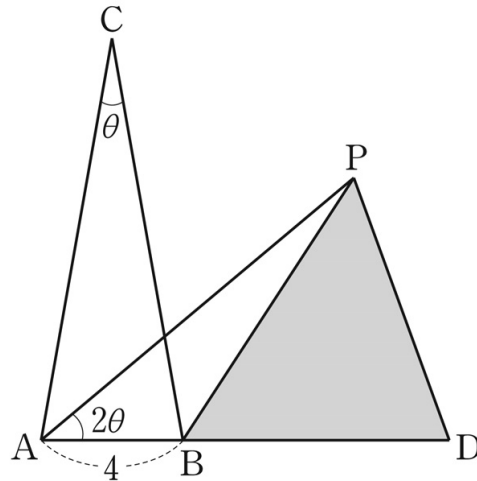
그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q 를 $\angle ABP = \angle BAQ = \theta$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{4}\right)$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 AQ, BP 와 호 PQ 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}-0} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4}-\theta} = p\sqrt{2}+q$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



1-22. 14학년도 수능 28번

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ACB = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이고 $\angle PAB = 2\theta$ 인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} (\theta \times S(\theta))$ 의 값을 구하시오. (단,

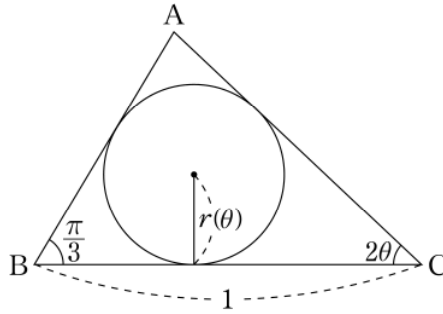
$0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



1-23. 17년 10월 교육청 12번

그림과 같이 $\overline{BC}=1$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\angle ACB = 2\theta$ 인 삼각형 ABC 에 내접하는 원의 반지름의 길이를

$r(\theta)$ 라 하자. $h(\theta) = \frac{r(\theta)}{\tan \theta}$ 일 때, $h'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$) [3점]



① $-\sqrt{3}$

② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

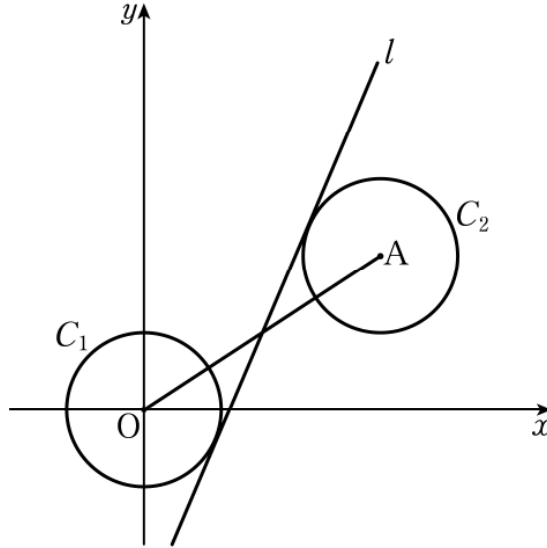
③ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\sqrt{3}$

1-24. 16년 3월 교육청 18번

좌표평면에 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 3 인 원 C_1 과 중심이 점 $A(t, 6)$ 이고 반지름의 길이가 3 인 원 C_2 가 있다. 그림과 같이 기울기가 양수인 직선 l 이 선분 OA 와 만나고, 두 원 C_1, C_2 에 각각 접할 때, 다음은 직선 l 의 기울기를 t 에 대한 식으로 나타내는 과정이다. (단, $t > 6$)



직선 OA 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α ,

점 O 를 지나고 직선 l 에 평행한 직선 m 이 직선 OA 와 이루는 예각의 크기를 β 라 하면

$$\tan \alpha = \frac{6}{t}$$

$$\tan \beta = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하면

$$\theta = \alpha + \beta$$

이므로

$$\tan \theta = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

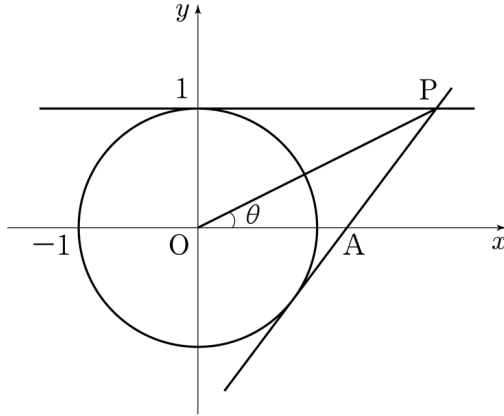
따라서 직선 l 의 기울기는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(t)$, $g(t)$ 라 할 때, $\frac{g(8)}{f(7)}$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

1-25. 14학년도 평가원 예비시행 16번

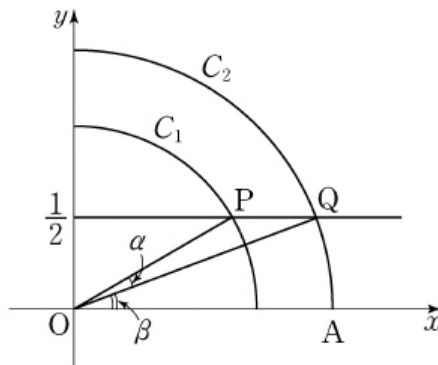
그림과 같이 직선 $y=1$ 위의 점 P에서 원 $x^2+y^2=1$ 에 그은 접선이 x 축과 만나는 점을 A라 하고, $\angle AOP = \theta$ 라 하자. $\overline{OA} = \frac{5}{4}$ 일 때, $\tan 3\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

1-26. 11학년도 6월 평가원 28번

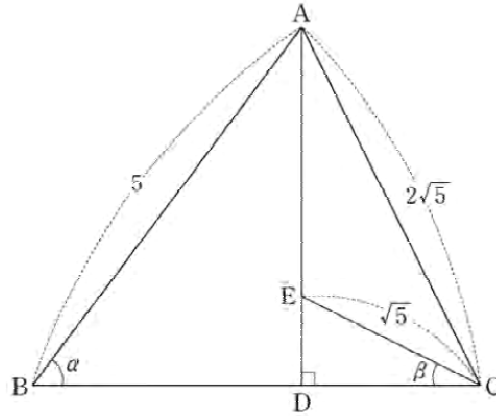
좌표평면에서 원점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, $\sqrt{2}$ 인 두 원 C_1 , C_2 가 있다. 직선 $y = \frac{1}{2}$ 이 원 C_1 , C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자. 점 $A(\sqrt{2}, 0)$ 에 대하여 $\angle QOP = \alpha$, $\angle AOQ = \beta$ 라고 할 때, $\sin(\alpha - \beta)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{3 - \sqrt{14}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{14}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{14}}{8}$ ④ $\frac{3 - \sqrt{21}}{8}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{21}}{8}$

1-27. 18학년도 수능 14번

그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하자. 선분 AD 를 $3:1$ 로 내분하는 점 E 에 대하여 $\overline{EC}=\sqrt{5}$ 이다. $\angle ABD=\alpha$, $\angle DCE=\beta$ 라 할 때, $\cos(\alpha-\beta)$ 의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{\sqrt{5}}{4}$

③ $\frac{3\sqrt{5}}{10}$

④ $\frac{7\sqrt{5}}{20}$

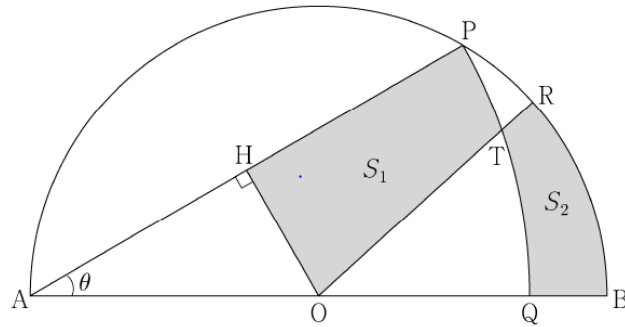
⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

1-28. 20학년도 6월 평가원 28번

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AP}$ 인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자. 호 PB 위에 점 R를 호 PR과 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자. 세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,

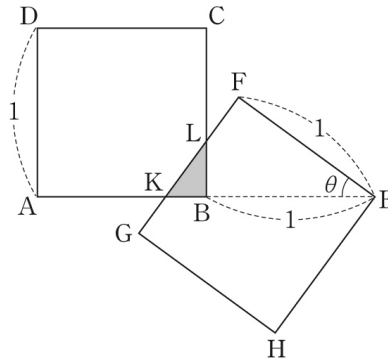
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S_1 - S_2}{\overline{OH}} = a$ 이다. $50a$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



1-29. 09학년도 6월 평가원 30번

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서 변 AB를 연장한 직선 위에 $\overline{BE}=1$ 인 점 E가 있다. 점 E를 꼭짓점으로 하고 한 변의 길이가 1인 정사각형 EFGH에 대하여 $\angle BEF = \theta$ 일 때, 변 FG와 변 AB의 교점을 K, 변 FG와 변 BC의 교점을 L이라 하자. 삼각형 KBL의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



Chapter 2 문제

2-1. 13학년도 6월 평가원 21번

함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$ 과 실수 m 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m 의 값은? [4점]

- ① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

2-2. 13학년도 9월 평가원 나형 21번

좌표평면에서 두 함수

$$f(x) = 6x^3 - x, \quad g(x) = |x - a|$$

의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① $-\frac{11}{18}$ ② $-\frac{5}{9}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{4}{9}$ ⑤ $-\frac{7}{18}$

2-3. 15학년도 수능 A형 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)$ 의 최솟값은? [4점]

(가) $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 1이다.

(나) $f(0) = f'(0)$

(다) $x \geq -1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f'(x)$ 이다.

① 28

② 33

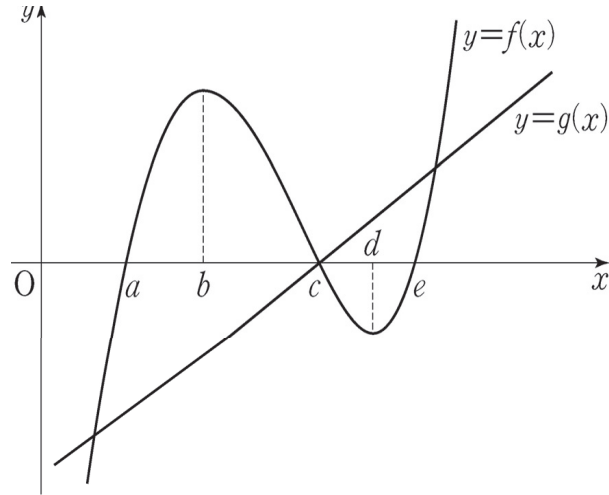
③ 38

④ 43

⑤ 48

2-4. 17학년도 6월 평가원 나형 18번

삼차함수 $y = f(x)$ 와 일차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 $f'(b) = f'(d) = 0$ 이다.



함수 $y = f(x)g(x)$ 는 $x = p$ 와 $x = q$ 에서 극소이다. 다음 중 옳은 것은? (단 $p < q$) [4점]

- ① $a < p < b$ 이고 $c < q < d$ 이다.
- ② $a < p < b$ 이고 $d < q < e$ 이다.
- ③ $b < p < c$ 이고 $c < q < d$ 이다.
- ④ $b < p < c$ 이고 $d < q < e$ 이다.
- ⑤ $c < p < d$ 이고 $d < q < e$ 이다.

2-5. 18학년도 6월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수 α 가 존재한다.
(나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

2-6. 18학년도 9월 평가원 나형 29번

두 삼차함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x)g(x) = (x-1)^2(x-2)^2(x-3)^2$$

을 만족시킨다. $g(x)$ 의 최고차항의 계수가 3이고, $g(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값을 가질 때, $f'(0) = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2-7. 18학년도 9월 평가원 나형 30번

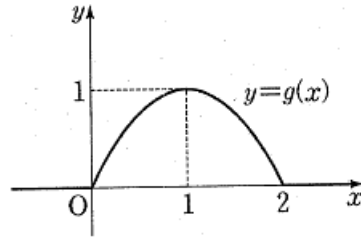
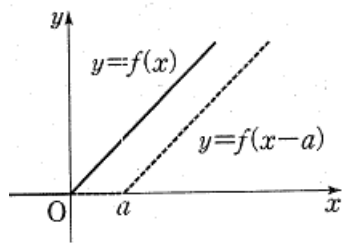
두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} x(2-x) & (|x-1| \leq 1) \\ 0 & (|x-1| > 1) \end{cases}$$

이다. 양의 실수 k, a, b ($a < b < 2$)에 대하여, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = k\{f(x) - f(x-a) - f(x-b) + f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x 에 대하여 $0 \leq h(x) \leq g(x)$ 일 때, $\int_0^2 \{g(x) - h(x)\}dx$ 의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b 에 대하여 $60(k+a+b)$ 의 값을 구하시오. [4점]



2-8. 18학년도 수능 나형 20번

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$

(나) 어떤 양수 k 에 대하여 두 열린 구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$ 에서 $f'(x)<0$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 것을 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$ 은 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 한 개의 실근을 갖는다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $f(0)=0$ 이면, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)\geq -\frac{1}{3}$ 이다.

① ㄱ

② ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2-9. 19학년도 9월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식

$$(f \circ f)(x) = x$$

의 모든 실근이 $0, 1, a, 2, b$ 이다.

$$f'(1) < 0, f'(2) < 0, f'(0) - f'(1) = 6$$

일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점]

2-10. 20학년도 6월 평가원 나형 18번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $g(0) + g'(0) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1) < \frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$ 의 최솟값이 0일 때, $g(2) = \frac{5}{2}$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Chapter 3 문제

3-1. 16학년도 6월 평가원 21번

2 이상의 자연수 n 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = e^{x+1}\{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a 의 최솟값을 $g(n)$ 이라 하자. $1 \leq g(n) \leq 8$ 을 만족시키는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

3-2. 17년 7월 교육청 20번

최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \int_0^x \frac{t}{f(t)} dt$$

일 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(-x) = -g'(x)$ 이다.
(나) 점 $(1, g(1))$ 은 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이다.

$g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{5} \ln 2$ ② $\frac{1}{4} \ln 2$ ③ $\frac{1}{3} \ln 2$ ④ $\frac{1}{2} \ln 2$ ⑤ $\ln 2$

3-3. 13학년도 수능 21번

함수 $f(x) = kx^2e^{-x}$ ($k > 0$)과 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 x 축까지의 거리와 y 축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$ ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

3-4. 19학년도 3월 교육청 20번

함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($0 < b < \frac{\pi}{2}$)에 대하여 함수 $g(x) = \sin(f(x))$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(-x) = -g'(x)$ 이다.

(나) 점 $(k, g(k))$ 는 곡선 $y = g(x)$ 의 변곡점이고 $2kg(k) = \sqrt{3}g'(k)$ 이다.

두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6}$ ④ $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$

3-5. 16년 10월 교육청 21번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 이다.

(나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.

(다) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \pi$

함수 $g(x) = \frac{\sin f(x)}{x}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x) + g(-x) = 0$ 이다.

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$

ㄷ. $f(\alpha) = \frac{\pi}{2} (\alpha > 0)$ 이면 방정식 $|g(x)| = \frac{1}{\alpha}$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2 이다.

① ㄱ

② ㄷ

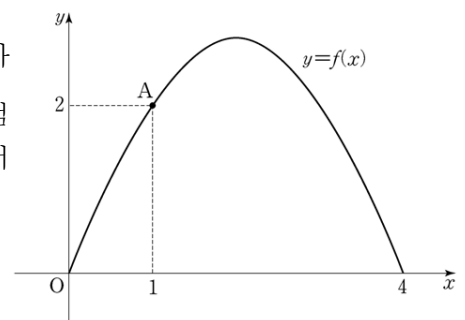
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3-6. 16학년도 6월 평가원 14번

닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4}x$ 의 그래프가 그림과 같고 직선 $y = g(x)$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $A(1, 2)$ 를 지난다. 일차함수 $g(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]



① π

② $\pi + 1$

③ $\pi + 2$

④ $\pi + 3$

⑤ $\pi + 4$

3-7. 05학년도 9월 평가원 26번

$0 < x < \frac{\pi}{4}$ 인 모든 x 에 대하여 부등식 $\tan 2x > ax$ 를 만족하는 a 의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3-8. 06학년도 수능 30번

양수 a 에 대하여 닫힌 구간 $[-a, a]$ 에서 함수

$$f(x) = \frac{x-5}{(x-5)^2 + 36}$$

의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 할 때, $M+m=0$ 이 되도록 하는 a 의 최솟값을 구하십시오. [4점]

3-9. 17년 7월 교육청 17번

함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{k}{x}$ 가 열린 구간 $(0, \infty)$ 에서 증가할 때, 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

3-10. 14년 4월 교육청 30번

함수 $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ 의 극댓값을 α 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$f(x) - \frac{\alpha}{n}x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

3-11. 17년 7월 교육청 30번

상수항을 포함한 모든 항의 계수가 유리수인 이차함수 $f(x)$ 가 있다. 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = |f'(x)|e^{f(x)}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극솟값을 갖는다.
- (나) 함수 $g(x)$ 의 최댓값은 $4\sqrt{e}$ 이다.
- (다) 방정식 $g(x) = 4\sqrt{e}$ 의 근은 모두 유리수이다.

$|f(-1)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

3-12. 18학년도 9월 평가원 30번

함수 $f(x) = \ln(e^x + 1) + 2e^x$ 에 대하여 이차함수 $g(x)$ 와 실수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $h(x) = |g(x) - f(x - k)|$ 는 $x = k$ 에서 최솟값 $g(k)$ 를 갖고, 닫힌구간 $[k - 1, k + 1]$ 에서 최댓값 $2e + \ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$ 를 갖는다.

$g'\left(k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2} < e < 3$ 이다.) [4점]

3-13. 16년 4월 교육청 27번

모든 실수 x 에 대하여 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x + 2) = f(x)$ 이다.
- (나) $0 \leq x \leq 1$ 일 때, $f(x) = \sin \pi x + 1$ 이다.
- (다) $1 < x < 2$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.

$\int_0^6 f(x)dx = p + \frac{q}{\pi}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 정수이다.) [4점]

3-14. 10년 10월 교육청 28번

연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+2)$ 이다.

(나) $\int_1^{\frac{3}{2}} f(2x)dx = 7, \int_1^{\frac{4}{3}} f(3x)dx = 1$

$\int_{2001}^{2012} f(x)dx$ 의 값은? [3점]

① 65

② 71

③ 82

④ 88

⑤ 99

3-15. 16학년도 6월 평가원 30번

정의역이 $\{x | 0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^8 f(x)dx$ 의

최댓값은 $p + \frac{q}{\ln 2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 자연수이고, $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

(가) $f(0) = 1$ 이고 $f(8) \leq 100$ 이다.

(나) $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수 k 에 대하여

$f(k+t) = f(k)$ ($0 < t \leq 1$) 또는

$f(k+t) = 2^t \times f(k)$ ($0 < t \leq 1$) 이다.

(다) 열린 구간 $(0, 8)$ 에서 함수 $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2 이다.

3-16. 18학년도 수능 30번

실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x)=\begin{cases} 1-|x-t| & (|x-t|\leq 1) \\ 0 & (|x-t|>1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k 에 대하여 함수

$$g(t)=\int_k^{k+8} f(x)\cos(\pi x)dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t=\alpha$ 에서 극소이고 $g(\alpha)<0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 45$ 이다.

$k-\pi^2\sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오. [4점]

3-17. 17년 4월 교육청 30번

최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 0과 2뿐이고 허근은 존재하지 않는다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^3}{f(x)}$ 이 존재한다.

(다) 함수 $\left| \frac{g(x)}{x} \right|$ 는 $x = \frac{5}{4}$ 에서 연속이고 미분가능하지 않다.

함수 $g(x)$ 의 극솟값을 k 라 할 때, $27k$ 의 값을 구하시오. [4점]

3-18. 13학년도 9월 평가원 나형 19번

단한 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = ax(x-2)^2 \quad \left(a > \frac{1}{2}\right)$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x$ 의 교점 중 원점 O 가 아닌 점을 A 라 하자. 점 P 가 원점으로 부터 점 A 까지 곡선 $y=f(x)$ 위를 움직일 때, 삼각형 OAP 의 넓이가 최대가 되는 점 P 의 x 좌표가 $\frac{1}{2}$ 이다. 상수 a 의 값은? [4점]

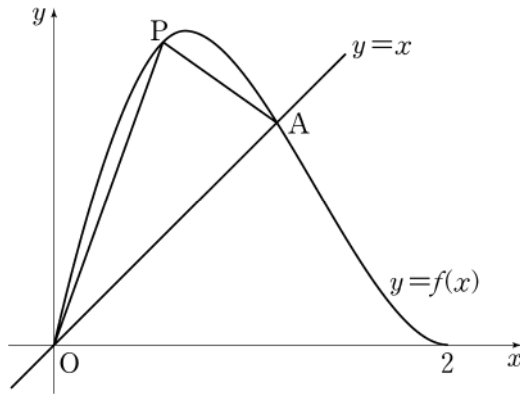
① $\frac{5}{4}$

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{17}{12}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{19}{12}$



3-19. 18학년도 수능 나형 29번

두 실수 a 와 k 에 대하여 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는

$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x \leq a) \\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a) \end{cases}, \quad g(x)=\begin{cases} 0 & (x \leq k) \\ 12(x-k) & (x > k) \end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq g(x)$ 이다.

k 의 최솟값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $a+p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

3-20. 19학년도 수능 나형 30번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선과 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, 0)$ 에서의 접선은 모두 x 축이다.
- (나) 점 $(2, 0)$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 개수는 2이다.
- (다) 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x > 0$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$g(x) \leq kx - 2 \leq f(x)$$

를 만족시키는 실수 k 의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha - \beta = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

3-21. 20학년도 6월 평가원 나형 30번

최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t 의 값의 집합은 $\{t \mid t = -1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

Chapter 4 문제

4-1. 18년 7월 교육청 19번

자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $f(x) = x^n - 1$, $g(x) = \log_3(x^4 + 2n)$ 이다.

함수 $h(x)$ 가 $h(x) = g(f(x))$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $h'(1) = 0$

ㄴ. 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 함수 $h(x)$ 는 증가한다.

ㄷ. $x > 0$ 일 때, 방정식 $h(x) = n$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

① ㄱ

② ㄴ

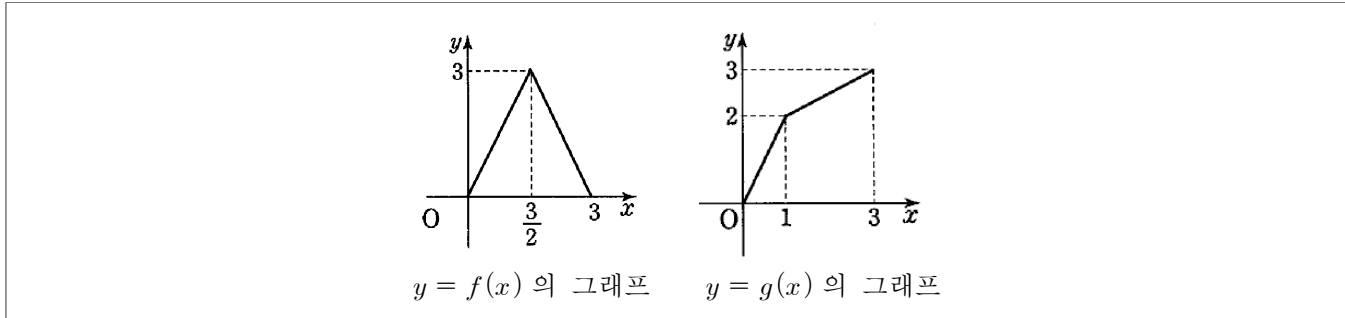
③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

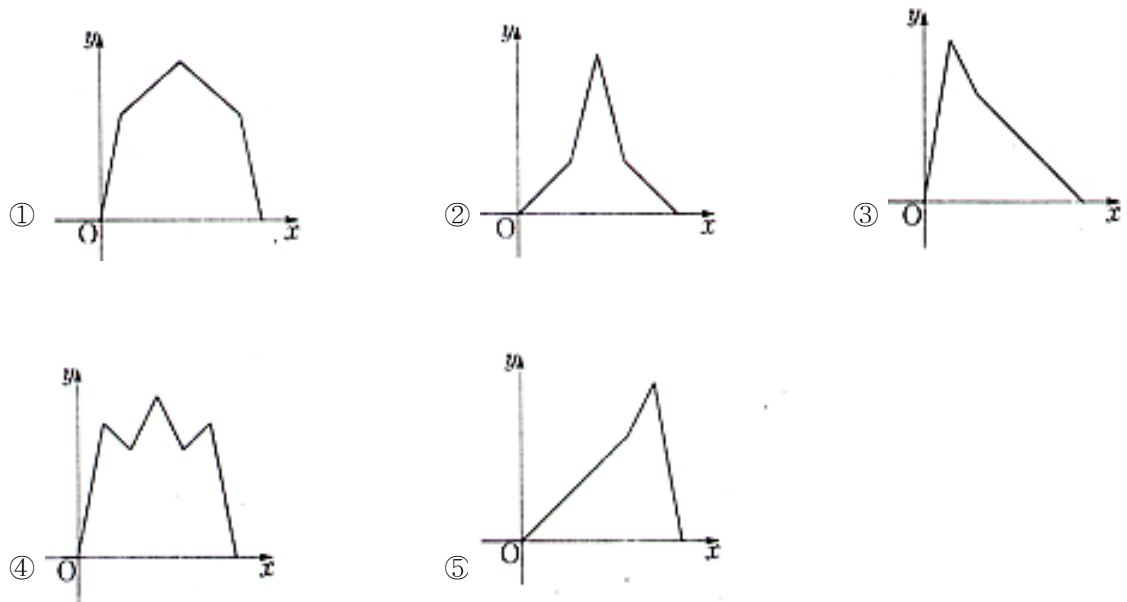
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4-2. 94학년도 1차 수능 7번

두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 각각 아래 그림과 같다.

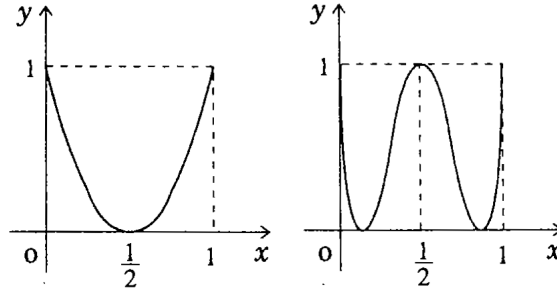


다음 중 $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형은? [3점]



4-3. 94학년도 2차 수능 17번

함수 $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$ ($0 \leq x \leq 1$)에 대하여, $y = f(x)$ 와 $y = f(f(x))$ 의 그래프 개형은 각각 다음과 같다.



이 때 집합 $\{x | f(f(f(x))) = x, 0 \leq x \leq 1\}$ 의 원소의 개수는? [4점]

- ① 16 ② 12 ③ 8 ④ 6 ⑤ 5

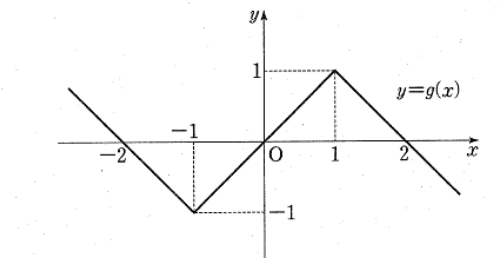
4-4. 18학년도 9월 평가원 나형 21번

실수 a, b, c 와 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ bx & (-1 \leq x < 1), \\ x+c & (x \geq 1) \end{cases},$$

$$g(x) = |x+1| - |x-1| - x$$

에 대하여, 합성함수 $g \circ f$ 는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다. $a+b+2c$ 의 값은? [4점]



① 2

② 1

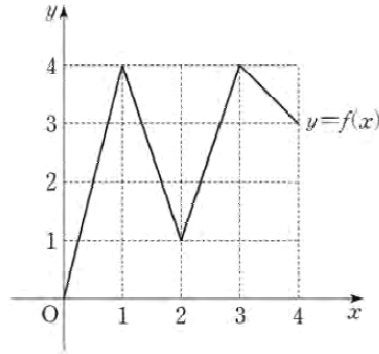
③ 0

④ -1

⑤ -2

4-5. 18학년도 수능 나형 21번

그림과 같이 닫힌 구간 $[0, 4]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 의 그래프는 점 $(0, 0)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$ 을 이 순서대로 선분으로 연결한 것과 같다.



다음 조건을 만족시키는 집합 $X = \{a, b\}$ 의 개수는? (단, $0 \leq a < b \leq 4$) [4점]

X 에서 X 로의 함수 $g(x) = f(f(x))$ 가 존재하고 $g(a) = f(a)$, $g(b) = f(b)$ 를 만족시킨다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

4-6. 19년 3월 30번

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 1 인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(0)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{e^x} = 0$) [4점]

(가) $f(1) = 0$, $f'(1) = 0$

(나) 방정식 $f(x) = 0$ 의 모든 실근은 10 이하의 자연수이다.

(다) 함수 $g(x) = \frac{3x}{e^{x-1}} + k$ 에 대하여 함수 $|(f \circ g)(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 자연수 k 의 개수는 4이다.

Chapter 5 문제

5-1. 17년 3월 교육청 28번

연속함수 $f(x)$ 와 그 역함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 1, f(3) = 3, f(7) = 7$

(나) $x \neq 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f''(x) < 0$ 이다.

(다) $\int_1^7 f(x)dx = 27, \int_1^3 g(x)dx = 3$

12 $\int_3^7 |f(x) - x| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

5-2. 18학년도 10월 교육청 21번

함수 $f(x) = -\frac{kx^3}{x^2+1}$ ($k > 1$)에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 곡선 $y = f^{-1}(x)$ 가 만나는 점의 x 좌표

중 가장 작은 값을 α , 가장 큰 값을 β 라 하자. 함수 $y = f(x - 2\beta) + 2\alpha$ 의 역함수 $g(x)$ 에 대하여 $f'(\beta) = 2g'(\alpha)$ 일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

① $\frac{5+2\sqrt{2}}{7}$ ② $\frac{6+2\sqrt{2}}{7}$ ③ $\frac{4+2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{5+2\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{6+2\sqrt{2}}{5}$

5-3. 18년 10월 교육청 30번

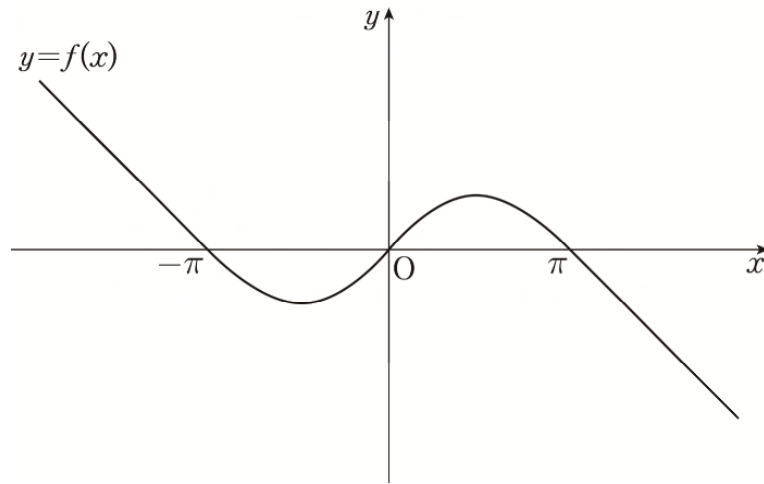
함수

$$f(x) = \begin{cases} -x - \pi & (x < -\pi) \\ \sin x & (-\pi \leq x \leq \pi) \\ -x + \pi & (x > \pi) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 부등식 $f(x) \leq f(t)$ 를 만족시키는 실수 x 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 예를 들어, $g(\pi) = -\pi$ 이다. 함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속일 때,

$$\int_{-\pi}^{\alpha} g(t) dt = -\frac{7}{4}\pi^2 + p\pi + q$$

이다. $100 \times |p + q|$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



5-4. 17학년도 수능 나형 30번

실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식

$$4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$$

가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

5-5. 19학년도 6월 평가원 나형 29번

함수

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x 좌표가 각각 -1 , 1 , 2 일 때, $2a + 4b - 10c$ 의 값을 구하시오. (단, a , b , c 는 상수이다.) [4점]

Chapter 6 문제

6-1. 19년 4월 교육청 21번

자연수 n 에 대하여 열린 구간 $(3n-3, 3n)$ 에서 함수

$$f(x) = (2x-3n)\sin 2x - (2x^2 - 6nx + 4n^2 - 1)\cos 2x$$

가 $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소가 되는 모든 α 의 값의 합을 a_n 이라 하자.

$\cos a_m = 0$ 이 되도록 하는 자연수 m 의 최솟값을 l 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{l+2} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① $7 + \frac{45}{2}\pi$ ② $8 + \frac{45}{2}\pi$ ③ $7 + \frac{47}{2}\pi$ ④ $8 + \frac{47}{2}\pi$ ⑤ $7 + \frac{49}{2}\pi$

6-2. 15년 4월 교육청 21번

함수 $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 e^x + k & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x) = |f(x)| - f(x)$ 가 다음 조건을 만족하도록

하는 정수 k 의 개수는? [4점]

(가) 함수 $g(x)$ 는 모든 실수에서 연속이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 미분가능하지 않은 점이 2개다.

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6-3. 05학년도 수능 28번

이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f'(-x) = f'(x)$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = 0$

ㄷ. $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 $x = a (a \neq 0)$ 에서 극댓값을 가지면 $f'(x)$ 는 $x = -a$ 에서 극솟값을 갖는다.

① ㄱ

② ㄴ

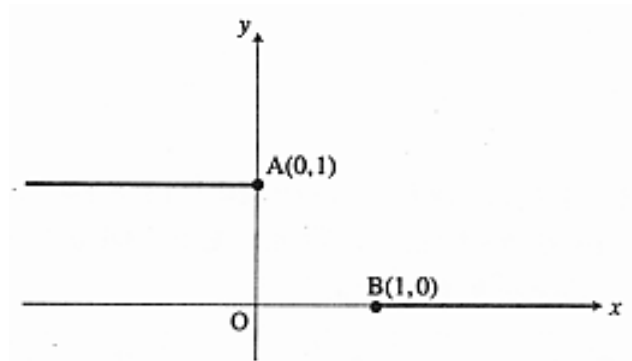
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6-4. 98학년도 수능 인문, 예체능계 29번

다음 그림은 함수 $y=1$ 과 함수 $y=0$ 의 그래프의 일부이다. 두 점 $A(0,1)$, $B(1,0)$ 사이를 $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $y=ax^3+bx^2+cx+1$ 의 그래프를 이용하여 연결하였다. 이렇게 연결된 그래프 전체를 나타내는 함수가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 미분가능하도록 상수 a , b , c 의 값을 정할 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하시오. [4 점]



6-5. 14학년도 수능 A형 21번

좌표평면에서 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 접선이 y 축과 만나는 점을 P 라 할 때, 원점에서 P 까지의 거리를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $f(x)$ 와 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$

(나) 함수 $g(t)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① 21

② 24

③ 27

④ 30

⑤ 33

6-6. 16학년도 수능 A형 21번

다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\frac{f'(0)}{f(0)}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자.

Mm 의 값은? [4점]

(가) 함수 $|f(x)|$ 는 $x = -1$ 에서만 미분가능하지 않다.

(나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 닫힌구간 $[3, 5]$ 에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\frac{1}{15}$

② $\frac{1}{10}$

③ $\frac{2}{15}$

④ $\frac{1}{6}$

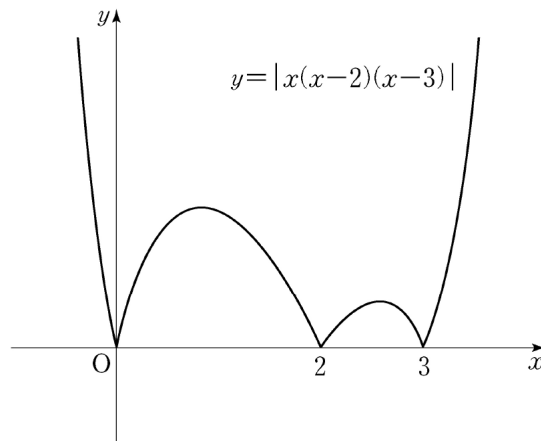
⑤ $\frac{1}{5}$

6-7. 17학년도 9월 평가원 나형 21번

다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 모든 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값은?

- (가) 방정식 $f(x) = 0$ 의 실근은 0, 2, 3뿐이다.
 (나) 실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $|x(x-2)(x-3)|$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

[4점]



- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

6-8. 19학년도 수능 나형 21번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x(x+3)$ 이다.

(나) $g(0) = 1$

$f(1)$ 이 자연수일 때, $g(2)$ 의 최솟값은? [4점]

① $\frac{5}{13}$

② $\frac{5}{14}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{5}{16}$

⑤ $\frac{5}{17}$

6-9. 20학년도 6월 평가원 나형 21번

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

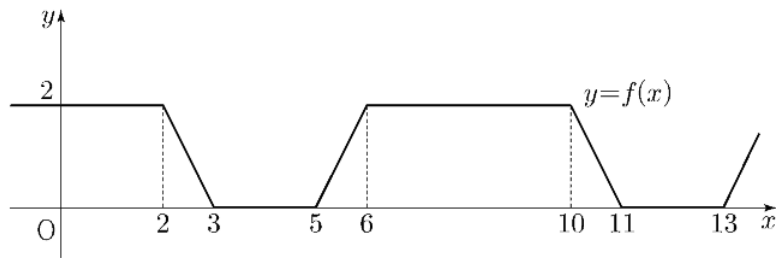
$$(가) \ f(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x < 2) \\ -2x+6 & (2 \leq x < 3) \\ 0 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이고 $f(x) = f(x-8)$ 이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} + n & (x \neq 0) \\ n & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$ 가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n 의 개수는? [4점]



① 30

② 32

③ 34

④ 36

⑤ 38

Chapter 7 문제

7-1. 12학년도 9월 평가원 20번

구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

$$(가) \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt = 1$$

$$(나) \cos x \int_0^x f(t)dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)dt \left(\text{단, } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \right)$$

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

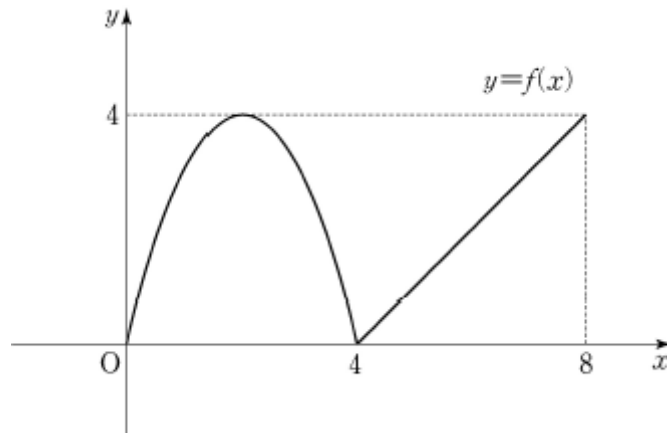
7-2. 17학년도 9월 평가원 나형 29번

구간 $[0, 8]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -x(x-4) & (0 \leq x < 4) \\ x-4 & (4 \leq x \leq 8) \end{cases}$$

이다. 실수 a ($0 \leq a \leq 4$)에 대하여 $\int_a^{a+4} f(x)dx$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



7-3. 19학년도 9월 평가원 나형 21번

사차함수 $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_{-x}^{2x} \{f(t) - |f(t)|\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 < x < 1$ 에서 $g(x) = c_1$ (c_1 은 상수)

(나) $1 < x < 5$ 에서 $g(x)$ 는 감소한다.

(다) $x > 5$ 에서 $g(x) = c_2$ (c_2 는 상수)

$f(\sqrt{2})$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① 40

② 42

③ 44

④ 46

⑤ 48

Chapter 8 문제

8-1. 13학년도 수능 12번

연속함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = e^{x^2} + \int_0^1 t f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^1 x f(x) dx$ 의 값은? [3점]

① $e - 2$

② $\frac{e-1}{2}$

③ $\frac{e}{2}$

④ $e - 1$

⑤ $\frac{e+1}{2}$

8-2. 15학년도 수능 28번

양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (a-t)e^t dt$ 의 최댓값이 32이다. 곡선 $y = 3e^x$ 과 두 직선 $x = a$, $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

8-3. 14학년도 9월 평가원 21번

자연수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 를 매개변수 t 로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = (2t^2 + nt + n)e^t \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수 $y = f(x)$ 는 $x = a_n$ 에서 최솟값 b_n 을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은?

[4점]

① $\frac{23}{2}$

② 12

③ $\frac{25}{2}$

④ 13

⑤ $\frac{27}{2}$

8-4. 05학년도 9월 평가원 29번

단면의 넓이가 $120 \text{ (m}^2\text{)}$ 로 일정한 원통형의 물탱크에 물이 5 (m) 까지 차있다. 이 물탱크의 바닥 중앙에 있는 넓이 $\frac{1}{5} \text{ (m}^2\text{)}$ 인 구멍으로 물이 빠지고 있다. 물탱크의 바닥으로부터 수면까지의 높이가 $y \text{ (m)}$ 일 때, 빠져나가는 물의 속력 $v \text{ (m/초)}$ 는 $v = \sqrt{20y}$ 로 주어진다고 하자. 다음은 이 식을 이용해서 물의 높이가 5 (m) 에서 $\frac{5}{4} \text{ (m)}$ 로 줄어들 때까지 걸리는 시간을 계산한 것이다.

<풀이>

v 와 y 가 시간에 따라 변하므로 v 와 y 의 관계식 $v = \sqrt{20y}$ 를 t 에 관하여 미분하여 v 와 y 의 시간에 따른 변화율 사이의 관계식을 구하면

$$\frac{dv}{dt} = \frac{10}{\sqrt{20y}} \frac{dy}{dt} = \frac{10}{v} \frac{dy}{dt} \dots\dots\dots (1)$$

한편, 물탱크에 있는 물의 양의 순간변화율은 그 순간 빠져나가는 물의 양과 부호만 다르므로

$$\boxed{\text{(가)}} \dots\dots\dots (2)$$

(2)식에서 얻은 $\frac{dy}{dt}$ 를 (1)식에 대입하여 정리하면

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{60}$$

따라서 구하는 시간은 $\boxed{\text{(나)}} \text{ (초)}$ 이다.

위의 풀이에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은? [4점]

	(가)	(나)
①	$120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{5}$	240
②	$120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{5}$	300
③	$120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{10}$	180
④	$120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{10}$	240
⑤	$120 \frac{dy}{dt} = -\frac{v}{10}$	300

8-5. 18년 3월 교육청 30번

함수

$$f(x) = \begin{cases} e^x & (0 \leq x < 1) \\ e^{2-x} & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

에 대하여 열린 구간 $(0, 2)$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x |f(x) - f(t)| dt$$

의 극댓값과 극솟값의 차는 $ae + b\sqrt[3]{e^2}$ 이다. $(ab)^2$ 의 값을 구하시오. [4점] (단, a, b 는 유리수이다.)

8-6. 19년도 사관학교 30번

함수 $f(x) = \frac{x}{e^x}$ 에 대하여 구간 $\left[\frac{12}{e^{12}}, \infty\right)$ 에서 정의된 함수

$$g(t) = \int_0^{12} |f(x) - t| dx$$

가 $t = k$ 에서 극솟값을 갖는다. 방정식 $f(x) = k$ 의 실근의 최솟값을 a 라 할 때, $g'(1) + \ln\left(\frac{6}{a} + 1\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

Chapter 9 문제

9-1. 18학년도 9월 평가원 18번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(t, f(t))$ ($t > 0$)에서 x 축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 점 A를 지나고 점 A에서의 접선과 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자. 모든 양수 t 에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{1}{2}(e^{3t} - 2e^{2t} + e^t)$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① $e-2$ ② e ③ $e+2$ ④ $e+4$ ⑤ $e+6$

9-2. 18년 7월 교육청 20번

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \text{ 모든 양의 실수 } x \text{에 대하여 } g(x) = \int_1^x \frac{f(t^2+1)}{t} dt$$

$$(나) \int_2^5 f(x) dx = 16$$

$g(2)=3$ 일 때, $\int_1^2 xg(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9-3. 17년 10월 교육청 16번

연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \neq 0$ 인 실수 x 에 대하여 $\{f(x)\}^2 f'(x) = \frac{2x}{x^2+1}$
 (나) $f(0) = 0$

$\{f(1)\}^3$ 의 값은? [4점]

- ① $2\ln 2$ ② $3\ln 2$ ③ $1+2\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $1+3\ln 2$

9-4. 05년 10월 교육청 26번

정적분 $\int_0^1 2x e^{x^2} dx$ 의 값은?(단, e 는 자연로그의 밑) [3점]

- ① $e-1$ ② e ③ $e+1$ ④ e^2-1 ⑤ e^2

9-5. 17년 3월 교육청 4번

$\int_1^{e^2} \frac{(\ln x)^3}{x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $2\ln 2$ ② 2 ③ $4\ln 2$ ④ 4 ⑤ $6\ln 2$

9-6. 16년 10월 교육청 23번

함수 $f(x) = 8x^2 + 1$ 에 대하여 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f'(\sin x) \cos x \, dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

9-7. 17년 3월 교육청 16번

연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 12, \quad \int_0^1 xf(x) dx = \int_0^{-1} xf(x) dx$$

를 만족시킨다. $\int_{-1}^x f(t) dt = F(x)$ 라 할 때, $\int_{-1}^1 F(x) dx$ 의 값은? [4점]

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

9-8. 17년 3월 교육청 21번

구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad F(x) = f(x) - x$$

$$(나) \quad \int_0^1 F(x)dx = e - \frac{5}{2}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

$$\neg. \quad F(1) = e$$

$$\neg. \quad \int_0^1 xF(x)dx = \frac{1}{6}$$

$$\sqsubset. \quad \int_0^1 \{F(x)\}^2 dx = \frac{1}{2}e^2 - 2e + \frac{11}{6}$$

① $\neg$

② $\sqsubset$

③ $\neg, \neg$

④ $\neg, \sqsubset$

⑤ $\neg, \neg, \sqsubset$

9-9. 14학년도 9월 평가원 30번

두 연속함수 $f(x), g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x \leq 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$ 이다. $\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 정수이다.) [4점]

9-10. 14학년도 수능 21번

연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

$f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t)dt$ 이다. $f(1) = 1$ 일 때, $\pi^2 \int_0^1 xf(x+1)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $2(\pi - 2)$ ② $2\pi - 3$ ③ $2(\pi - 1)$ ④ $2\pi - 1$ ⑤ 2π

9-11. 14년 4월 교육청 15번

$\int_{e^2}^{e^3} \frac{a + \ln x}{x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) \cos x dx$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9-12. 12년 3월 교육청 15번

열린 구간 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x) = 1 + \{f(x)\}^2$

(나) $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

함수 $g(x) = \ln f'(x)$ 에 대하여 $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9-13. 10학년도 9월 평가원 28번

함수 $f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+t^6} dt$ 에 대하여 상수 a 가 $f(a) = \frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때, $\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6} dx$ 의 값은?
[3점]

- ① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$ ② $\sqrt{e}-1$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$ ⑤ $\sqrt{e}+1$

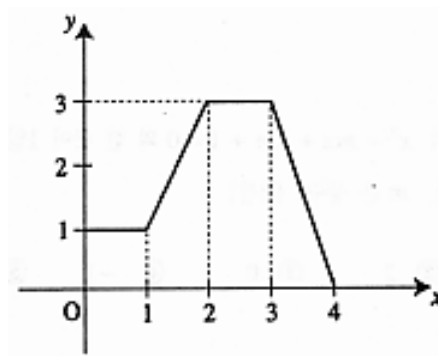
9-14. 07학년도 수능 27번

1보다 큰 실수 a 에 대하여 $f(a) = \int_1^a \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx$ 라 할 때, $f(a^4)$ 과 같은 것은? [3점]

- ① $4f(a)$ ② $8f(a)$ ③ $12f(a)$ ④ $16f(a)$ ⑤ $20f(a)$

9-15. 98학년도 수능 13번

다음 그림은 $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다. 정적분 $\int_0^1 f(2x+1)dx$ 의 값은?
[2점]



- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

9-16. 15년 10월 교육청 27번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1) = 2$

(나) $\int_0^1 (x-1)f'(x+1)dx = -4$

$\int_1^2 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단, $f'(x)$ 는 연속함수이다.) [4점]

9-17. 15년 4월 교육청 17번

자연수 n 에 대하여 함수 $f(n) = \int_1^n x^3 e^{x^2} dx$ 라 할 때, $\frac{f(5)}{f(3)}$ 의 값은? [4점]

① e^{14}

② $2e^{16}$

③ $3e^{16}$

④ $4e^{18}$

⑤ $5e^{18}$

9-18. 14년 7월 교육청 9번

$x > 0$ 에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

(나) $f(x) + xf'(x) = x \cos x$

$f(\pi)$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{2}{\pi}$

② $-\frac{1}{\pi}$

③ 0

④ $\frac{1}{\pi}$

⑤ $\frac{2}{\pi}$

9-19. 12년 7월 교육청 6번

양의 실수를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = x$, $h(x) = \ln x$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족하는 함수 $g(x)$ 가 있다. 이때, $g(e)$ 의 값은? [3점]

- (가) $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = h(x)$
 (나) $g(1) = -1$

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9-20. 03학년도 수능 8번

함수 $f(x)$ 는 연속함수이고 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식이 성립한다.

$$f(x) - 2 \int_0^x e^t f(t) dt = 1$$

이때, $f''(0)$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이고, $f''(x)$ 는 $f(x)$ 의 이계도함수이다.) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9-21. 18학년도 수능 15번

함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1 + e^{-t}} dt$$

일 때, $(f \circ f)(a) = \ln 5$ 를 만족시키는 실수 a 의 값은? [4점]

- ① $\ln 11$ ② $\ln 13$ ③ $\ln 15$ ④ $\ln 17$ ⑤ $\ln 19$

9-22. 14학년도 평가원 예비시행 21번

함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$ 일 때 $f(x) = \frac{(x^2-1)^2}{x^4+1}$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_{-2}^2 f(x)dx = 4 \int_0^1 f(x)dx$

ㄴ. $1 < x < 2$ 일 때, $f'(x) > 0$ 이다.

ㄷ. $\int_1^3 x|f'(x)|dx = 4$

① ㄴ

② ㄷ

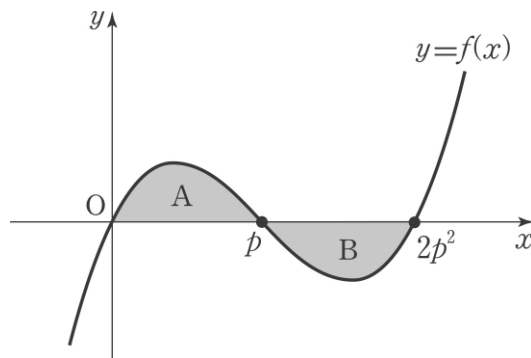
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9-23. 05학년도 9월 평가원 27번

연속함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다. 이 곡선과 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B의 넓이가 각각 α , β 일 때, 정적분 $\int_0^p xf(2x^2)dx$ 의 값은? (단, $p > \frac{1}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$

② $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

③ $\alpha + \beta$

④ $\frac{1}{4}(\alpha + \beta)$

⑤ $\frac{1}{4}(\alpha - \beta)$

9-24. 20학년도 6월 평가원 20번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) > 0$

(나) $\ln f(x) + 2 \int_0^x (x-t)f(t)dt = 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x > 0$ 에서 함수 $f(x)$ 는 감소한다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 1이다.

ㄷ. 함수 $F(x)$ 를 $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 할 때, $f(1) + \{F(1)\}^2 = 1$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9-25. 18학년도 수능 나형 30번

이차함수 $f(x) = \frac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 1$ 일 때, $g(x) = f(x)$ 이다.

(나) $n \leq x < n+1$ 일 때, $g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x$ 이다. (단, n 은 자연수이다.)

어떤 자연수 k ($k \geq 6$)에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ 2x - g(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \int_0^n h(x) dx$ 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - n^2) = \frac{241}{768}$ 이다. k 의 값을 구하시오.

[4점]

Chapter 10 문제

10-1. 08학년도 수능 27번

함수 $f(x) = x + \sin x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (f \circ f)(x)$$

로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

- ㄱ. 함수 $f(x)$ 의 그래프는 개구간 $(0, \pi)$ 에서 위로 볼록하다.
- ㄴ. 함수 $g(x)$ 는 개구간 $(0, \pi)$ 에서 증가한다.
- ㄷ. $g'(x) = 1$ 인 실수 x 가 개구간 $(0, \pi)$ 에 존재한다.

① ㄱ

② ㄷ

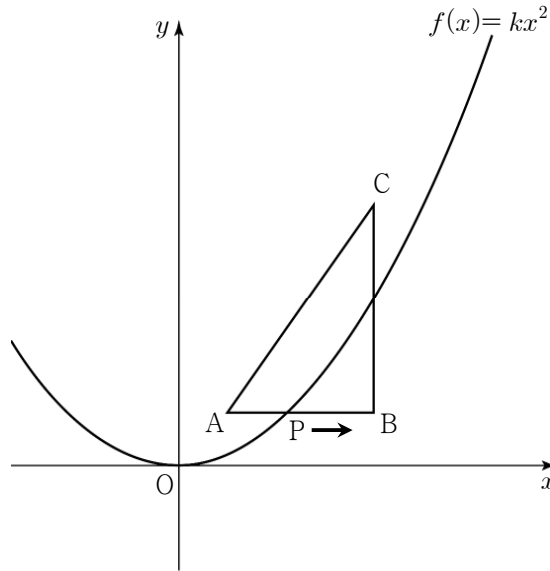
③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10-2. 17년 4월 교육청 20번

그림과 같이 세 점 $A(1, 1)$, $B(4, 1)$, $C(4, 5)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 점 P 는 점 A 를 출발하여 삼각형 ABC 의 변을 따라 점 B 를 지나 점 C 까지 매초 1의 일정한 속력으로 움직이고 이차함수 $f(x)=kx^2$ 의 그래프가 점 P 를 지난다. t 초 후 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 P 에서의 접선의 기울기를 $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 P 는 한 번 지나간 점은 다시 지나가지 않는다.) [4점]



<보 기>

ㄱ. $0 \leq t < 3$ 일 때 점 P 의 좌표는 $(t+1, 1)$

ㄴ. $g(t) = \frac{2}{t+1}$ ($0 \leq t < 3$)

ㄷ. $\int_0^7 g(t)dt = 6 + 4\ln 2$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

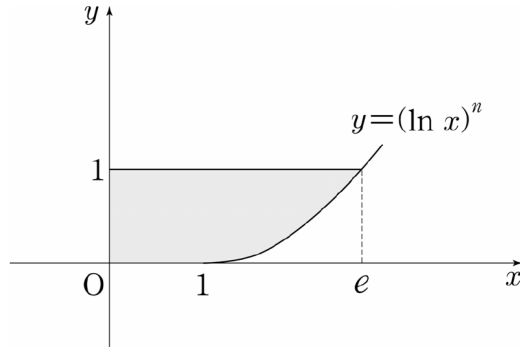
③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ...

10-3. 12학년도 6월 평가원 18번

2이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = (\ln x)^n$ ($x \geq 1$)과 x 축, y 축 및 $y=1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $1 \leq x \leq e$ 일 때, $(\ln x)^n \geq (\ln x)^{n+1}$ 이다.

ㄴ. $S_n < S_{n+1}$

ㄷ. 함수 $f(x) = (\ln x)^n$ ($x \geq 1$)의 역함수를 $g(x)$ 라 하면 $S_n = \int_0^1 g(x) dx$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

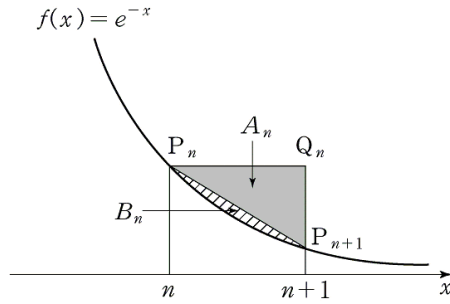
③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10-4. 06학년도 수능 28번

함수 $f(x) = e^{-x}$ 과 자연수 n 에 대하여 점 P_n, Q_n 을 각각 $P_n(n, f(n)), Q_n(n+1, f(n))$ 이라 하자. 삼각형 $P_n P_{n+1} Q_n$ 의 넓이를 A_n , 선분 $P_n P_{n+1}$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 B_n 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



<보 기>

㉠. $\int_n^{n+1} f(x)dx = f(n) - (A_n + B_n)$

㉡. $\sum_{n=1}^{\infty} A_n = \frac{1}{2e}$

㉢. $\sum_{n=1}^{\infty} B_n = \frac{3-e}{2e(e-1)}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

10-5. 18년 4월 교육청 21번

$\frac{3}{5} < x < 4$ 에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 2$ 이고

$$f'(x) = \frac{1 - x^2 \{f(x)\}^3}{x^3 \{f(x)\}^2}$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

	<보 기>	
ㄱ. $g'(2) = -\frac{4}{7}$		
ㄴ. $g(x) = \frac{1}{3}x^3\{g(x)\}^3 - \frac{5}{3}$		
ㄷ. $2 < g(1) < \frac{5}{2}$		

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10-6. 12학년도 수능 18번

정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq \pi\}$ 인 함수 $f(x) = 2x \cos x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

	<보 기>	
ㄱ. $f'(a) = 0$ 이면 $\tan a = \frac{1}{a}$ 이다.		
ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 극댓값을 가지는 a 가 구간 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$ 에 있다.		
ㄷ. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 방정식 $f(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.		

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10-7. 19년 3월 교육청 21번

함수 $f(x)$ 의 도함수가 $f'(x) = xe^{-x^2}$ 이다. 모든 실수 x 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$$(가) \quad g(x) = \int_1^x f'(t)(x+1-t)dt$$

$$(나) \quad f(x) = g'(x) - f'(x)$$

<보 기>

$$ㄱ. \quad g'(1) = \frac{1}{e}$$

$$ㄴ. \quad f(1) = g(1)$$

ㄷ. 어떤 양수 x 에 대하여 $g(x) < f(x)$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Chapter 11 문제

11-1. 15년 3월 교육청 A형 10번

지수함수 $y = 3^x$ 의 그래프 위의 한 점 A의 y 좌표가 $\frac{1}{3}$ 이다. 이 그래프 위의 한 점 B에 대하여 선분 AB를 1:2로 내분하는 점 C가 y 축 위에 있을 때, 점 B의 y 좌표는? [3점]

- ① 3 ② $3\sqrt[3]{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt[3]{9}$ ⑤ 9

11-2. 16년 7월 교육청 15번

두 곡선 $y = 2^x$, $y = -4^{x-2}$ 이 y 축과 평행한 한 직선과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때, 삼각형 AOB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 8

11-3. 17학년도 6월 평가원 10번

부등식 $\log_3(x-1) + \log_3(4x-7) \leq 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11-4. 19학년도 6월 평가원 14번

직선 $x = k$ 가 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = -\log_2(8 - x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 2$ 가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 곱은? (단, $0 < k < 8$) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

11-5. 15학년도 6월 평가원 26번

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) \ln x^4$$

이라 하자. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(e, -e)$ 에서의 접선과 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(e, -4e)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, $100f'(e)$ 의 값을 구하시오. [4점]

11-6. 10년 10월 교육청 나형 10번

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 다음 조건을 만족시킨다.

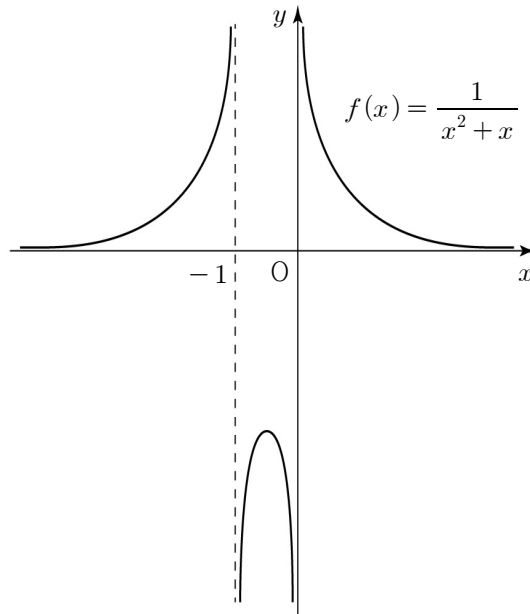
- (가) $-2 \leq x \leq 0$ 일 때, $f(x) = |x+1| - 1$
 (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) + f(-x) = 0$
 (다) 모든 실수 x 에 대하여 $f(2-x) = f(2+x)$

$-10 \leq x \leq 10$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프의 교점의 개수는? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

11-7. 16년 7월 교육청 14번

함수 $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$ 의 그래프는 그림과 같다.



$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln \frac{9}{8}$ ② $\ln \frac{5}{4}$ ③ $\ln \frac{11}{8}$ ④ $\ln \frac{3}{2}$ ⑤ $\ln \frac{13}{8}$

11-8. 20학년도 6월 평가원 16번

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)\cos x}{e^x}$$

라 하자. $g'(\pi) = e^\pi g(\pi)$ 일 때, $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)}$ 의 값은? (단, $f(\pi) \neq 0$) [4점]

- ① $e^{-2\pi}$ ② 1 ③ $e^{-\pi} + 1$ ④ $e^\pi + 1$ ⑤ $e^{2\pi}$

11-9. 02학년도 수능 인문계 21번

함수 $f(x) = x^2 - x - 6$, $g(x) = x^2 - ax + 4$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수 a 의 범위는? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.) [3점]

① $a \leq -1, a \geq 1$

② $-1 \leq a \leq 1$

③ $a \leq -2, a \geq 2$

④ $-2 \leq a \leq 2$

⑤ $-4 \leq a \leq 4$

빠른 정답

Chapter 1

1	③	2	①	3	20	4	11	5	②
6	①	7	①	8	③	9	④	10	①
11	③	12	25	13	④	14	20	15	③
16	17	17	4	18	50	19	30	20	25
21	8	22	16	23	②	24	⑤	25	④
26	④	27	⑤	28	40	29	65		

Chapter 2

1	②	2	④	3	⑤	4	②	5	243
6	10	7	200	8	③	9	40	10	⑤

Chapter 3

1	④	2	④	3	⑤	4	③	5	③
6	③	7	④	8	11	9	③	10	34
11	71	12	6	13	12	14	④	15	128
16	21	17	50	18	②	19	32	20	5
21	19								

Chapter 4

1	③	2	①	3	③	4	②	5	②
6	77								

Chapter 5

1	24	2	②	3	350	4	65	5	20
---	----	---	---	---	-----	---	----	---	----

Chapter 6

1	①	2	①	3	①	4	13	5	④
6	②	7	②	8	①	9	①		

Chapter 7

1	④	2	43	3	④				
---	---	---	----	---	---	--	--	--	--

Chapter 8

1	④	2	96	3	②	4	②	5	36
6	18								

Chapter 9

1	①	2	①	3	②	4	①	5	④
6	6	7	④	8	④	9	17	10	①
11	②	12	③	13	②	14	②	15	④
16	6	17	③	18	②	19	③	20	③
21	④	22	⑤	23	⑤	24	⑤	25	9

Chapter 10

1	⑤	2	⑤	3	⑤	4	⑤	5	⑤
6	⑤	7	②						

Chapter 11

1	⑤	2	①	3	③	4	②	5	50
6	⑤	7	④	8	④	9	④		