< 정답표 >

1.	②	**2.**	③	**3.**	⑤	**4.**	②	**5.**	②
6.	③	**7.**	⑤	**8.**	③	**9.**	④	**10.**	④
11.	⑤	**12.**	①	**13.**	③	**14.**	②	**15.**	③
16.	③	**17.**	②	**18.**	①	**19.**	③	**20.**	④
21.	①	**22.**	11	**23.**	6	**24.**	5	**25.**	4
26.	42	**27.**	8	**28.**	12	**29.**	25	**30.**	396

1 **[출제의도] 로그를 계산하여 값을 구한다.**

$\log_6 4+\log_6 9=\log_6(4\times 9)=\log_6 6^2=2\log_6 6=2$

2 **[출제의도] 합집합의 원소의 개수를 구한다.**

$A\cup B=\{1,2,3,4,5\}$ 이므로
$n(A\cup B)=5$

3 **[출제의도] 수열의 극한값을 구한다.**

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+2}-2^n}{4^n+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{16-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1+\left(\frac{1}{4}\right)^n}=\frac{16-0}{1+0}=16$$

4 **[출제의도] 순열과 조합을 계산하여 값을 구한다.**

${}_n\mathrm{P}_2-{}_7\mathrm{C}_2=n(n-1)-\frac{7\times 6}{2\times 1}=21$

정리하면 $n^2-n-42=(n-7)(n+6)=0$
n은 자연수이므로 $n=7$

5 **[출제의도] 합성함수와 역함수를 이해하여 함숫값을 구한다.**

$(f^{-1}\circ g)(3)=f^{-1}(g(3))=f^{-1}(1)$
$f^{-1}(1)=a$라 하면 $f(a)=1$ 이므로
$a=2$

6 **[출제의도] 등차수열의 성질을 이해하여 주어진 식의 값을 구한다.**

$a_1=a$, 등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하자.
a_1, a_1+a_2, a_2+a_3 이 순서대로 등차수열을 이루므로
$2(a_1+a_2)=a_1+(a_2+a_3)$
$a_1+a_2=a_3$
$a+(a+d)=a+2d$ 이므로 $a=d$

$\frac{a_3}{a_2}=\frac{a+2d}{a+d}=\frac{3d}{2d}=\frac{3}{2}$

7 **[출제의도] 이산확률분포의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 확률을 구한다.**

$a+\left(a+\frac{1}{4}\right)+\left(a+\frac{1}{2}\right)=1$ 에서 $3a+\frac{3}{4}=1$, $a=\frac{1}{12}$

$\mathrm{P}(X\le 2)=1-\mathrm{P}(X=3)=1-\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{12}$

8 **[출제의도] 명제와 진리집합의 관계를 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.**

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x\mid -a\le x\le a\}$, $Q=\{x\mid -3\le x\le 7\}$
명제 $p\to q$가 참이면 $P\subset Q$이어야 하므로
$-a\ge -3$, $a\le 7$
따라서 $a\le 3$이고 a의 최댓값은 3

9 **[출제의도] 독립사건을 이해하여 확률을 구한다.**

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}\mathrm{P}(B)=\frac{3}{16}$

$\mathrm{P}(B)=\frac{3}{8}$이므로 $\mathrm{P}(B^C)=\frac{5}{8}$

10 **[출제의도] 조건부확률을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.**

A 대학을 희망한 학생 수는 50명이고
이 학생 중 3반 여학생은 11명이므로,
구하는 확률은 $\frac{11}{50}$

11 **[출제의도] 여사건의 확률을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.**

A 또는 B가 뽑힐 확률은 1에서 A, B 모두 뽑히지 않을 확률을 뺀 값이다.
8명 중 5명을 뽑는 경우의 수는 ${}_8\mathrm{C}_5=56$,
A, B가 모두 뽑히지 않는 경우의 수는 ${}_6\mathrm{C}_5=6$이므로
A 또는 B가 뽑힐 확률은 $1-\frac{6}{56}=\frac{50}{56}=\frac{25}{28}$

12 **[출제의도] 정적분을 활용하여 점이 움직인 거리를 구한다.**

시각 t에서의 점 P의 속도 $v(t)$는

$v(t)=\frac{dx}{dt}=4t^3+3at^2$

$v(2)=32+12a=0$에서 $a=-\frac{8}{3}$이므로 $v(t)=4t^3-8t^2$

$t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리를 s라 하면

$$s=\int_0^2|4t^3-8t^2|dt=\int_0^2(8t^2-4t^3)dt=\left[\frac{8}{3}t^3-t^4\right]_0^2=\frac{16}{3}$$

13 **[출제의도] 수열의 규칙성을 추측하여 수열의 합을 구한다.**

$a_1 = \frac{1}{5}$, $a_2 = 2a_1 = \frac{2}{5}$,

$a_3 = 2a_2 = \frac{4}{5}$, $a_4 = 2a_3 = \frac{8}{5}$,

$a_5 = a_4 - 1 = \frac{3}{5}$, $a_6 = 2a_5 = \frac{6}{5}$,

$a_7 = a_6 - 1 = \frac{1}{5}$, $\cdots$

이므로 $a_n = a_{n+6}\ (n \geq 1)$ 이 성립한다.

$20 = 3 \times 6 + 2$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{20} a_n = 3 \times \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{8}{5} + \frac{3}{5} + \frac{6}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right)$$

$$= 3 \times \frac{24}{5} + \frac{3}{5} = 15$$

14 **[출제의도] 함수의 연속의 성질을 이해하여 미정계수를 구한다.**

함수 $f(x)g(x)$ 가 $x = 2$ 에서 연속이 되기 위해서는

$\lim_{x \to 2} f(x)g(x) = f(2)g(2)$ 이어야 한다.

$$\lim_{x \to 2-} f(x)g(x) = \lim_{x \to 2-} \{(-x^2 + a) \times (x - 4)\}$$
$$= (-4 + a) \times (-2) = 8 - 2a$$

$$\lim_{x \to 2+} f(x)g(x) = \lim_{x \to 2+} \left\{(x^2 - 4) \times \frac{1}{x-2}\right\}$$
$$= \lim_{x \to 2+} (x + 2) = 4$$

$$f(2)g(2) = (-4 + a) \times (-2) = 8 - 2a$$

이므로 $8 - 2a = 4$, $a = 2$

15 **[출제의도] 내분하는 점을 구하여 수열의 합을 구하는 문제를 해결한다.**

선분 OA를 $2^n : 1$ 로 내분하는 점 P_n 의 좌표는

$\left(\frac{2^n}{2^n + 1},\ 0\right)$ 이므로 $l_n = \frac{2^n}{2^n + 1}$

$$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{l_n} = \sum_{n=1}^{10} \frac{2^n + 1}{2^n} = \sum_{n=1}^{10} \left\{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

$$= \sum_{n=1}^{10} 1 + \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 10 + \frac{\frac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right\}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= 10 + \left\{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right\} = 11 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

16 **[출제의도] 조건부확률의 뜻을 이용하여 조건부확률을 구하는 문제를 해결한다.**

주머니에서 임의로 꺼낸 3개의 공 중에서 흰 공이 2개, 검은 공이 1개일 확률은 $\frac{{}_4\mathrm{C}_2 \times {}_4\mathrm{C}_1}{{}_8\mathrm{C}_3} = \frac{24}{56}$

검은 공에 적힌 수가 흰 공 2개에 적힌 수의 합보다 큰 경우는 다음 표와 같다.

흰 공에 적힌 두 수	검은 공에 적힌 수
1, 2	5 또는 7 또는 9
1, 3	5 또는 7 또는 9
1, 4	7 또는 9
2, 3	7 또는 9
2, 4	7 또는 9
3, 4	9

따라서 검은 공에 적힌 수가 흰 공 2개에 적힌 두 수의 합보다 클 확률은 $\frac{3+3+2+2+2+1}{{}_8\mathrm{C}_3} = \frac{13}{56}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{\frac{13}{56}}{\frac{24}{56}} = \frac{13}{24}$

17 **[출제의도] 모비율의 신뢰구간을 이해하여 실생활과 관련된 문제를 해결한다.**

표본비율 $\hat{p} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ 이고 표본의 크기는 100 이므로 출근 소요 시간이 60 분 이상 120 분 미만인 직원의 비율 p 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은

$$\frac{4}{5} - 1.96 \times \sqrt{\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{100}} \leq p \leq \frac{4}{5} + 1.96 \times \sqrt{\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{100}}$$

$$5000(b - a) = 5000 \times 2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{100}}$$
$$= 5000 \times 2 \times 1.96 \times \frac{4}{100}$$
$$= 784$$

18 **[출제의도] 이산확률분포에서 조건을 만족시키는 n의 최솟값을 구하는 과정을 증명한다.**

전체 공의 개수는 $n+(n-1)+\cdots+1=\dfrac{n(n+1)}{2}$ 이므로

$\mathrm{P}(X=k)=\dfrac{n-k+1}{\dfrac{n(n+1)}{2}}=\dfrac{2(n-k+1)}{\boxed{n(n+1)}}$

확률변수 X의 평균은

$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X)&=\sum_{k=1}^{n}k\mathrm{P}(X=k)\\&=\frac{2}{\boxed{n(n+1)}}\times\sum_{k=1}^{n}k(n-k+1)\\&=\frac{2}{n(n+1)}\times\sum_{k=1}^{n}\{(n+1)k-k^2\}\\&=\frac{2}{n(n+1)}\left\{(n+1)\times\frac{n(n+1)}{2}-\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right\}\\&=(n+1)-\frac{2n+1}{3}=\boxed{\frac{1}{3}(n+2)}\end{aligned}$$

$\mathrm{E}(X)=\dfrac{1}{3}(n+2)\geq 5$에서 n의 최솟값은 $\boxed{13}$ 이다.

$f(n)=n(n+1)$, $g(n)=\dfrac{1}{3}(n+2)$, $a=13$이므로

$f(7)+g(7)+a=56+3+13=72$

19 **[출제의도] 확률변수의 평균을 구하는 과정을 추론한다.**

주사위의 눈이 처음부터 6의 약수가 연속으로 5회 나오는 경우 확률변수 X는 최댓값을 갖고 그 값은 10이므로 $a=10$

6의 약수인 눈이 나오는 경우를 ○,

6의 약수가 아닌 눈이 나오는 경우를 ×라 하자.

$X=-3$인 경우는

6의 약수인 눈이 1회, 6의 약수가 아닌 눈이 5회 나오는 경우의 ${}_6\mathrm{C}_1$가지 중 ×××××○, ××××○×인 경우를 제외한 ${}_6\mathrm{C}_1-2$가지이므로 $b=4$

$X=9$인 경우는

6의 약수인 눈이 5회, 6의 약수가 아닌 눈이 1회 나오는 경우의 ${}_6\mathrm{C}_1$가지 중 ○○○○○×인 경우를 제외한 ${}_6\mathrm{C}_1-1$가지이므로 $c=5$

따라서 $a+b+c=10+4+5=19$

20 **[출제의도] 다항함수의 미분법과 적분법을 이용하여 함숫값을 구하는 문제를 해결한다.**

삼차항의 계수가 1이고 방정식 $f(x)=f(4)$는 서로 다른 두 실근을 가지므로 두 가지 경우가 있다.

(i) 함수 $y=f(x)-f(4)$의 그래프가 $x=2$에서 x축에 접하고 $x=4$에서 만나는 경우

$f(x)=(x-2)^2(x-4)+f(4)$

$f'(x)=2(x-2)(x-4)+(x-2)^2=(x-2)(3x-10)$이므로

$f'\left(\dfrac{11}{3}\right)>0$이고 조건 (가)를 만족시키지 않는다.

(ii) 함수 $y=f(x)-f(4)$의 그래프가 $x=4$에서 x축에 접하는 경우

$f'(2)=0$, $f'(4)=0$이므로

$f'(x)=3(x-2)(x-4)$, $f'\left(\dfrac{11}{3}\right)<0$

$f(x)=\displaystyle\int 3(x-2)(x-4)\,dx$

$\quad=x^3-9x^2+24x+C$ (단, C는 상수이다.)

$f(2)=C+20=35$이므로 $C=15$

$f(x)=x^3-9x^2+24x+15$

따라서 $f(0)=15$

21 **[출제의도] 유리함수와 무리함수의 그래프의 성질을 이용하여 점의 개수를 추론한다.**

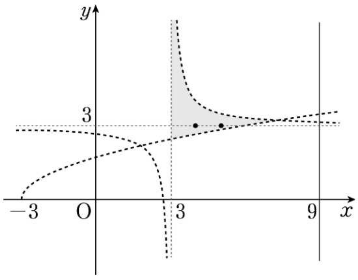
(i) $n=1$ 또는 $n=2$ 인 경우

주어진 조건을 만족시키는 점 $\mathrm{P}(a, b)$ 가 존재하지 않으므로 $A_1=0$, $A_2=0$

(ii) $n=3$ 인 경우

$f(x)=\dfrac{1}{x-3}+3$, $g(x)=\sqrt{x+3}$ 이고

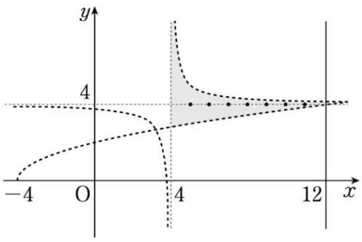
조건을 만족시키는 점 $\mathrm{P}(a, b)$ 는 $(4, 3)$, $(5, 3)$ 이므로 $A_3=2$



(iii) $n=4$ 인 경우

$f(x)=\dfrac{1}{x-4}+4$, $g(x)=\sqrt{x+4}$ 이고

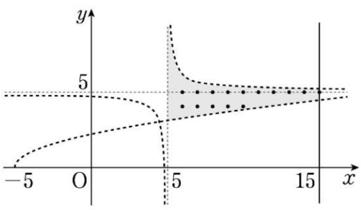
조건을 만족시키는 점 $\mathrm{P}(a, b)$ 는 $(5, 4)$, $(6, 4)$, $(7, 4)$, $(8, 4)$, $(9, 4)$, $(10, 4)$, $(11, 4)$ 이므로 $A_4=7$



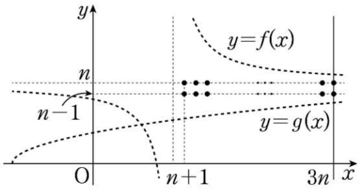
(iv) $n=5$ 인 경우

$f(x)=\dfrac{1}{x-5}+5$, $g(x)=\sqrt{x+5}$ 이고

조건을 만족시키는 점 $\mathrm{P}(a, b)$ 는 $(6, 4)$, $(7, 4)$, $(8, 4)$, $(9, 4)$, $(10, 4)$, $(6, 5)$, $(7, 5)$, $\cdots$, $(15, 5)$ 이므로 $A_5=15$



(v) $n\ge 6$ 인 경우



y 좌표가 n 인 $2n$ 개의

점 $(n+1, n)$, $(n+2, n)$, $\cdots$, $(3n, n)$ 과

y 좌표가 $n-1$ 인 $2n$ 개의

점 $(n+1, n-1)$, $(n+2, n-1)$, $\cdots$, $(3n, n-1)$ 이

모두 조건을 만족시킨다.

즉, $A_n \ge 4n$

(i)~(v)에 의하여 $n \le A_n \le 3n$ 을 만족시키는

모든 A_n 의 값의 합은 $A_4+A_5=7+15=22$

22 **[출제의도] 순열의 뜻을 알고, 순열의 수를 구한다.**

${}_n\mathrm{P}_2=n(n-1)=110$ 이므로

$(n-11)(n+10)=0$

n 이 자연수이므로 $n=11$

23 **[출제의도] 등비중항의 성질을 이해한다.**

등비중항의 성질에 의하여

$a^2=4(a+3)$, $a^2-4a-12=0$

$(a+2)(a-6)=0$, a 는 양수이므로 $a=6$

24 **[출제의도] 수열의 극한의 대소 관계를 이해하여 수열의 극한값을 구한다.**

부등식 $\dfrac{10}{2n^2+3n}<a_n<\dfrac{10}{2n^2+n}$ 의 양변에 n^2 을 곱하면

$\dfrac{10n^2}{2n^2+3n}<n^2a_n<\dfrac{10n^2}{2n^2+n}$

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^2}{2n^2+3n}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{10n^2}{2n^2+n}=5$

이므로 수열의 극한의 대소 관계에 의하여

$\lim\limits_{n\to\infty}n^2a_n=5$

25 **[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 수열의 합을 구하는 문제를 해결한다.**

$\sum_{k=1}^{n} a_k = \log_2 (n^2+n)$ 이므로

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k$$
$$= \log_2 (n^2+n) - \log_2 (n^2-n)$$
$$= \log_2 \frac{n+1}{n-1} \quad (\text{단, } n \ge 2)$$

$$a_{2n+1} = \log_2 \frac{n+1}{n} \quad (\text{단, } n \ge 1)$$

$$\sum_{n=1}^{15} a_{2n+1} = \log_2 2 + \log_2 \frac{3}{2} + \log_2 \frac{4}{3} + \cdots + \log_2 \frac{16}{15}$$
$$= \log_2 \left(2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{16}{15}\right) = 4$$

26 **[출제의도] 유리함수의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 문제를 해결한다.**

점 $\mathrm{P}(a,\ b)$ 는 유리함수 $y = \frac{4}{x}\ (x > 0)$ 의 그래프 위의 점이므로 $b = \frac{4}{a}$ 에서 $ab = 4\ (a > 0,\ b > 0)$

점 $\mathrm{P}(a, b)$ 와 직선 $x+y=0$ 사이의 거리가 5 이므로 $\frac{|a+b|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 5$ 에서 $a+b = 5\sqrt{2}$

따라서 $a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
$= (5\sqrt{2})^2 - 2 \times 4 = 42$

27 **[출제의도] 표준정규분포표를 이용하여 주어진 문제를 해결한다.**

$F(x) = \mathrm{P}(X \le x) = \mathrm{P}\left(Z \le \frac{x-m}{\sigma}\right)$

$F\left(\frac{13}{2}\right) = 0.8413,\ \mathrm{P}(0 \le Z \le 1) = 0.3413$ 이므로

$\frac{\frac{13}{2} - m}{\sigma} = 1,\ \sigma = \frac{13}{2} - m$ …… ㉠

$0.5 \le F\left(\frac{11}{2}\right) \le 0.6915$ 이므로

$0 \le \frac{\frac{11}{2} - m}{\sigma} \le 0.5$ …… ㉡

㉡에 ㉠을 대입하여 정리하면

$\frac{9}{2} \le m \le \frac{11}{2}$ 이고 m 이 자연수이므로

$m = 5,\ \sigma = \frac{3}{2}$

$F(k) = 0.9772$ 이므로

$\frac{k-5}{\frac{3}{2}} = 2,\ k = 8$

28 **[출제의도] 일대일 대응을 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구하는 문제를 해결한다.**

조건 (다)에서 $a \in X,\ a \in Y$ 즉 $a \in X \cap Y$ 이고

역함수의 성질에 의하여 $(f \circ f^{-1})(a) = a$ 이므로

$\frac{1}{2} f(a) = (f \circ f^{-1})(a) = a$, 즉 $f(a) = 2a$

이때 a 의 개수가 2 이므로 $f(2) = 4,\ f(4) = 8$

조건 (가)에서 함수 f 는 일대일 대응이고 조건 (나)에서 $f(1) \ne 2$ 이므로 $f(1) = 6,\ f(3) = 2$

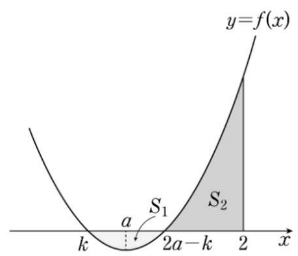
따라서 $f^{-1}(2) = 3$ 이므로 $f(2) \times f^{-1}(2) = 4 \times 3 = 12$

29 **[출제의도] 적분을 활용하여 조건을 만족시키는 함수의 적분값을 구하는 문제를 해결한다.**

함수 $f(x)$ 는 이차함수이고 조건 (가)에서

$\int_0^t f(x)dx = \int_{2a-t}^{2a} f(x)dx$ 이므로 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $x = \frac{0+2a}{2} = a$ 에 대하여 대칭이다.

조건 (나)에서 $0 < \int_a^2 f(x)dx < \int_a^2 |f(x)|dx$ 이므로 $a < 2$ 이고, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점 $(k,\ 0)$, $(2a-k,\ 0)$ 에서 만난다.



위의 그림에서 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하면

$\int_k^a f(x)dx = \int_a^{2a-k} f(x)dx = -\frac{S_1}{2}$ 이므로

$\int_a^2 f(x)dx = -\frac{S_1}{2} + S_2 = 2$

$\int_a^2 |f(x)|dx = \frac{S_1}{2} + S_2 = \frac{22}{9}$

따라서 $S_1 = \frac{4}{9},\ S_2 = \frac{20}{9}$ 이다.

$\int_k^2 f(x)dx = -S_1 + S_2 = \frac{16}{9}$

$p = 9,\ q = 16$ 이므로 $p+q = 25$

30 **[출제의도] 순열과 조합을 활용하여 실생활과 관련된 문제를 해결한다.**

각 분단에는 같은 학급 학생이 3명 올 수 없으므로 1분단에는 A 학급 학생이 2명 또는 1명이 배정된다.

1분단에 A 학급 학생 2명이 배정되는 경우를 먼저 생각하자.(단, 빈 좌석에는 B학급 학생을 배정한다.)

i) 첫째 줄에 A학급 학생이 앉지 않는 경우

C	
A	C
	A
A	

(1)

	C
A	
C	A
A	

(2)

	C
A	
	A
A	C

(3)

ii) 둘째 줄에 A학급 학생이 앉지 않는 경우

A	
	C
A	
C	A

(4)

A	C
C	
	A
A	

(5)

A	
	C
C	A
A	

(6)

iii) 셋째 줄에 A학급 학생이 앉지 않는 경우

A	
C	A
	C
A	

(7)

A	
	A
C	
A	C

(8)

C	A
A	
	C
A	

(9)

iv) 넷째 줄에 A 학급 학생이 앉지 않는 경우

A	
C	A
A	
	C

(10)

A	
	A
A	C
C	

(11)

A	C
	A
A	
	C

(12)

(3)과 (12)의 경우 C 학급 학생이 같은 분단에 배정되어 학급 번호가 작은 학생이 항상 앞줄에 앉기 때문에 C 학급 학생이 배정되는 방법의 수는 1이다.

(1),(2),(4),(5),(6),(7),(8),(9),(10),(11)의 경우 C 학급 학생이 서로 다른 분단에 배정되는 방법의 수는 2이다.

그러므로 C 학급 학생이 배정되는 모든 방법의 수는

$1\times2+2\times10=22$

A학급 학생이 배정되는 방법의 수는 3

B학급 학생이 배정되는 방법의 수는 3

1분단에 A 학급 학생 2명이 배정되는 경우 학생이

배정되는 방법의 수는 $22\times3\times3$

1분단에 A 학급 학생이 1명 배정되는 경우는

2분단에 A 학급 학생이 2명 배정되는 경우와 같으므로 위에서 구한 1분단에 A 학급 학생이 2명 배정되는 방법의 수와 같다.

따라서 구하는 방법의 수는 $22\times3\times3\times2=396$