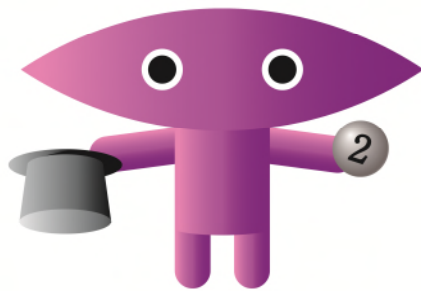


기출의 파급효과

확률과 통계



저자의 말

안녕하세요. 오르비 파급효과입니다. 오르비에 출시하는 첫 전자책이네요. 작년에 EBS 선별과 칼럼으로 큰 사랑을 받고 기출의 파급효과 시리즈를 집필하기로 마음먹었습니다. 이까지 오는데 너무 과분한 사랑을 주신 분들 너무 감사합니다. 이제 본격적으로 교재 소개를 해보겠습니다.

저는 다음과 같은 교재를 만들었습니다.

1. 확률과 통계 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구만을 모두 정리했습니다.

각 Chapter를 나누는 기준이 교과서 목차가 아닌 기출을 푸는데 정말 필요한 태도와 도구입니다. 기존 개념서들보다 훨씬 얇습니다. 수능이 얼마 안 남은 이 시점, 빠르게 실전 개념을 정리할 수 있습니다. 예시 해설까지 꼼꼼히 읽는다면 준킬러 이상의 문제에서 생각의 틀이 확실히 잡힐 것입니다. 각 Chapter들을 '순서대로' 학습하신다면 더욱 큰 학습효과를 기대할 수 있습니다.

2. 기출에 대한 태도와 도구들을 바로 활용할 수 있도록 준킬러 이상급의 기출들을 칼럼 속 예시로 들었습니다. 20학년도 6월 평가원 경향과 해당 기출까지 반영되어 있습니다.

확률과 통계 기출 중 주로 오답률이 높았던 평가원 문제들을 예시를 들었습니다. 칼럼 속 태도와 도구가 킬러, 준킬러에서 어떻게 보편적으로 이용되는지 직접 확인한다면 더욱 태도와 도구들이 더욱 와닿을 것입니다. 어떠한 한 문제에만 적용되는 특수한 스킬 같은 것이 아닙니다.

3. 평가원 문항뿐만 아니라 교육청, 사관학교 문항도 중요한 기출들입니다.

최근 교육청 사관 문제가 진화한 형태가 평가원에 출제되고 있습니다. 19학년도 수능 29번의 경우 14학년도 사관학교 15번과 매우 유사하고 20학년도 6월 평가원 21번, 30번은 18년 10월 교육청 21번, 30번과 매우 유사합니다. 따라서 기존 평가원 기출만을 푸는 것만으로 현재 수능을 대비하기는 힘듭니다. 하지만 교육청 및 사관학교 문제들까지 모두 풀자니 양이 너무 많습니다.

이를 해결하기 위해 핵심적인 평가원, 교육청, 그리고 사관학교 문제를 필요한 만큼만 선별했습니다. 칼럼과 함께 있는 예시들은 확률과 통계 교재의 경우 대략 50문제 정도입니다. 예시에 있는 문제 수만으로 부족함을 느끼실 분들을 위해 예시보다는 다소 쉬운 유제들도 기출에 대한 태도와 도구를 체화하기 시키기 위해 충분히 넣었습니다. 확률과 통계 교재의 경우 대략 100문제입니다. 칼럼 속 예시뿐만 아니라 유제들도 단순 단원별로 분리된 것이 아니라 기출에 대한 태도와 도구들 기준으로 분리되었습니다.

4. 칼럼 속 예시해설은 문제를 푸는데에 있어 필요한 생각의 흐름을 매우 자세하게 담았습니다. 예시보다 다소 쉬운 유제들도 문제를 푸는데에 있어 칼럼에서 배운 태도와 도구들과 key point를 comment로 달아 놓았습니다.

예시 해설은 단계별로 분리되어 있어 가독성이 좋아 이해가 더욱 쉽습니다. 문제에서 필요한 태도와 도구들을 어떻게 쓰는지 과외처럼 매우 자세히 알려줍니다. 유제 comment들은 문제의 핵심을 간략히 보여줍니다. 칼럼과 예시들을 잘 학습했다면 무리 없이 풀 수 있는 수준입니다.

하루에 예시를 포함한 칼럼 하나만 완료하고 유제 10문제만 푸세요! 이를 실천하면 확률과 통계 교재를 모두 끝내는 데에 2주가 걸립니다. 이 교재를 최소 2번 이상 볼 수 있습니다.

수학 가형 4등급 초반이 1등급 컷 이상 받는 데 1달에서 2달 사이로 걸립니다.
약 파는 것 아닙니다. 과장된 광고를 극히 싫어하는 편입니다.

저도 18학년도 6월 평가원 때 3등급 받고 여름방학 때 이 책의 내용대로 기출을 학습하고 18학년도 9월 평가원, 18학년도 수능 1등급을 가볍게 받아냈습니다.

제 과외 학생은 19학년도 6월 평가원 때 4등급에 가까운 3등급이었으나 이 방법대로 1달간 기출을 학습하고 19학년도 수능 96점을 받아내었습니다.

수학 가형 1등급, 아직 늦지 않았습니다. 마지막으로 한 번쯤 봐야 할 기출, 기출의 파급효과와 함께 합시다.

간단한 교재 이용법

원활한 교재 이용을 위해 대단원, 중단원, 소단원 구분법을 소개하겠습니다.

대단원 제목입니다.

Chapter 3. 분할, 조합, 같은 것이 있는 순열 이용

대단원에 속한 중단원 제목입니다.

분할

case 분류에서 제일 base를 이룬다. 자연수의 분할, 집합의 분할이 있다. 집합의 분할을 잘하려면 자연수의 분할을 잘해야 한다.

중단원에 속한 소단원 제목입니다.

1. 자연수의 분할

오름차순으로 해도 되고 내림차순으로 해도 된다. 개인적으로 내림차순을 더 좋아한다. 예를 들어 5를 2개의 숫자로 분할한다면 (4,1), (3,2)로 2가지가 나온다. 이걸 뭐 쉽다. 근데 7을 3개의 숫자로 분할한다면? 내림차순으로 (5,1,1), (4,2,1), (3,3,1), (3,2,2)로 4가지가 나온다. 불안하다면 어떻게 확인할까? 이 방법을 알면 된다.

위를 참고하여 학습하신다면 칼럼 내용이 더욱 유기적으로 연결될 것입니다. 헛갈린다면 칼럼을 순서대로 읽어나가셔도 전혀 문제가 없습니다.

원활한 교재 이용을 위해 예시, 예시해설, 유제, 유제 Comments 구분법을 소개하겠습니다.

칼럼과 함께 소개되는 예시입니다. 칼럼을 읽다 보면 중간중간에 예시들이 등장합니다.

18학년도 수능 28번

방정식 $x+y+z=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 중에서 임의로 한 개를 선택한다. 선택한 순서쌍 (x, y, z) 가 $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 을 만족시킬 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

칼럼과 함께 소개되는 예시해설입니다. 자세하고 칼럼에서 배운 도구와 태도를 일관적으로 적용합니다.

여사건으로 보는 것은 어려울 수 있다.

물론 여사건으로도 간단하게 풀 수 있지만 생각해내기 쉬운 아이디어는 아니다.

목표 사건을 그냥 풀어야 한다. 내 계획은 이렇다.

1. $x+y+z=10$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 을 구한다.
2. 10을 음이 아닌 정수로 분할한 것을 모두 쓴다. 개수는 $P(10,1)+P(10,2)+P(10,3)$ 를 써서 수식적으로 확인한다.
3. 분할한 것 중에서 2개 이상의 같은 수가 되는 경우를 지운다. x, y, z 가 각각 달라야 하기 때문이다.
4. 분할한 것의 숫자를 x, y, z 에게 나눠준다. 분할한 것의 숫자가 모두 다르므로 3!을 곱해준다. 이로 $x+y+z=10, (x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$ 를 동시에 만족시키는 전체 경우의 수가 구해진다.
5. $\frac{\text{해당 사건 경우의 수}}{\text{전체 경우의 수}}$ 를 이용해 최종 확률을 구하고 약분까지 한다!

칼럼을 체화하기 위한 유제입니다.

Chapter 3 문제

3-1. 19학년도 9월 평가원 15번

동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개 수의 합이 19 또는 20일 확률은? [4점]

유제 문제에 대한 저자의 Comment입니다.

Chapter 3 문제 Comments

3-1. 19학년도 9월 평가원 15번

동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개 수의 합이 언제 19, 20이 나오는지 파악부터 한다. 이때 동전 A에서 나오는 3개 수 합과 동전 B에서 나오는 4개 수 합을 각각 생각하는 것이 쉽다.

위를 참고하여 학습하신다면 교재 이용이 더욱 편리합니다.

확률과 통계의 도구와 태도

Chapter 1. Advice, 표본공간과 사건, 평가원 4번	7p
Chapter 2. 여사건	15p
Chapter 3. 분할, 조합, 같은 것이 있는 순열	24p
Chapter 4. 원순열	63p
Chapter 5. 확률과 경우의 수의 차이점, 조건부확률	71p
Chapter 6. 이산확률분포, 표본평균	87p
Chapter 7. 이항분포, 정규분포, 정규분포 대칭성	95p
Chapter 8. 표본비율, 신뢰구간	108p
Chapter 9. 각종 꿀팁들 모음	116p
Chapter 10. 추가 확률과 통계 문제	146p

Chapter 1 문제

1-1. 19학년도 6월 평가원 4번

두 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ 일 때, $P(A^c \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$ ②

$$P(A^c \cup B) = 1 - P(A \cap B^c) = 1 - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{7}{12}$$

1-2. 19학년도 수능 4번

두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B^c 은 서로 배반사건이고 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}$ 일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$ 이용

② $P(B^c) = \frac{1}{2}$

$$1 - P(A^c \cap B) = P(A \cup B^c) = \frac{5}{6}$$

||
 $P(A) + P(B^c)$

1-3. 20학년도 6월 평가원 4번

두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, P(A^c \cap B) = \frac{2}{3}$$

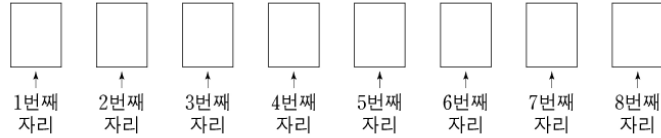
일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

① $P(A) = P(A \cup B) - P(A^c \cap B) = \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{9-8}{12} = \frac{1}{12}$

1-4. 20학년도 6월 평가원 17번

1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k 에 대하여 k 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k 라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n (1 \leq m < n \leq 8)$ 에 대하여 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하는 과정이다.

A_k 는 k 번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \boxed{\text{(가)}} \quad \frac{k \times 7!}{8!} = \frac{k}{8}$$

이다.

$A_m \cap A_n (m < n)$ 은 m 번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n 번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m 번째와 n 번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$\downarrow A_m$ 부터 고려

$$P(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}} \quad \frac{m(n-1) \times 6!}{8!} = \frac{m(n-1)}{56}$$

이다.

한편, 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

을 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건 A_m 과 A_n 이 서로 독립이 되도록 하는 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는 m 번째 동안 카드 숫자 개 고려

$\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$ 를 대입한 값을 p , (나)에 알맞은 식에 $m=3, n=5$ 를 대입한 값을 q , (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

$$\frac{4}{8} \times \frac{3 \times 4}{56} \times 7 = \frac{3}{4}$$

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$$\frac{m(n-1)}{56} = \frac{m}{8} \times \frac{n}{8} \quad (m \neq 0)$$

$$\frac{n-1}{56} = \frac{n}{64} \quad 3(n-1) = 7n \quad n = 3$$

(m, n)
 $(1, 8)$
 $(2, 8)$
 \vdots
 $(7, 8)$

④

Chapter 2 문제

2-1. 16학년도 6월 평가원 27번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, u 의 모든 순서쌍 (x, y, z, u) 의 개수를 구하시오.

$$\begin{array}{l} \text{(가)} \quad \begin{matrix} \geq 0 & \geq 0 & \geq 0 & \geq 0 \\ x+y+z+u=6 \end{matrix} \Rightarrow qC_3 = 84 \\ \text{(나)} \quad x \neq u \end{array}$$

$$\text{(가)} - \{ \text{(가)} \cap \text{(나)}^c \}$$

$$x=u \Rightarrow 16$$

$$2x+y+z=6$$

$$x=0$$

$$\begin{matrix} y+z=6 \\ \geq 0 \geq 0 \end{matrix}$$

$$7C_1 = 7$$

$$x=1$$

$$\begin{matrix} y+z=4 \\ \geq 0 \geq 0 \end{matrix}$$

$$5C_1 = 5$$

$$x=2$$

$$\begin{matrix} y+z=2 \\ \geq 0 \geq 0 \end{matrix}$$

$$3C_1 = 3$$

$$x=3$$

$$\begin{matrix} y+z=0 \\ \geq 0 \geq 0 \end{matrix}$$

$$1C_1 = 1$$

$$84 - 16 = 68$$

68

2-2. 15학년도 6월 평가원 20번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

$$\begin{array}{l} \text{(가)} \quad \begin{matrix} \geq 0 & \geq 0 & \geq 0 \\ a+b+c=6 \end{matrix} \quad 8C_2 = 28 \\ \text{(나)} \quad \text{좌표평면에서 세 점 } (1, a), (2, b), (3, c) \text{가 한 직선 위에 있지 않다.} \end{array}$$

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

5

$$\text{(가)} - \{ \text{(가)} \cap \text{(나)}^c \}$$

$$28 - 5 = 23$$

$(1, a), (2, b), (3, c)$ 가 한 직선 위에 $\Rightarrow 2b = a + c$

$$3b = 6$$

$$b = 2$$

$$a + c = 4$$

$$(4, 0)$$

$$(3, 1)$$

$$(2, 2)$$

$$(1, 3)$$

$$(0, 4)$$

22

5가지

Chapter 3 문제

3-1. 19학년도 9월 평가원 15번

동전 A의 앞면과 뒷면에는 각각 1과 2가 적혀 있고 동전 B의 앞면과 뒷면에는 각각 3과 4가 적혀 있다. 동전 A를 세 번, 동전 B를 네 번 던져 나온 7개 수의 합이 19 또는 20일 확률은? [4점]

- ① $\frac{7}{16}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{17}{32}$ ⑤ $\frac{9}{16}$ ①

A 세번: 3, 4, 5, 6
 $\frac{1}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{1}{8}$

B 네번: 12, 13, 14, 15, 16
 $\frac{1}{16} \quad \frac{4}{16} \quad \frac{6}{16} \quad \frac{4}{16} \quad \frac{1}{16}$

(3, 16) $\frac{1}{128}$
 (4, 15) $\frac{12}{128}$
 (4, 16) $\frac{3}{128}$
 (5, 14) $\frac{18}{128}$
 (5, 15) $\frac{12}{128}$
 (6, 13) $\frac{4}{128}$
 (6, 14) $\frac{6}{128}$

$\Rightarrow \frac{34+22}{128} = \frac{56}{128} = \frac{7}{16}$

3-2. 18학년도 6월 평가원 7번

자연수 8을 4개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

②
$$p(8,4) = p(4,1) + p(4,2) + p(4,3) + p(4,4) = 5$$

1 2 1 1

3-3. 18학년도 6월 평가원 13번

이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.) [3점]

- ① 180 ② 210 ③ 240 ④ 270 ⑤ 300 ③

9

일 2	화		일 2	화
3팀	2팀		2팀	3팀

$5! \times 2 = 240$

3-4. 18학년도 6월 평가원 27번

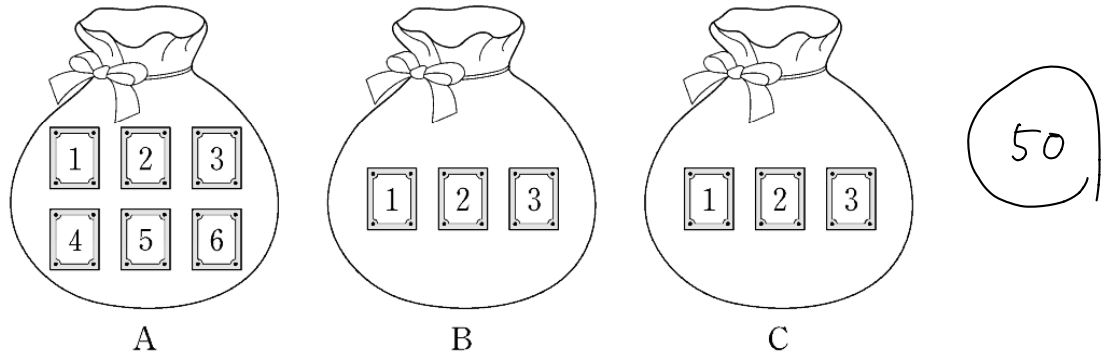
집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점]

$$5C_2 = 10 \quad (45)$$

$$10C_2 = 45$$

3-5. 18학년도 9월 평가원 28번

그림과 같이 주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있고 주머니 B와 C에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드가 각각 들어 있다. 같은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서, 병은 주머니 C에서 각자 임의로 1장의 카드를 꺼낸다. 이 시행에서 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 클 때, 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을과 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합보다 클 확률이 k 이다. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$\frac{18}{12 \times 3} = \frac{1}{2}$$

갑	을	병
2	1	0
3	1, 2	1
4	1, 2, 3	3
5	1, 2, 3	6
6	1, 2, 3	8

3-6. 18학년도 수능 18번

서로 다른 공 4개를 남김없이 서로 다른 상자 4개에 나누어 넣으려고 할 때, 넣은 공의 개수가 1인 상자가 있도록 넣는 경우의 수는? (단, 공을 하나도 넣지 않은 상자가 있을 수 있다.) [4점]

- ① 220 ② 216 ③ 212 ④ 208 ⑤ 204

②
$$P(4,1) + P(4,2) + P(4,3) + P(4,4) = 5 \quad 72 + 144 = 216$$

$$48 = \frac{4!}{2!} \times 4C_3 \leftarrow \begin{matrix} (4,0,0,0) \\ (3,1,0,0) \\ (2,2,0,0) \end{matrix} \quad \begin{matrix} (2,1,1,0) \\ (1,1,1,1) \end{matrix} \Rightarrow \frac{4!}{2!} \times 4C_2 \times 2C_1 = 44$$

$$1 \times 4! = 24$$

3-7. 17학년도 6월 평가원 27번

사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 8개를 선택하려고 한다. 사과는 1개 이하를 선택하고, 감, 배, 귤은 각각 1개 이상을 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 각 종류의 과일은 8개 이상씩 있다.) [4점]

사과 1개 $a + b + c = 7 \quad 6C_2 = 15$
 $\geq 1 \geq 1 \geq 1$ (36)

사과 0개 $a + b + c = 8 \quad 7C_2 = 21$
 $\geq 1 \geq 1 \geq 1$ 15 + 21 = 36

3-8. 19학년도 수능 12번

네 명의 학생 A, B, C, D에게 같은 종류의 초콜릿 8개를 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

(가) 각 학생은 적어도 1개의 초콜릿을 받는다.
 (나) 학생 A는 학생 B보다 더 많은 초콜릿을 받는다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

②
$$A = B + E \quad (E \geq 1) \quad 2B + C + D + E = 8$$

$B=1 \quad C + D + E = 6 \quad 5C_2 = 10$
 $\geq 1 \geq 1 \geq 1$

$B=2 \quad C + D + E = 4 \quad 3C_2 = 3$
 $\geq 1 \geq 1 \geq 1$

$10 + 3 = 13$

3-9. 17학년도 9월 평가원 15번

각 자리의 수가 0이 아닌 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7인 모든 자연수의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

④

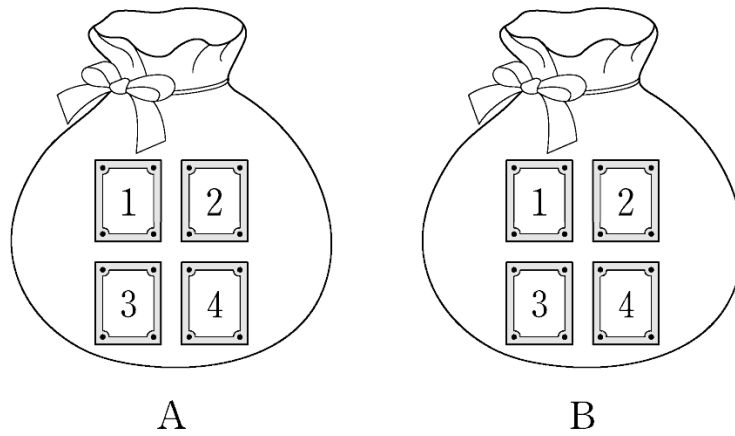
$$a+b+c+d=7$$

$$\geq \{ \geq 1 \geq 1 \geq 1 \}$$

$$6C_3 = 20$$

3-10. 17학년도 수능 26번

두 주머니 A와 B에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드가 각각 들어 있다. 같은 주머니 A에서, 혹은 주머니 B에서 각자 임의로 두 장의 카드를 꺼내어 가진다. 같이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합과 을이 가진 두 장의 카드에 적힌 수의 합이 같을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



11

$$\frac{8}{4C_2 \times 4C_2} = \frac{\cancel{8}^2}{\cancel{4}^2 \times \cancel{4}^2} = \frac{2}{9}$$

- 합
- 3 (1,2) |X|= 1
 - 4 (1,3) |X|= 1
 - 5 (1,4) 2X2 = 4
 - 6 (2,4) |X|= 1
 - 7 (3,4) |X|= 1

3-11. 16학년도 9월 평가원 27번

다음 조건을 만족시키는 2 이상의 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c+d=20$
 (나) a, b, c 는 모두 d 의 배수이다.

$\geq 1 \geq 1$

$d=2 \quad a'+b'+c' = 9 \quad 8C_2 = 28$
 $d=4 \quad a'+b'+c' = 4 \quad 3C_2 = 3$
 $d=5 \quad a'+b'+c' = 3 \quad 2C_2 = 1$

(32)

3-12. 15학년도 수능 26번

다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \times b \times c$ 는 홀수이다.
 (나) $a \leq b \leq c \leq 20$

a, b, c 홀수

$20 \div 2 = 10 \quad 10H_3 = 12C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$

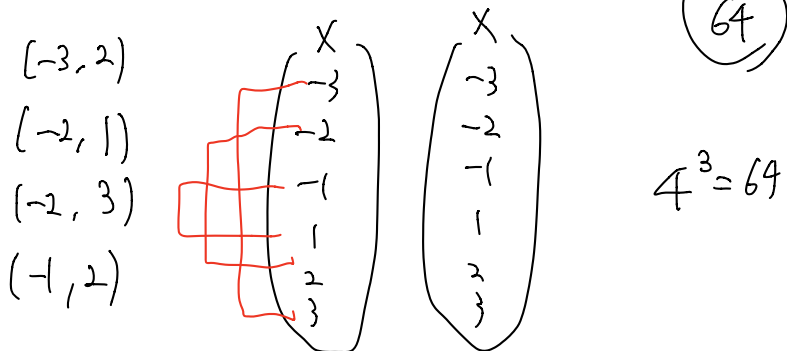
(220)

3-13. 16년 3월 교육청 29번

집합 $X = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

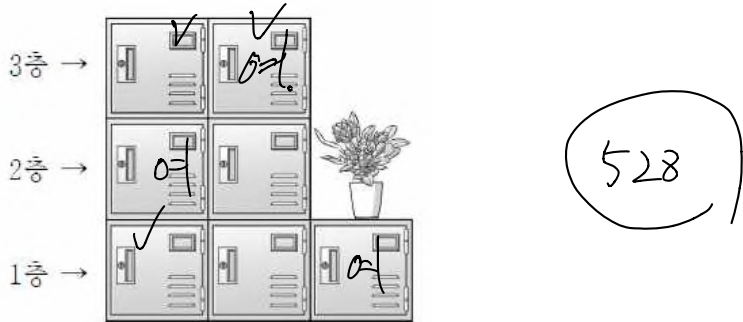
(가) X 의 모든 원소 x 에 대하여 $|f(x) + f(-x)| = 1$ 이다.
 (나) $x > 0$ 이면 $f(x) > 0$ 이다.

함수 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [4점]



3-14. 17년 3월 교육청 29번

그림과 같은 7개의 사물함 중 5개의 사물함을 남학생 3명과 여학생 2명에게 각각 1개씩 배정하려고 한다. 같은 층에서는 남학생의 사물함과 여학생의 사물함이 서로 이웃하지 않는다. 사물함을 배정하는 모든 경우의 수를 구하시오. [4점]



여가 같은 층

$$\left[\begin{array}{l} \text{1층} \quad {}_3C_2 \times 2 \times 4 {}_3C_3 \times 3! = 144 \\ \text{2층, 3층} \quad 2 \times 2 \times 5 {}_3C_3 \times 3! = 240 \end{array} \right.$$

여가 다른 층

$$\left[\begin{array}{l} \text{1층 포함} \quad 2 \times 2 \times 2 \times 3! = 48 \\ \text{1층 포함} \quad 2 \times 2 \times 1^2 \times 3! = 96 \end{array} \right.$$

528

3-15. 18년 3월 교육청 29번

사과, 배, 귤 세 종류의 과일이 각각 2개씩 있다. 이 6개의 과일 중 4개를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않고, 과일을 한 개도 받지 못하는 학생은 없다.) [4점]

$$(2, 2) \quad {}_3C_2 \times \left[\begin{array}{c} 2 \times 2 \\ + \\ 2 + 1 \end{array} \right] \begin{array}{l} (3, 1) \\ (2, 2) \end{array} = 21$$

$$(2, 1, 1) \quad {}_3C_1 \times \left[\begin{array}{c} 2 \times \left[\begin{array}{c} 2 \\ + \\ 1 \end{array} \right] \\ + \\ 2 + 2 \end{array} \right] \begin{array}{l} (3, 1) \\ (2, 2) \end{array} = 30$$

51

3-16. 18년 4월 교육청 29번 **과연수분할 + 많은 인대성**

집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 중에서

$$f(1) + f(2) + f(3) - f(4) = 3m \quad (m \text{은 정수})$$

를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

$$f(1) + f(2) + f(3) = f(4) + 3m \quad \text{3} \sim 15$$

$m=0$ $f(1) + f(2) + f(3) = f(4)$

$f(4)=3$ $\begin{matrix} \square \\ 3 \end{matrix}$ $(2, 1, 1)$

$f(4)=4$ $\begin{matrix} \square \\ 3 \end{matrix}$ $(3, 1, 1)$ $(2, 2, 1)$

$f(4)=5$ $\begin{matrix} \square \\ 6 \end{matrix}$ $(3, 1, 1)$ $(2, 2, 1)$

$m=1$ $f(1) + f(2) + f(3) = f(4) + 3$

$f(4)=1$ $\begin{matrix} \square \\ 3 \end{matrix}$ $(2, 1, 1)$

$f(4)=2$ $\begin{matrix} \square \\ 6 \end{matrix}$ $(3, 1, 1)$ $(2, 2, 1)$

$f(4)=3$ $\begin{matrix} \square \\ 10 \end{matrix}$ $(4, 1, 1)$ $(3, 2, 1)$ $(2, 2, 2)$

$f(4)=4$ $\begin{matrix} \square \\ 15 \end{matrix}$ $(5, 1, 1)$ $(4, 2, 1)$ $(3, 3, 1)$ $(3, 2, 2)$

$f(4)=5$ $\begin{matrix} \square \\ 18 \end{matrix}$ $(5, 2, 1)$ $(4, 3, 1)$ $(4, 2, 2)$ $(3, 3, 2)$

$m=2$ $f(1) + f(2) + f(3) = f(4) + 6$

$f(4)=1$ $\begin{matrix} \square \\ 16 \end{matrix}$ $(5, 1, 1)$ $(4, 2, 1)$ $(3, 3, 1)$ $(3, 2, 2)$

$f(4)=2$ $\begin{matrix} \square \\ 18 \end{matrix}$ $(5, 2, 1)$ $(4, 3, 1)$ $(4, 2, 2)$ $(3, 3, 2)$

$f(4)=3$ $\begin{matrix} \square \\ 19 \end{matrix}$ $(5, 3, 1)$ $(5, 2, 2)$ $(4, 4, 1)$ $(4, 3, 2)$ $(3, 3, 3)$

$f(4)=4$ $\begin{matrix} \square \\ 16 \end{matrix}$ $(5, 4, 1)$ $(5, 3, 2)$ $(4, 4, 2)$ $(4, 3, 3)$

$f(4)=5$ $\begin{matrix} \square \\ 15 \end{matrix}$ $(5, 5, 1)$ $(5, 4, 2)$ $(5, 3, 3)$ $(4, 4, 3)$

$m=3$ $f(1) + f(2) + f(3) = f(4) + 9$

$f(4)=1$ $\begin{matrix} \square \\ 18 \end{matrix}$ $(5, 4, 1)$ $(5, 3, 2)$ $(4, 4, 2)$ $(4, 3, 3)$

$f(4)=2$ $\begin{matrix} \square \\ 15 \end{matrix}$ $(5, 5, 1)$ $(5, 4, 2)$ $(5, 3, 3)$ $(4, 4, 3)$

$f(4)=3$ $\begin{matrix} \square \\ 10 \end{matrix}$ $(5, 5, 2)$ $(5, 4, 3)$ $(4, 4, 4)$

$f(4)=4$ $\begin{matrix} \square \\ 6 \end{matrix}$ $(5, 5, 3)$ $(5, 4, 4)$

$f(4)=5$ $\begin{matrix} \square \\ 3 \end{matrix}$ $(5, 5, 4)$

$m=4$ $f(1) + f(2) + f(3) = f(4) + 12$

$f(4)=1$ $\begin{matrix} \square \\ 6 \end{matrix}$ $(5, 5, 3)$ $(5, 4, 4)$

$f(4)=2$ $\begin{matrix} \square \\ 3 \end{matrix}$ $(5, 5, 4)$

$f(4)=3$ $\begin{matrix} \square \\ 1 \end{matrix}$ $(5, 5, 5)$

$f(4)=4$ $\begin{matrix} \square \\ 16 \end{matrix}$ $(5, 1, 1)$ $(4, 2, 1)$ $(3, 3, 1)$ $(3, 2, 2)$

$f(4)=5$ $\begin{matrix} \square \\ 18 \end{matrix}$ $(5, 2, 1)$ $(4, 3, 1)$ $(4, 2, 2)$ $(3, 3, 2)$

$f(4)=6$ $\begin{matrix} \square \\ 19 \end{matrix}$ $(5, 3, 1)$ $(5, 2, 2)$ $(4, 4, 1)$ $(4, 3, 2)$ $(3, 3, 3)$

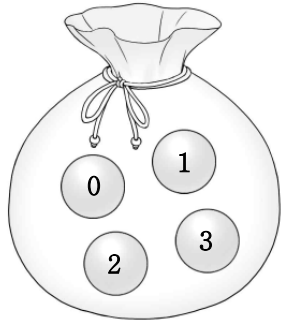
$f(4)=7$ $\begin{matrix} \square \\ 16 \end{matrix}$ $(5, 4, 1)$ $(5, 3, 2)$ $(4, 4, 2)$ $(4, 3, 3)$

$f(4)=8$ $\begin{matrix} \square \\ 15 \end{matrix}$ $(5, 5, 1)$ $(5, 4, 2)$ $(5, 3, 3)$ $(4, 4, 3)$

(10) (52) (52) (10) (209)

3-17. 19년 3월 교육청 29번

주머니 속에 네 개의 숫자 0, 1, 2, 3이 각각 하나씩 적혀있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이 과정을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $\frac{bc}{a}$ 가 정수가 되도록 하는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]



(40)

$$16 + 12 + 12 = 40$$

$a=1$ $4 \times 4 = 16$

$a=2$ $| + 2 \times 3 + 2 \times 2 + 1 = 12$

$a=3$ $| + 2 \times 3 + 2 \times 2 + 1 = 12$

3-18. 19학년도 6월 평가원 나형 19번

한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. 세 수 a, b, c 가 $a < b - 2 \leq c$ 를 만족시킬 확률은? [4점]

- ① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{54}$ ④ $\frac{11}{108}$ ⑤ $\frac{1}{9}$ (4)

$b=4 \quad a < 2 \leq c \quad 1 \times 5 = 5$

$b=5 \quad a < 3 \leq c \quad 2 \times 4 = 8$

$b=6 \quad a < 4 \leq c \quad 3 \times 3 = 9$

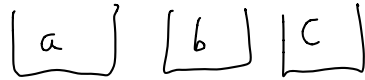
$\frac{22}{6^3} = \frac{11}{108}$

3-19. 19학년도 9월 평가원 나형 16번

서로 다른 종류의 사탕 3개와 같은 종류의 구슬 7개를 같은 종류의 주머니 3개에 남김없이 나누어 넣으려고 한다. 각 주머니에 사탕과 구슬이 각각 1개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15 (5)

사탕을 먼저 분배하여 주머니 labeling



$a + b + c = 7$
 $\geq 1 \geq 1 \geq 1$
 $C(7-3, 3) = 15$

3-20. 19학년도 9월 평가원 나형 20번

상자 A와 상자 B에 각각 6개의 공이 들어 있다. 동전 1개를 사용하여 다음 시행을 한다.

문제 이 관안등. 힘 찬 태

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 상자 A에서 공 1개를 꺼내어 상자 B에 넣고, 뒷면이 나오면 상자 B에서 공 1개를 꺼내어 상자 A에 넣는다.

위의 시행을 6번 반복할 때, 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 6번째 시행 후 처음으로 8이 될 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{64}$ ② $\frac{3}{64}$ ③ $\frac{5}{64}$ ④ $\frac{7}{64}$ ⑤ $\frac{9}{64}$ (3)

앞면 (O) 2번
 뒷면 (X) 2번

1	2	3	4	5	6
O, O, X, X	분배			0	0
O	O	X	X	0	0
O	X	O	X	0	0
O	X	X	O	0	0
X	O	O	X	0	0
X	O	X	O	0	0
X	X	O	O	45	0

이런 문제는 마지막 시행부터 고려하는 게 좋음

5, 6번째 시행은 무조건 앞면이어야 조건 만족!

$5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{64}$

3-21. 17년 10월 교육청 26

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 일대일 대응이다.
 (나) $1 \leq n \leq 2$ 일 때, $f(2n) < f(n) < f(3n)$ 이다.

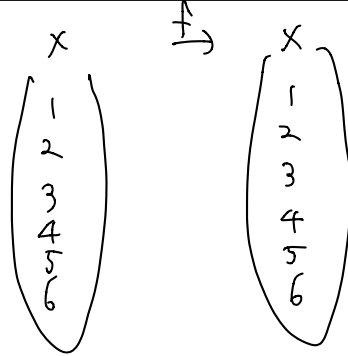
함수 $f(x)$ 의 개수를 구하시오. [4점]



$$f(2) < f(1) < f(3)$$

$$f(4) < f(2) < f(6)$$

$$f(5) \text{ 자유}$$



	$f(4)$	$f(1), f(3), f(6)$	
$f(2)=1$	X	X	
$f(2)=2$	1	3, 4, 5, 6	$4 \cdot {}_3C_3 \cdot {}_2C_2 = 12$
$f(2)=3$	1, 2	4, 5, 6	$3 \cdot {}_2C_2 = 6$
$f(2)=4$	X	X	
$f(2)=5$	X	X	
$f(2)=6$	X	X	

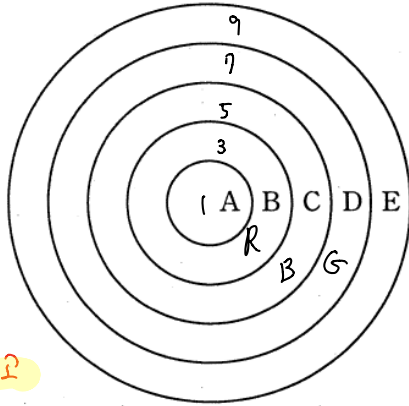
$1 \times 12 = 12$
 $2 \times 3 = 6$

18

3-22. 10학년도 6월 평가원 나형 29번

문제 개관만들. 힘 칸 태

그림과 같이 중심이 같고 반지름의 길이가 각각 1, 2, 3, 4, 5인 다섯 개의 원이 있다. 이 다섯 개의 원을 경계로 하여 안에서부터 다섯 개의 영역 A, B, C, D, E로 나누고, 서로 다른 3가지 색의 물감을 칠하여 색칠된 문양을 만들려고 한다. 각 영역은 1가지 색으로만 칠하고, 이웃한 영역은 서로 다른 색을 칠한다. 3가지 색의 물감은 각각 10통 이하만 사용할 수 있고 물감 1통으로는 영역 A의 넓이만큼만 칠할 수 있을 때, 만들 수 있는 서로 다르게 색칠된 문양의 개수는? [4점]



영역 순서는
 (영향을 못 미치는 구역을
 먼저 나누어 주는 게 좋음.)
 이 문제는 A, C, E가 한 팀이고
 B, D가 팀임.

색 RGB

2

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

B, D 같은 색
 B, D가 다른 색

$$\begin{aligned}
 & 3C_1 \times \left\{ \begin{array}{l} 2C_1 \times 1 \\ + \\ 2C_1 \times 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} A, E \text{ 같은 색} \\ = 12 \\ A, E \text{ 다른 색} \end{array}
 \end{aligned}$$

A, E 색칠

E 색칠할 포인트 부족

$$3C_2 \times 2 \times 1 \times 0 = 0$$

B, D 색칠 C 색칠 (색 불충족)

RGB
 3, 5

3-23. 17년 3월 교육청 26번

다음 조건을 만족시키는 네 자연수 a, b, c, d 로 이루어진 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오.
[4점]

(가) $a+b+c+d=6$

(나) $a \times b \times c \times d$ 는 4의 배수이다.

$$p(6,4) = p(2,1) + p(2,2) = 2$$

$$(3 \ 1 \ 1 \ 1)$$

x

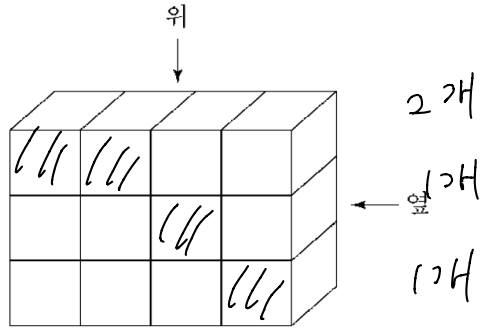
$$(2 \ 2 \ 1 \ 1)$$

$$\frac{4!}{2!2!} = 6$$

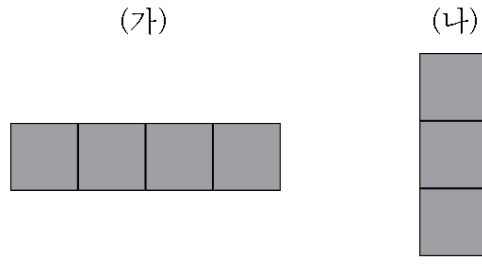
6

3-24. 06학년도 수능 나형 17번

다음 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 투명한 유리 상자 12개로 직육면체를 만들었다.



이 중에서 4개의 유리 상자를 같은 크기의 검은색 유리 상자로 바꾸어 넣은 직육면체를 위에서 내려다 본 모양이 (가), 옆에서 본 모양이 (나)와 같이 되도록 만들 수 있는 방법의 수는? [4점]



(4)

- ① 54 ② 48 ③ 42 ④ 36 ⑤ 30

$$(2, 1, 1) \text{ 분배 } \frac{3!}{2!} \times 4 \times 2 = 36$$

3-25. 16학년도 9월 평가원 A형 19번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [4점]

- (가) $a+b+c+3d=10$
 (나) $a+b+c \leq 5$

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

$d=0$ $a+b+c=10$ (X) ①
 $d=1$ $a+b+c=7$ (X)
 $d=2$ $a+b+c=4$ ${}^3C_2=15$
 $d=3$ $a+b+c=1$ ${}^3C_1=3$

3-26. 18학년도 9월 평가원 나형 16번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

- (가) $x+y+z=10$
 (나) $0 < y+z < 10$

- ① 39 ② 44 ③ 49 ④ 54 ⑤ 59

방법 여사건 이용 : (가) - { (가) \cap (나)^c }
 $\left\{ \begin{array}{l} y+z=0 \\ \geq 0 \geq 0 \end{array} \right. \quad {}^1C_1=1$
 $\left\{ \begin{array}{l} y+z=10 \\ \geq 0 \geq 0 \end{array} \right. \quad {}^11C_1=11$
 ${}^{12}C_2=66$ ${}^{12}C_1=12$
 $66 - 12 = 54$ ④

3-27. 16년 7월 교육청 18번

다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

- (가) 세 수 a, b, c 의 합은 짝수이다.
 (나) $a \leq b \leq c \leq 15$

- ① 320 ② 324 ③ 328 ④ 332 ⑤ 336

(~ 15) $(\frac{22}{7}, \frac{22}{7}, \frac{22}{7})$ $1 \times {}^7H_3 = 84$ ⑤
 짝수 7개
 홀수 8개 $(\frac{22}{7}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ $2 \times {}^7H_2 \times {}^7C_1 = 252$
 $252 + 84 = 336$
 짝수 2개와 홀수 1개 뽑으면
 알아서 a, b, c 결정됨.

3-28. 17년 10월 교육청 나형 28번

다음 조건을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $abc = 180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1$
 (나) $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ $a \neq b, b \neq c, c \neq a$

$$\begin{array}{l}
 a_1 + b_1 + c_1 = 2 \\
 \geq 0 \geq 0 \geq 0 \\
 a_2 + b_2 + c_2 = 2 \\
 \geq 0 \geq 0 \geq 0 \\
 a_3 + b_3 + c_3 = 1 \\
 \geq 0 \geq 0 \geq 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 4C_2 \times 4C_2 \times 3C_2 \\
 = 108
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 (1 \ 1 \ 180) \\
 (2 \ 2 \ 45) \\
 (3 \ 3 \ 20) \\
 (6 \ 6 \ 5)
 \end{array}
 \left.
 \begin{array}{l}
 \boxed{3} \\
 \boxed{3} \\
 \boxed{3} \\
 \boxed{3}
 \end{array}
 \right\}
 \begin{array}{l}
 108 \cdot 12 \\
 = 96 \\
 \textcircled{96}
 \end{array}$$

3-29. 16학년도 수능 A형 17번

다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는?
 [4점]

(가) a, b, c, d, e 중에서 0의 개수는 2이다.
 (나) $a+b+c+d+e = 10$

- ① 240 ② 280 ③ 320 ④ 360 ⑤ 400

$$5C_2 \times 9C_2 = 10 \times 36 = 360 \quad \textcircled{4}$$

$a=0, b=0$ $c+d+e=10$
 $\geq 1 \geq 1$

3-30. 15학년도 9월 평가원 26번

자연수 n 에 대하여 $abc = 2^n$ 을 만족시키는 1보다 큰 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수가 28일 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned}
 a &= 2^A \\
 b &= 2^B \\
 c &= 2^C
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A+B+C &= n \\
 \geq 1 &\geq 1 \geq 1
 \end{aligned}$$

$${}_{n-1}C_2 = 28$$

$$n-1 = 8$$

(9)

3-31. 16학년도 수능 14번

세 정수 a, b, c 에 대하여

$$\begin{array}{ccc}
 A & B & C \\
 \parallel & \parallel & \parallel \\
 1 \leq |a| \leq |b| \leq |c| \leq 5
 \end{array}$$

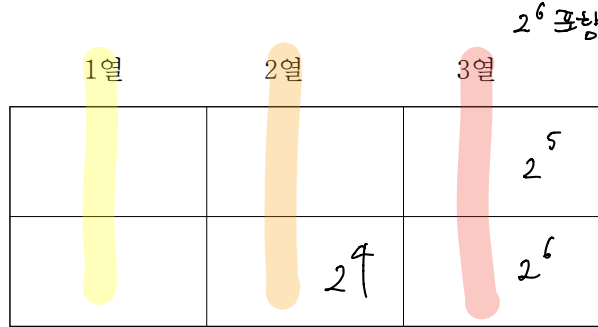
를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

- ① 360 ② 320 ③ 280 ④ 240 ⑤ 200

(3) $5H_3 \times 2^3 = 35 \times 8 = 280$

3-32. 05년 3월 교육청 9번

그림과 같은 6개의 빈칸에 $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ 의 6개의 수를 하나씩 써 넣으려고 한다. 1열, 2열, 3열의 숫자들의 합을 각각 a_1, a_2, a_3 라 할 때, $a_1 < a_2 < a_3$ 이 되도록 빈 칸을 채우는 경우의 수는?
[4점]



- ① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

2^n 특징: $2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$ 이기에 (2)
 $2^n > 2^{n-1} + 2^{n-2} + \dots + 1$ 일 만큼 압도적

3열에 $2^6, 2^5$ 포함: $3C_2 \times 2^3 = 24$

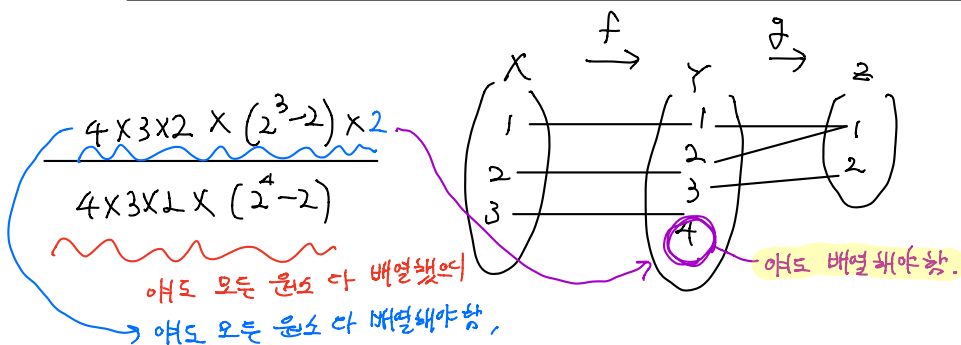
3열에 2^6 포함 2^5 포함 X: $4C_2 \times 2C_1 \times 2^3 = 96$

함수, 확률
관련
외고방문2에

3-33. 09학년도 6월 평가원 24번

집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$, $Z = \{0, 1\}$ 에 대하여 조건 (가)를 만족시키는 모든 함수 $f : X \rightarrow Y$ 중에서 임의로 하나를 선택하고, 조건 (나)를 만족시키는 모든 함수 $g : Y \rightarrow Z$ 중에서 임의로 하나를 선택하여 합성함수 $g \circ f : X \rightarrow Z$ 를 만들 때 이 합성함수의 치역이 Z 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.
 (나) g 의 치역은 Z 이다.



$\frac{6 \times 1}{14} = \frac{6}{7}$

13

3-36. 15년 10월 교육청 A형 28번

좌표평면 위의 점 P가 다음 규칙에 따라 이동한다.

(가) 원점에서 출발한다. ↗ c번

(나) 동전을 1개 던져서 앞면이 나오면 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한다.

(다) 동전을 1개 던져서 뒷면이 나오면 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한다. ↘ d번

1개의 동전을 6번 던져서 점 P가 (a, b)로 이동하였다. a+b가 3의 배수가 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, p+q의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$c + d = 6 \quad (a, b) = (c+d, d)$$

(6, 0)
~~(5, 1)~~
~~(4, 2)~~
 (3, 3)
~~(2, 4)~~
~~(1, 5)~~
 (0, 6)

$$c+2d \Rightarrow 3\text{의 배수}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^6 + 6 \binom{6}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= (1 + 6 \binom{6}{3} + 1) \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

43

3-37. 20학년도 6월 평가원 7번

같은 종류의 비어 있는 상자 3개가 있다. 같은 종류의 장난감 12개를 남김없이 이 3개의 상자에 빈 상자가 없도록 나누어 넣으려고 한다. 각 상자에 넣은 장난감의 개수가 모두 다르게 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? [3점] 먼저 분할부터!!!

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

3

$$P(12, 3) = P(9, 1) + P(9, 2) + P(9, 3) = 12$$

(10, 1, 1)	(7, 3, 2)	(5, 4, 3)	}	7
(9, 2, 1)	(6, 5, 1)	(4, 4, 4)		
(8, 3, 1)	(6, 4, 2)			
(8, 2, 2)	(6, 3, 3)			
(7, 4, 1)	(5, 5, 2)			

$$P(6, 1) = 1$$

$$P(6, 2) = 3$$

$$P(6, 3) = 3$$

3-38. 20학년도 6월 평가원 14번

한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a > b$ 이고 $a > c$ 일 확률은?
[4점]

a 가 큰

- ① $\frac{13}{54}$ ② $\frac{55}{216}$ ③ $\frac{29}{108}$ ④ $\frac{61}{216}$ ⑤ $\frac{8}{27}$ (2)

$a=1$ (X)

$a=2$ $1 \times 1 = 1$

$a=3$ $2 \times 2 = 4$

$a=4$ $3 \times 3 = 9$

$a=5$ $4 \times 4 = 16$

$a=6$ $5 \times 5 = 25$

$$\frac{1+4+9+16+25}{6^3} = \frac{55}{216}$$

3-39. 20학년도 6월 평가원 19번 : **과제한 풀이과정은 Chapter 3 예시 참고**

다음 조건을 만족시키는 **음이 아닌 정수** x_1, x_2, x_3, x_4 의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4) 의 개수는?
[4점]

(가) $n = 1, 2, 3$ 일 때, $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.
(나) $x_4 \leq 12$

- ① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250 (1)

$12 \geq x_4 \geq x_3 + 2 \geq x_2 + 4 \geq x_1 + 6 \geq 6 \Rightarrow$ 이거 많이 읽은 하사는데 $x_1 \geq 0$ 이기 $x_1 + 6 \geq 6$ 입니다. $\wedge \wedge$

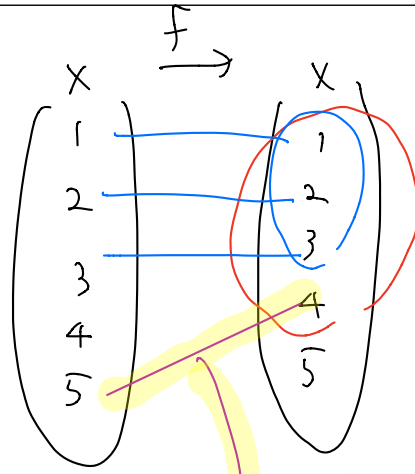
(1) $H_4 = {}_{10}C_4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$
 \downarrow
 6~12까지의 숫자

(2)	x_4	x_3	x_2	x_1 개수	
	6	4	2	(1)	$\sum_{m=1}^7 \sum_{n=1}^m \frac{n(n+1)}{2} = 210$
	7	4, 5	2, 2~3	(1) + (1+2)	
	8	4~6	2, 2~3, 2~4	(1) + (1+2) + (1+2+3)	
	9	4~7	⋮	⋮	
	10	4~8	⋮	(1) + (1+2) + (1+2+3) + ⋯ + (1+⋯+n) + ⋯ + (1+⋯+m) \Rightarrow m번까지	
	11	4~9	⋮	⋮	
	12	4~10	2, 2~3, ⋯, 2~8	(1) + (1+2) + ⋯ + (1+2+3+4+5+6+7)	
			56		

3-40. 20학년도 6월 평가원 25번

집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [3점]

- (가) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 4이다.
 (나) $f(a) = a$ 인 X 의 원소 a 의 개수는 3이다.



$$\begin{aligned}
 & 5 \binom{4}{4} \times 4 \binom{3}{3} \times 3 \\
 & = 5 \times 4 \times 3 = 60
 \end{aligned}$$

(60)

조건!!!
 $f(4) \neq 4$ 이고
 치역이 $\{1, 2, 3, 4\}$ 이므로

3-41. 18학년도 수능 19번

무게가 1인 추 6개, 무게가 2인 추 3개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g이다.)

$$1, 2 \Rightarrow \frac{1}{3} \qquad 3, 4, 5, 6 \Rightarrow \frac{2}{3}$$

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 2이하이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 3 이상이면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 6보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 X 의 확률질량함수 $P(X=x)$ ($x=3, 4, 5, 6$)을 구하는 과정이다.

(i) $X=3$ 인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 3개가 들어 있는 경우이므로 $P(X=3) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$ (2,2,2 배열)

(ii) $X=4$ 인 사건은 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 네 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$P(X=4) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 + {}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times 1$ (이렇게 미리 나와있는거 넘어가지 말고 직접 해보자. 이게 힌트임!)

(iii) $X=5$ 인 사건은 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$P(X=5) = {}_4C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 1$ (1,1,1,2 배열)

(iv) $X=6$ 인 사건은 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우이므로

$P(X=6) = \left(\frac{1}{3}\right)^5$

1,1,2
 ${}_3C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1 \times \frac{2}{3}$
네 번째 추 무게 2
직접적 힌트

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $\frac{ab}{c}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

①

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^2}{4 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^1} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4}{4 \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{\frac{16}{9}}{4} = \frac{4}{9}$$

Chapter 4 문제

4-1. 13학년도 수능 나형 29번

다음 좌석표에서 2행 2열 좌석을 제외한 8개의 좌석에 여학생 4명과 남학생 4명을 1명씩 임의로 배정할 때, 적어도 2명의 남학생이 서로 이웃하게 배정될 확률은 p 이다. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 2명이 같은 행의 바로 옆이나 같은 열의 바로 앞뒤에 있을 때 이웃한 것으로 본다.) [4점]

여사건 이용
회전 애초에 불가

	1열	2열	3열
1행			
2행		X	
3행			

$$1 - \frac{2 \times 4! \times 4!}{8!} = \frac{34}{35}$$

$$70 \times \frac{34}{35} = 68$$

68

여		여
	X	
여		여

	여	
여	X	여
	여	

4-2. 13년 7월 교육청 27번 → ab

남학생 4명, 여학생 2명이 그림과 같이 9개의 자리가 있는 원탁에 다음 두 조건에 따라 앉으려고 할 때, 앉을 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 남학생, 여학생 모두 같은 성별끼리 2명씩 조를 만든다.
- (나) 서로 다른 두 개의 조 사이에 반드시 한 자리를 비워둔다.

ABCD

A, B

C, D

a, b

48

$${}^4C_2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 2! \times 2^3 = 48$$

남학생 2명 여학생 1명

4-3. 07년 3월 교육청 15번 *생각해보니 중복 원순열 문제여서 살짝 교묘과정 뻔한듯...*

A, B, C, D 4가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 그림과 같은 프로펠러의 중앙 부분과 4개의 날개 부분을 모두 칠하려고 한다. **인접한 중앙 부분과 날개 부분은 서로 다른 색으로 칠하기로 할 때,** 칠할 수 있는 방법의 수는? (단, 4개의 날개는 모두 합동이고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) [4점]

4 X $\left[\begin{matrix} 3 \\ + \\ 3C_2 \times 4 \\ + \\ 3 \times 3 \end{matrix} \right] = 96$

중양

① 60 ② 72 ③ 84 ④ 96 ⑤ 108

2번 사용할 색 정하기

⇒ 2가지
⇒ 3가지
⇒ 4가지

⇒ 3가지 색
⇒ 4가지 색

④

4-4. 10년 3월 교육청 15번

그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.) [4점]

1 2 3 4 / 5 6 7 8

① 6520 ② 6620 ③ 6720 ④ 6820 ⑤ 6920

위

아래

③

2그룹 나누기

$$8C_4 \times \frac{1}{2!} \times 4C_1 \times 2! \times 4C_1 \times 3! = 6720$$

69 위면 일면 좌우상하 회전이 막혔으므로.

윗 옆면 원순열

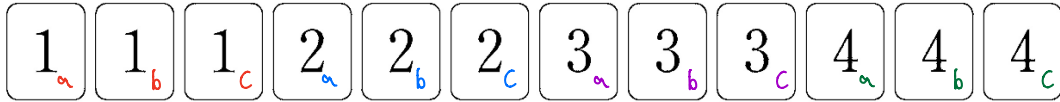
[올림픽때와 막힘따라 학생]

Chapter 5 문제

5-1. 18학년도 6월 평가원 15번

그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상 일 확률은? [4점]

여사건 이용 : 모든 카드 숫자 모두 다름.



① $\frac{12}{55}$

② $\frac{16}{55}$

③ $\frac{4}{11}$

④ $\frac{24}{55}$

⑤ $\frac{28}{55}$

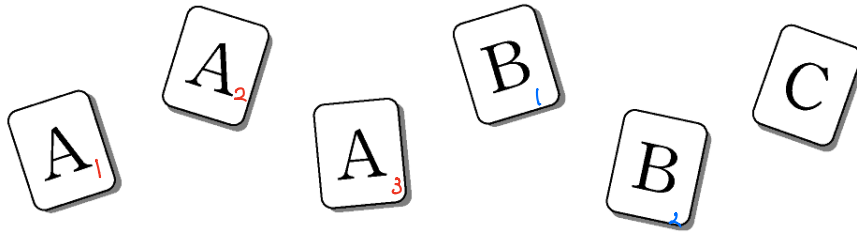
⑤

1, 2, 3, 4 중 3개의 숫자 정하기

$$1 - \frac{{}^4C_3 \times 3^3}{{}^{12}C_3} = 1 - \frac{4 \times 27}{2 \times 11 \times 10} = 1 - \frac{27}{55} = \frac{28}{55}$$

5-2. 18학년도 9월 평가원 10번

A, A, A, B, B, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝 모두에 A가 적힌 카드가 나오게 나열될 확률은? [3점]



②

① $\frac{3}{20}$

② $\frac{1}{5}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{3}{10}$

⑤ $\frac{7}{20}$

$$\frac{3 \times 2 \times 4!}{6!} = \frac{1}{5}$$

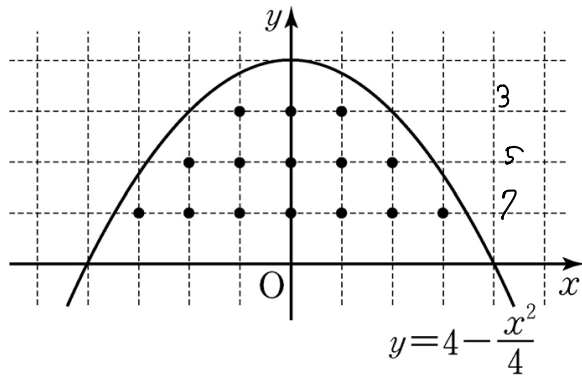
숫자정하기

5-3. 15학년도 9월 평가원 17번

다음 조건을 만족시키는 좌표평면 위의 점 (a, b) 중에서 임의로 서로 다른 두 점을 선택한다. 선택된 두 점의 y 좌표가 같을 때, 이 두 점의 y 좌표가 2일 확률은? [4점]

(가) a, b 은 정수이다.
 (나) $0 < b < 4 - \frac{a^2}{4}$

- ① $\frac{4}{17}$ ② $\frac{5}{17}$ ③ $\frac{6}{17}$ ④ $\frac{7}{17}$ ⑤ $\frac{8}{17}$



$$\frac{{}^5C_2}{{}^7C_2 + {}^5C_2 + {}^3C_2} = \frac{5}{17}$$

5-4. 14학년도 평가원 예비시험 A형 29번

한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

(가) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5이상이면 나온 눈의 수를 점수로 한다.
 (나) 한 번 던져 나온 눈의 수가 5보다 작으면 한 번 더 던져 나온 눈의 수를 점수로 한다.

시행의 결과로 얻은 점수가 5점 이상일 때, 주사위를 한 번만 던졌을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$\frac{\frac{2}{6}}{\frac{2}{6} + \frac{4}{6} \times \frac{2}{6}} = \frac{12}{12+8} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

주사위 한번
주사위 두번

$$25 + 9 = 34$$

34

비율 대신 학생 5300명으로 설정.

5-5. 13학년도 수능 8번

어느 학교 전체 학생의 60%는 버스로, 나머지 40%는 걸어서 등교하였다. 버스로 등교한 학생의 $\frac{1}{20}$ 이 지각하였고, 걸어서 등교한 학생의 $\frac{1}{15}$ 이 지각하였다. 이 학교 전체 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 지각하였을 때, 이 학생이 버스로 등교하였을 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{9}{20}$ ③ $\frac{9}{19}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{17}$ ⑤

표 완성

	버스	걸기	
지각	9	8	17
지각x	171	112	283
	180	120	

$$\frac{9}{17}$$

5-6. 16학년도 수능 A형 26번

어느 회사의 직원은 모두 60명이고, 각 직원은 두 개의 부서 A, B 중 한 부서에 속해 있다. 이 회사의 A 부서는 20명, B 부서는 40명의 직원으로 구성되어 있다. 이 회사의 A 부서에 속해 있는 직원의 50%가 여성이다. 이 회사 여성 직원의 60%가 B 부서에 속해 있다. 이 회사의 직원 60명 중에서 임의로 선택한 한 명이 B 부서에 속해 있을 때, 이 직원이 여성일 확률은 p 이다. $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]

여성 직원은 40%

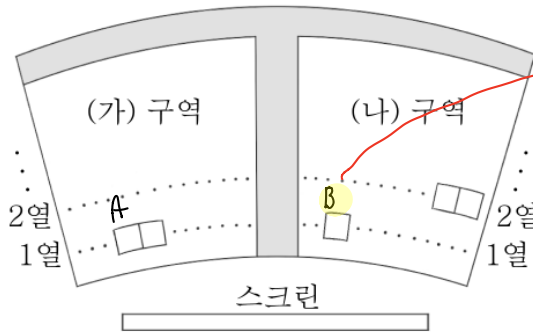
	남	여	
A	10	10	20
B	25	15	40

$$\frac{15}{40} \times 80 = 30$$

30

5-7. 15년 10월 교육청 20번

5명의 학생 A, B, C, D, E가 같은 영화를 보기 위해 함께 상영관에 갔다. 상영관에는 그림과 같이 총 5개의 좌석만 남아 있었다. (가) 구역에는 1열에 2개의 좌석이 남아 있었고, (나) 구역에는 1열에 1개와 2열에 2개의 좌석이 남아 있었다. 5명의 학생 모두가 남아 있는 5개의 좌석을 임의로 배정받기로 하였다. 학생 A와 B가 서로 다른 구역의 좌석을 배정받았을 때, 학생 C와 D가 같은 구역에 있는 같은 열의 좌석을 배정받을 확률은? [4점]



$$\frac{2 \times 2 \times 1 \times 2}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2} = \frac{1}{9}$$

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

③

5-8. 18학년도 6월 평가원 17번

서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

①

$$\frac{\frac{1}{6} \times 4 \binom{6}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{1}{6} \times 4 \binom{6}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{6} \times 2 \binom{6}{1} \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right)^1} = \frac{6}{6 + 40} = \frac{3}{23}$$

동전 4번 동전 2번

6×2^4 82

5-9. 17학년도 9월 평가원 12번

한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 두 수의 곱 ab 가 6의 배수일 때 이 두 수의 합 $a+b$ 가 7일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

3

$$\frac{4}{15}$$

- $a=1$ $b=6$ [1]
- $a=2$ $b=3, 6$ [2]
- $a=3$ $b=2, 4, 6$ [3]
- $a=4$ $b=3, 6$ [2]
- $a=5$ $b=6$ [1]
- $a=6$ $b=1 \sim 6$ [6]

5-10. 08년 7월 교육청 30번

어느 배의 제 I 축과 제 II 축의 주엔진과 보조엔진은 그림과 같다.



이 배는 주엔진이 고장나면 보조엔진이 작동되어 운항하고, 한 축의 엔진이 모두 고장나면 운항할 수 없다. A항구를 출발한 배가 B항구까지 운항하는데 각 엔진이 고장날 확률은 10%이고 제 I 축과 제 II 축은 독립적으로 작동한다. 주엔진 두 개를 작동한 상태로 출발한 배가 A항구에서 B항구까지 운항하였을 때 보조엔진이 작동되었을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 이때 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [4점]

보조엔진 작동 X, 정상 작동

한 축이 완전히 망가질

확률: $0.1 \times 0.1 = 0.01$

$$1 - \frac{0.9 \times 0.9}{(1 - 0.01)(1 - 0.01)} = 1 - \frac{100}{121} = \frac{21}{121}$$

142

5-11. 19학년도 수능 나형 18번

3-20 참고!!!

좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 점 A를 x 축의 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 점 A를 y 축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A의 x 좌표 또는 y 좌표가 처음으로 3이 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A의 y 좌표가 처음으로 3이 되었을 때 점 A의 x 좌표가 1일 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

이런 문제는 마지막 시행부터 고려하는게 좋음

마지막 시행은 무조건 뒷면이어야 조건 만족!

고성

3회	X X	X	$(\frac{1}{2})^1 \times \frac{1}{2}$
4회	O X X	X	$3C_2 (\frac{1}{2})^1 (\frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}$
5회	O O X X	X	$4C_2 (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2}$

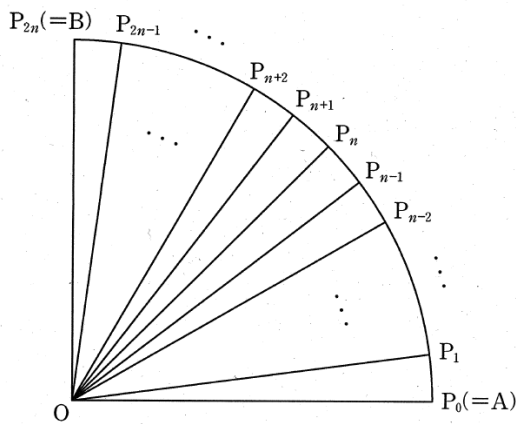
3

$$\frac{3C_2 (\frac{1}{2})^1 (\frac{1}{2}) \times \frac{1}{2}}{(\frac{1}{2})^1 \times \frac{1}{2} + 3C_2 (\frac{1}{2})^1 (\frac{1}{2}) \times \frac{1}{2} + 4C_2 (\frac{1}{2})^2 (\frac{1}{2})^2 \times \frac{1}{2}} = \frac{3}{8}$$

Chapter 6 문제

6-1. 15학년도 9월 평가원 14번

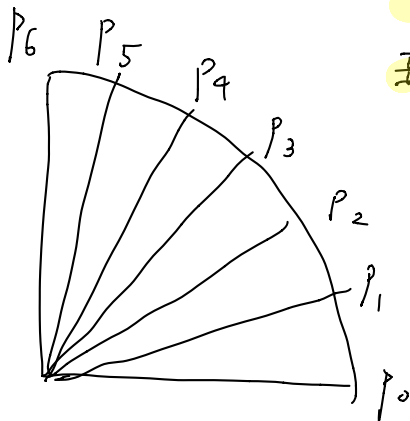
그림과 같이 중심이 O , 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 자연수 n 에 대하여 호 AB 를 $2n$ 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $P_0(=A), P_1, P_2, \dots, P_{2n-1}, P_{2n}(=B)$ 라 하자.



$n = 3$ 일 때, 점 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 중에서 임의로 선택한 한 개의 점을 P 라 하자. 부채꼴 OPA 의 넓이와 부채꼴 OPB 의 넓이의 차를 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{11}$ ② $\frac{\pi}{10}$ ③ $\frac{\pi}{9}$ ④ $\frac{\pi}{8}$ ⑤ $\frac{\pi}{7}$

(2)



되도록
표 꼭 완성!

0	$2 \times \frac{\pi}{24}$	$4 \times \frac{\pi}{24}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

$$\frac{\pi}{30} + \frac{\pi}{15} = \frac{\pi}{10}$$

Chapter 7 문제

7-1. 18학년도 9월 평가원 12번

확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고 다음 등식을 만족시킨다.

$$P(m \leq X \leq m+12) - P(X \leq m-12) = 0.3664$$

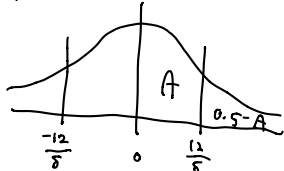
오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 σ 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$$X \sim N(m, \sigma^2)$$

$$P\left(0 \leq z \leq \frac{12}{\sigma}\right) - P\left(z \leq -\frac{12}{\sigma}\right) = 0.3664$$



$$2A - 0.5 = 0.3664 \quad \frac{12}{\sigma} = 1.5$$

$$A = 0.4332 \quad \sigma = 8$$

7-2. 19학년도 수능 15번

어느 회사 직원들의 어느 날의 출근 시간은 평균이 66.4분, 표준편차가 15분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 날 출근 시간이 73분 이상인 직원들 중에서 40%, 73분 미만인 직원들 중에서 20%가 지하철을 이용하였고, 나머지 직원들은 다른 교통수단을 이용하였다. 이 날 출근한 이 회사 직원들 중 임의로 선택한 1명이 지하철을 이용하였을 확률은?

(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.44) = 0.17$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 0.306 ② 0.296 ③ 0.286 ④ 0.276 ⑤ 0.266

$$X \sim N(66.4, 15^2)$$

$$P(X \geq 73) \times 0.4 + P(X < 73) \times 0.2$$

$$P(X \geq 73) = P(Z \geq 0.44) = 0.33$$

$$0.33 \times 0.4 + 0.67 \times 0.2 = 0.132 + 0.134 = 0.266$$

7-3. 16학년도 9월 평가원 18번

확률변수 X 는 정규분포 $N(10, 4^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 4^2)$ 을 따르고, 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$ 와 $g(x)$ 이다.

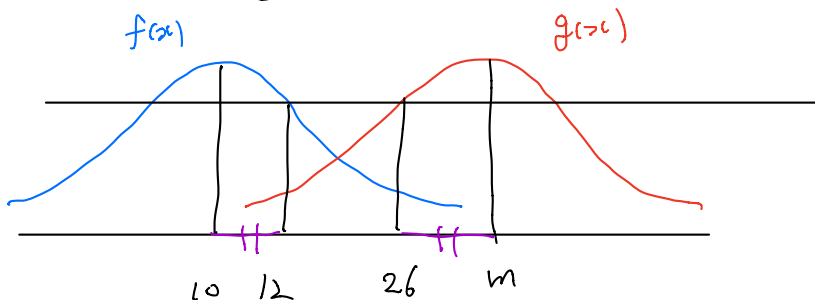
$f(12) = g(26)$, $P(Y \geq 26) \geq 0.5$ 일 때,

$P(Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은?

[4점]

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0896 ④ 0.1587 ⑤ 0.2255

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938



$$m = 26 + 2 = 28$$

$$P(Y \leq 20) = P(Z \leq -2) = 0.5 - 0.4772 = 0.0228$$

7-4. 14학년도 9월 평가원 20번

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $G(t)$ 는 평균이 t , 표준편차가 $\frac{1}{t^2}$ 인 정규분포를 따르는

확률변수 X 에 대하여

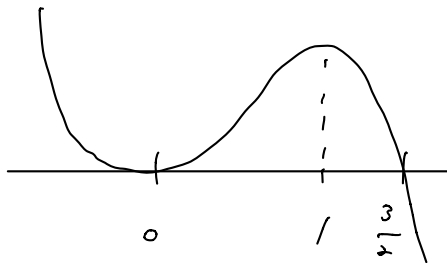
$G(t) = P\left(X \leq \frac{3}{2}\right)$ 이다. 함수 $G(t)$ 의 최댓값을 오른쪽

표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.4	0.1554
0.5	0.1915
0.6	0.2257
0.7	0.2580

- ① 0.3085 ② 0.3446 ③ 0.6915 ④ 0.7257 ⑤ 0.7580

$X \sim N\left(t, \left(\frac{1}{t^2}\right)^2\right)$
 $y = \frac{3}{2}t^2 - t^3$



$G(t) = P\left(Z \leq \frac{\frac{3}{2} - t}{\frac{1}{t^2}}\right) = P\left(Z \leq \frac{3}{2}t^2 - t^3\right)$
 최대

$t=1$ 일 때 $G(t)$ 최대!

$P(Z \leq 0.5) = 0.6915$

③

7-5. 12년 10월 교육청 11번

어느 과수원에서 수확한 사과들의 무게는 평균 400g, 표준편차 50g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 사과 중 무게가 442g 이상인 것을 1등급 상품으로 정한다. 이 과수원에서 수확한 사과 중 100개를 임의로 선택할 때, 1등급 상품이 24개 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.64	0.24
0.84	0.30
1.00	0.34
1.28	0.40

- ① 0.10 ② 0.16 ③ 0.20 ④ 0.26 ⑤ 0.34

$X \sim N(400, 50^2)$

$P(X \geq 442) = P(Z \geq 0.84) = 0.2$

$Y \sim B(100, 0.2) \sim N(20, 4^2)$

$P(Y \geq 24) = P(Z \geq 1)$

$= 0.16$

$$X \sim N(1740, 500^2)$$

7-6. 11학년도 수능 나형 13번

어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이 1740m, 표준편차가 500m인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가 2000m 이상인 고객 중에서 15%, 2000m 미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가 2000m 미만일 확률은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.) [3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$ $P(X \geq 2000) = 0.3$

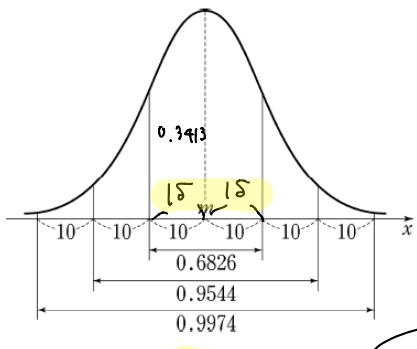
②

$$\frac{P(X < 2000) \times 0.05}{P(X \geq 2000) \times 0.15 + P(X < 2000) \times 0.05} = \frac{0.7 \times 0.05}{0.3 \times 0.15 + 0.7 \times 0.05}$$

$$= \frac{35}{45 + 35} = \frac{7}{16}$$

7-7. 09학년도 9월 평가원 나형 13번

어느 모집단의 분포가 정규분포 $N(m, 10^2)$ 을 따르고, 이 정규분포의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프와 구간별 확률은 아래와 같다.



$\mu = 50$ 대칭

확률밀도함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(100 - x)$ 를 만족한다. 이 모집단에서 크기 25인 표본을 임의추출할 때의 표본평균을 \bar{X} 라 하자. $P(44 \leq \bar{X} \leq 48)$ 의 값은? [4점]

- ① 0.1359 ② 0.1574 ③ 0.1965 ④ 0.2350 ⑤ 0.2718 ②

$m = 50$ $X \sim (50, 10^2)$ $\bar{X} \sim (50, 2^2)$

$$P(44 \leq \bar{X} \leq 48) = P(-3 \leq Z \leq -1)$$

$$\frac{0.9974 - 0.6826}{2} = 0.1574$$

Chapter 8 문제

8-1. 19학년도 수능 26번

어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$ 이다. $d - b = 3.86$ 을 만족시키는 σ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

$$b = 75 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}}$$

$$d = 77 + 2.58 \times \frac{\sigma}{\sqrt{16}}$$

$$3.86 = 2 + 0.62 \times \frac{\sigma}{4}$$

$$\sigma = 1.86 \times \frac{4}{0.62} = 12$$

(12)

8-2. 11학년도 수능 30번

우리나라 성인을 대상으로 특정 질병에 대한 항체 보유 비율을 조사하려고 한다. 모집단의 항체 보유 비율을 p , 모집단에서 임의로 추출한 n 명을 대상으로 조사한 표본의 항체 보유 비율을 \hat{p} 이라고 할 때, $|\hat{p} - p| \leq 0.16 \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})}$ 일 확률이 0.9544 이상이 되도록 하는 n 의 최솟값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$ 이다.) [4점]

$$P\left(-\frac{0.16 \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})}}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}} \leq \frac{p - \hat{p}}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}} \leq \frac{0.16 \sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})}}{\sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}}\right)$$

(57)

$$0.16 \sqrt{n} \geq 2$$

$$\sqrt{n} \geq \frac{25}{2}$$

$$n \geq \frac{625}{4}$$

8-3. 17학년도 9월 평가원 28번

어느 고등학교에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 50%의 학생이 대중교통을 이용하여 등교하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b - a = 0.14$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

$$b - a = 2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{n}} = 0.14$$

$$14 = \frac{1.96}{0.14} = \sqrt{n}$$

196

$$n = 196$$

8-4. 16학년도 9월 평가원 13번

어느 회사 직원들의 하루 여가 활동 시간은 모평균이 m , 모표준편차가 10인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사 직원 중 n 명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정된 모평균 m 에 대한 신뢰구간이 $[38.08, 45.92]$ 일 때, n 의 값은? (단, 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

① 25

② 36

③ 49

④ 64

⑤ 81

①

$$2 \times 1.96 \times \frac{10}{\sqrt{n}} = 45.92 - 38.08 = 7.84$$

$$\frac{10}{\sqrt{n}} = 2 \quad n = 25$$

8-5. 12학년도 수능 9번

어느 회사에서 생산하는 음료수 1 병에 들어 있는 칼슘 함유량은 모평균이 m , 모표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산한 음료수 16 병을 임의추출하여 칼슘 함유량을 측정한 결과 표본평균이 12.34 이었다. 이 회사에서 생산한 음료수 1 병에 들어 있는 칼슘 함유량의 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $11.36 \leq m \leq a$ 일 때, $a + \sigma$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이고, 칼슘함유량의 단위는 mg이다.) [3점]

- ① 14.32 ② 14.82 ③ 15.32 ④ 15.82 ⑤ 16.32
- 아니 배열 상태
왜 이런 파이
- 3

$$a + 11.36 = 2 \times 12.34 \qquad 0.98 = 0.49 \times \sigma$$

$$a = 24.68 - 11.36 = 13.32 \qquad \sigma = 2$$

$$\frac{a - 11.36}{2} = 1.96 \times \frac{\sigma}{4}$$

8-6. 14학년도 수능 26번

어느 도시의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율을 알아보기 위하여 이 도시의 주민 중 n 명을 임의 추출하여 조사한 결과 80%가 이 중앙공원을 이용한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 도시 주민 전체의 중앙공원을 이용한 경험이 있는 주민의 비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $[a, b]$ 이다. $b - a = 0.098$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

$$2 \times 1.96 \times \sqrt{\frac{0.8 \times 0.2}{n}} = 0.098$$

$$\frac{2 \times 1.96 \times 0.4}{0.098} = \sqrt{n}$$

256

$$n = 256$$

Chapter 9 문제

이웃내로 되는 것부터 배열!

9-1. 19학년도 수능 나형 28번

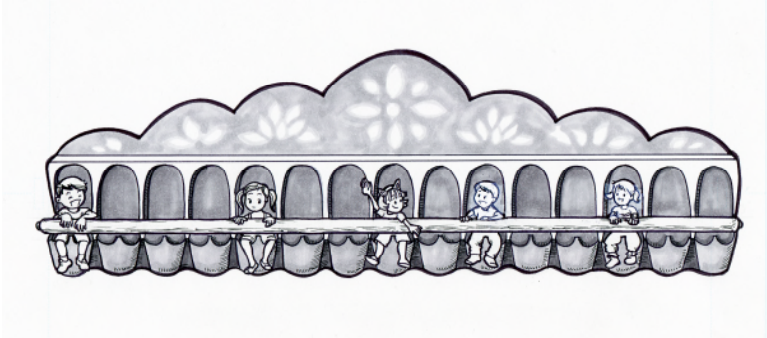
숫자 1, 2, 3, ④가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 ④ 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$\frac{5! \times {}_6C_2 \times 2}{7!} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$$

(2)

9-2. 13년 7월 교육청 17번

그림과 같이 15개의 자리가 있는 일자형의 놀이기구에 5명이 타려고 할 때, 5명이 어느 누구와도 서로 이웃하지 않게 탈 확률은? [4점]

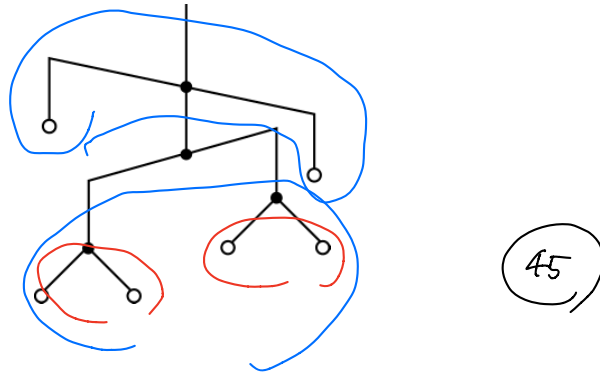


- ① $\frac{1}{26}$ ② $\frac{1}{13}$ ③ $\frac{3}{26}$ ④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{5}{26}$ (4)

$$\frac{{}_{11}C_5 \times 5!}{{}_{15}C_5 \times 5!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11} = \frac{2}{13}$$

9-3. 07년 3월 교육청 30번

좌우 대칭인 Γ 모양과 \wedge 모양의 철사가 각각 두 개씩 있다. 그림과 같이 각 철사의 가운데를 서로 연결한 후, 여섯 군데의 고리에 서로 다른 6개의 인형 A, B, C, D, E, F를 매달아 회전모빌을 만들려고 한다. 이때 만들 수 있는 서로 다른 회전모빌의 개수를 구하시오. (단, 그림의 ● 부분은 회전 가능하고, \wedge 모양의 두 철사는 합동이다.) [4점]

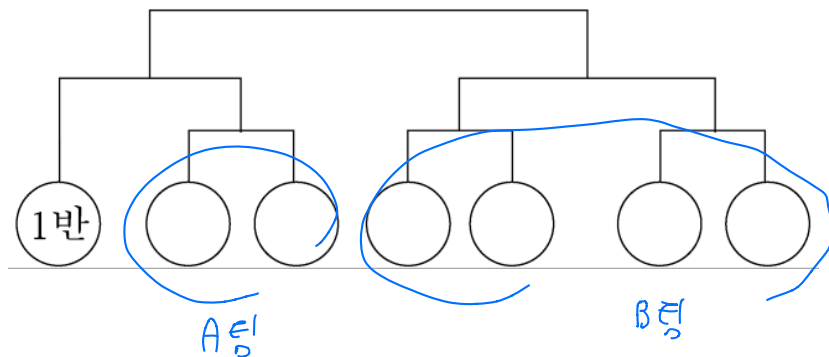


$$6C_2 \times 4C_2 \times \frac{1}{2} = 45$$

9-4. 07학년도 6월 평가원 11번

3학년에 7개의 반이 있는 어느 고등학교에서 토너먼트 방식으로 축구 시합을 하려고 하는데 이미 1반은 부전승으로 결정되어 있다. 다음과 같은 형태의 대진표를 만들어 시합을 할 때, 1반과 2반이 축구 시합을 할 확률은? (단, 각 반이 시합에서 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$ 이고, 기권하는 반은 없다고 한다.)

[3점]



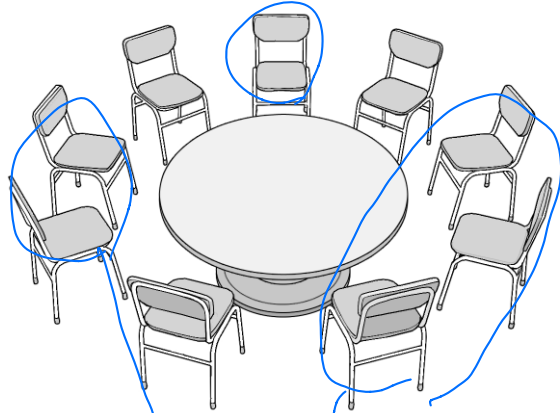
- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

2반이 A팀 $\frac{5C_1 \times 4C_2 \times \frac{1}{2}}{6C_2 \times 4C_2 \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

2반이 B팀 $\frac{5C_2 \times 3C_1}{6C_2 \times 4C_2 \times \frac{1}{2}} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

9-5. 17년 3월 교육청 15번

여학생 3명과 남학생 6명이 원탁에 같은 간격으로 둘러앉으려고 한다. 각각의 여학생 사이에는 1명 이상의 남학생이 앉고 각각의 여학생 사이에 앉은 남학생의 수는 모두 다르다. 9명의 학생이 모두 앉는 경우의 수가 $n \times 6!$ 일 때, 자연수 n 의 값은? (단, 회전하여 일치하는 것들은 같은 것으로 본다.) [4점]



(1,2,3)

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

②

(1,2,3) 으로 남학생 4분기 : $6C_1 \times 5C_2 = 60$

$60 \times 2! \times 2! \times 3! \times 3! = 12 \times 6!$

남과 3명 순서열

Chapter 10. 추가 확률과 통계 문제

10-1. 18학년도 9월 평가원 20번

다음은 n 명의 사람이 각자 세 상자 A, B, C 중 2 개의 상자를 선택하여 각 상자에 공을 하나씩 넣을 때, 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수를 구하는 과정이다. (단, n 은 6의 배수인 자연수이고 공은 구별하지 않는다.)

세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우는 '(i) 세 상자에 공이 들어가는 모든 경우'에서 '(ii) 세 상자에 모두 같은 개수의 공이 들어가는 경우'와 '(iii) 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우'를 제외하면 된다.

(i)의 경우 :
 n 명의 사람이 각자 세 상자 중 공을 넣을 두 상자를 선택하는 경우의 수는 n 명의 사람이 각자 공을 넣지 않을 한 상자를 선택하는 경우의 수와 같다. 따라서 세 상자에서 중복을 허락하여 n 개의 상자를 선택하는 경우의 수인 $\boxed{\text{(가)}}$ 이다. ${}_3H_n$

(ii)의 경우 :
 각 상자에 $\frac{2n}{3}$ 개의 공이 들어가는 경우뿐이므로 경우의 수는 1 이다. \rightarrow 미리 나와있는게 힌트

(iii)의 경우 :
 두 상자 A, B 에 같은 개수의 공이 들어가면 상자 C 에는 최대 n 개의 공을 넣을 수 있으므로 두 상자 A, B 에 각각 $\frac{n}{2}$ 개보다 작은 개수의 공이 들어갈 수 없다. 따라서 두 상자 A, B 에 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\frac{n+1}{2} \text{(나)}}$ 이다. $n \geq A \geq \frac{n}{2}$
 $n \geq B \geq \frac{n}{2}$
 그러므로 세 상자 중 두 상자에만 같은 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 ${}_3C_2 \times (\boxed{\text{(나)}} - 1)$ 이다. $\frac{n}{2} + 1$ \rightarrow A, B 각각에 $\frac{2n}{3}$ 개의 공 들어가는 거 제외
 따라서 세 상자에 서로 다른 개수의 공이 들어가는 경우의 수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$${}_3H_n - 1 - {}_3C_2 \times \frac{n}{2}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(30)}{g(30)} + h(30)$ 의 값은?

[4점]

- ① 481 ② 491 ③ 501 ④ 511 ⑤ 521

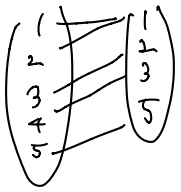
$$\frac{{}_3H_2}{16} + {}_3C_2 - 46 =$$

$$146 \quad 31 + 496 - 46 = 481$$

내년 고개 해설 방식어(함고)

10-2. 19학년도 9월 평가원 18번

다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 치역 A 가 $n(A) = 4$ 이고, 집합 A 의 모든 원소의 함이 홀수인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.



2, 4

(i) 공역 X 의 원소 중 짝수인 원소가 2개이므로 집합 A 의 네 원소 중 세 원소는 홀수이고 한 원소는 짝수이다. ${}^2C_1 \times {}^3C_3 = 2$
 따라서 집합 X 의 원소 중에서 집합 A 의 네 원소를 택하는 경우의 수는 2이다.

(ii) 정의역 X 를 4개의 부분집합으로 분할할 때, 4개의 부분집합의 원소의 개수는 각각 2, 1, 1, 1이 되어야 한다. ${}^5C_2 \times {}^3C_1 \times {}^1C_1 \times {}^1C_1 = 10$
 따라서 집합 X 를 4개의 부분집합으로 분할하는 경우의 수는 (가)이다.

(iii) (i)과 (ii)의 각 경우에 대하여 집합 X 를 분할한 4개의 부분집합을 집합 A 의 네 원소에 하나씩 대응시키는 경우의 수는 $\frac{(나)}{4!}$ 이다. ↓ 분배가 끝난 상태이므로

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 (다)이다. 각 부분 집합이 모두 있음
 $2 \times 10 \times 24 = 480$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 498 ② 502 ③ 506 ④ 510 ⑤ 514

5

$10 + 24 + 480 = 514$

10-3. 19학년도 수능 17번

다음은 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 과 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 합성함수 $f \circ f$ 의 치역의 원소의 개수가 5인 함수 f 의 개수를 구하는 과정이다.

함수 f 와 함수 $f \circ f$ 의 치역을 각각 A 와 B 라 하자.

왜 안하면 이해하고 넘어가지

$n(A) = 6$ 이면 함수 f 는 일대일 대응이고, 함수 $f \circ f$ 도 일대일 대응이므로 $n(B) = 6$ 이다.
 또한 $n(A) \leq 4$ 이면 $B \subset A$ 이므로 $n(B) \leq 4$ 이다.
 그러므로 $n(A) = 5$, 즉 $B = A$ 인 경우만 생각하면 된다.

(i) $n(A) = 5$ 인 X 의 부분집합 A 를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{6} \binom{6}{5}$ (가)이다.

(ii) (i)에서 선택한 집합 A 에 대하여, X 의 원소 중 A 에 속하지 않은 원소를 k 라 하자.
 $n(A) = 5$ 이므로 집합 A 에서 $f(k)$ 를 선택하는 경우의 수는 $\boxed{(나)}_5$ 이다.

(iii) (i)에서 선택한 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ 와 (ii)에서 선택한 $f(k)$ 에 대하여, $f(k) \in A$ 이며 $A = B$ 이므로
 $A = \{f(a_1), f(a_2), f(a_3), f(a_4), f(a_5)\} \dots (*)$
 이다. (*)을 만족시키는 경우의 수는 집합 A 에서 집합 A 로의 일대일 대응의 개수와 같으므로 $\boxed{(다)}_{5!}$ 이다.

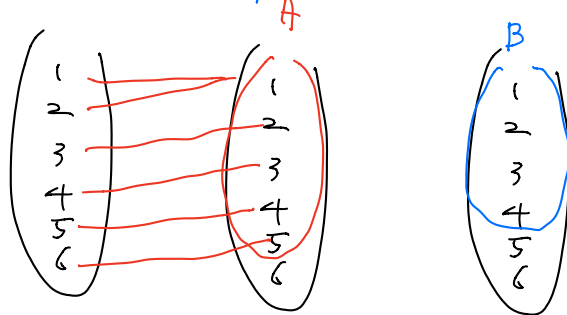
따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수 f 의 개수는 $\boxed{6} \binom{6}{5} \times \boxed{(나)}_5 \times \boxed{(다)}_{5!}$ 이다.

이 내용은 학습을 위해 꼭 생각해보기!

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ㉠ 131 ㉡ 136 ㉢ 141 ㉣ 146 ㉤ 151

예(를 들어 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \neq \{f(1), f(2), f(3), f(4), f(5)\}$ 라면 $B = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 되기에 $A \neq B$ 임.

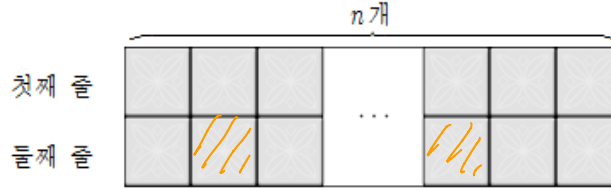


$6 + 5 + 120 = 131$

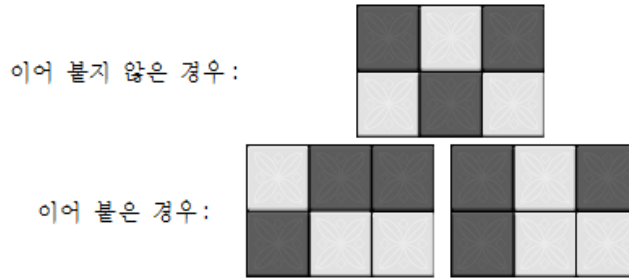
㉠

10-4. 17년 3월 교육청 20번

그림과 같이 가로로 n 개, 세로로 2 개씩 총 $2n$ 개의 크기가 같은 정사각형 모양의 타일을 이어 붙인다.



이 타일 중에서 3 개를 골라 검은색으로 칠하되, 검은색으로 칠한 타일이 서로 이어 붙지 않게 하려고 한다. 다음은 검은색으로 칠한 타일이 이어 붙지 않은 경우와 이어 붙은 경우의 한 예이다.



다음은 $n \geq 6$ 일 때, 검은색으로 칠할 타일 3 개를 고르는 경우의 수 $S(n)$ 을 구하는 과정이다.

첫째 줄에 있는 타일 중 검은색으로 칠할 타일의 개수를 k ($k=0, 1, 2, 3$)이라 하면

(i) $k=0$ 일 때 둘째 줄에 있는 n 개의 타일 중에서 검은색으로 칠할 타일 3 개를 고르는 경우의 수는 $\boxed{(가)}$ 이다. $n-2 C_3$

(ii) $k=1$ 일 때 둘째 줄에 있는 n 개의 타일 중에서 검은색으로 칠할 타일 2 개를 고르는 경우의 수는 ${}_3H_{n-3}$ 이고, 첫째 줄에서 검은색으로 칠할 타일 1 개를 고르는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$ 이므로, 검은색으로 칠할 타일 3 개를 고르는 경우의 수는 ${}_3H_{n-3} \times \boxed{(나)}$ 이다. $n-2$

(iii) $k=2$ 일 때 (ii)와 같은 방법으로 구할 수 있다.

(iv) $k=3$ 일 때 (i)와 같은 방법으로 구할 수 있다.

따라서 $S(n) = \frac{2(n-2)(2n^2 - 8n + 9)}{3}$ 이다.

chapter 9
항고
힌트

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(10)+g(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 60 ② 61 ③ 62 ④ 63 ⑤ 64

↑ 0 ↑ ... ↑ 0 ↑ 0 ↑ 0 ↑ 공간 $n-2$ 개 $n-2 C_3$ $8 C_3 + 6 = 12$

or

↑ ↑ ↑ ↑ = $n-3$ 149

$a \geq 0$ $b \geq 1$ $c \geq 1$ $d \geq 0$

$n-1 C_3$ ③

10-5. 19학년도 6월 평가원 10번

어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

여사건 이용

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$ ⑤

A 몰빵 B 몰빵

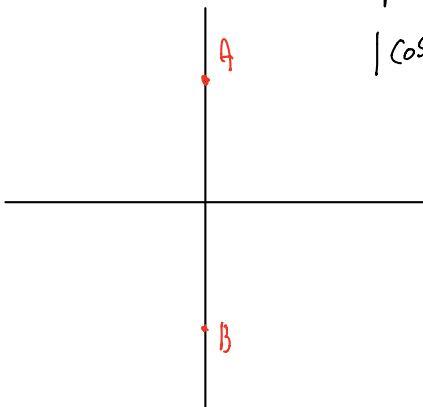
$$1 - \frac{5C_3 + 4C_3}{9C_3} = 1 - \frac{14}{84} = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

10-6. 19학년도 6월 평가원 18번

좌표평면 위에 두 점 A(0,4), B(0,-4)가 있다. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 m, n이라 하자. 점 C($m \cos \frac{n\pi}{3}, m \sin \frac{n\pi}{3}$)에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 12보다 작을 확률은? [4점]

해만 ΔABC 넓이에 상관 없음

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{11}{18}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{13}{18}$



$$\left| m \cos \frac{n\pi}{3} \right| < 3$$

$|\cos \frac{n\pi}{3}|$ 후보: 1, $\frac{1}{2}$

$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ $\cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2}$
 $\cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$ $\cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$
 $\cos \pi = -1$ $\cos 2\pi = 1$

- $m=1$ $n = 1 \sim 6$
 $m=2$ $n = 1 \sim 6$
 $m=3$ $n = 1, 2, 4, 5$
 $m=4$ $n = 1, 2, 4, 5$
 $m=5$ $n = 1, 2, 4, 5$
 $m=6$ $n = \times$

$$\frac{6 \times 2 + 4 \times 3}{36} = \frac{2}{3}$$

④

10-7. 18학년도 수능 13번

한 개의 주사위를 두 번 던진다. 6의 눈이 한 번도 나오지 않을 때 나온 두 눈의 수의 합이 4의 배수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{6}{25}$ ④ $\frac{7}{25}$ ⑤ $\frac{8}{25}$

3

$$\frac{3+3}{5 \times 5} = \frac{6}{25}$$

두 눈의 합

- | | | |
|--------|-------------------|-------------------|
| 4 | 8 | 12 |
| (3, 1) | (6, 2) | (6, 6) |
| (2, 2) | (5, 3) | |
| | (4, 4) | |

10-8. 17학년도 6월 평가원 8번

자연수 6을 짝수 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

- (5, 1)
- (4, 2)
- (3, 3)
- (3, 1, 1, 1)
- (2, 2, 1, 1)
- (1, 1, 1, 1, 1, 1)

$$p(6, 2) + p(6, 4) + p(6, 6) = 3 + 2 + 1 = 6$$

2

10-9. 19학년도 수능 10번

주머니 속에 2부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 구슬 7개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬에 적힌 두 자연수가 서로소일 확률은? [3점]

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

4

14	2	3, 5, 7	[3]
7 C ₂	3	4, 5, 7, 8	[4]
= $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$	4	5, 7	[2]
	5	6, 7, 8	[3]
	6	7	[1]
	7	8	[1]
	8	X	

10-10. 17학년도 수능 7번

한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점]

- ㉠ $\frac{25}{72}$ ㉡ $\frac{13}{36}$ ㉢ $\frac{3}{8}$ ㉣ $\frac{7}{18}$ ㉤ $\frac{29}{72}$

㉠

4의 눈 한번, 4의 눈이 아닌 수 2번

$$3 \left(\left(\frac{1}{6} \right) \left(\frac{5}{6} \right)^2 \right) = \frac{3 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{25}{72}$$

10-11. 16학년도 수능 18번

정규분포 $N(50, 8^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{X} , 정규분포 $N(75, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 25인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 \bar{Y} 라 하자. $P(\bar{X} \leq 53) + P(\bar{Y} \leq 69) = 1$ 일 때, $P(\bar{Y} \geq 71)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.2	0.3849
1.4	0.4192
1.6	0.4452

- ㉠ 0.8413 ㉡ 0.8644 ㉢ 0.8849 ㉣ 0.9163 ㉤ 0.9452

$P(\bar{Y} \geq 71)$ 오타 $\pi\pi$

$\bar{X} \sim N(50, 2^2)$

$P(\bar{X} \leq 53) = P(Z \leq 1.5)$

$\bar{Y} \sim N(75, (\frac{\sigma}{5})^2)$

$P(\bar{Y} \leq 69) = P(Z \leq \frac{-6}{\sigma/5})$

$P(\bar{Y} \geq 71) = P(Z \geq -1) = 0.8413$

$\frac{-30}{\sigma} = -1.5$
 $\sigma = 20$

10-12. 15학년도 9월 평가원 A형 29번

구간 $[0, 3]$ 의 모든 실수 값을 가지는 연속확률변수 X 에 대하여 $f(x) = \frac{1}{3}(3-x)$ ($0 \leq x \leq 3$)이 성립할 때, $P(0 \leq X \leq \frac{1}{3}) = \frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$P(0 \leq X \leq 3) = 1 = 3a \quad P(0 \leq X \leq \frac{1}{3}) = 1 - P(\frac{1}{3} \leq X \leq 3) = 1 - \frac{1}{3} \times (3 - \frac{1}{3})$$

$$a = \frac{1}{3} \quad \text{10} \quad = \frac{1}{9}$$

10-13. 14학년도 6월 평가원 10번

고구마피자, 새우피자, 불고기피자 중에서 m 개를 주문하는 경우의 수가 36일 때, 고구마피자, 새우피자, 불고기피자를 적어도 하나씩 포함하여 m 개를 주문하는 경우의 수는? [3점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

② $a + b + c = m$
 $\geq 0 \geq 0 \geq 0$

$m+2 \binom{2}{2} = 36$
 $m+2 = 9 \quad m=7$

$a+b+c=7$
 $\binom{7}{2} = 15$

10-14. 14학년도 수능 23번 $\geq | \geq |$

어느 마라톤 대회에 참가한 50명의 동호회 회원 중 마라톤에서 완주한 회원 수와 기권한 회원 수가 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	남성	여성
완주한 회원 수	27	9
기권한 회원 수	8	6

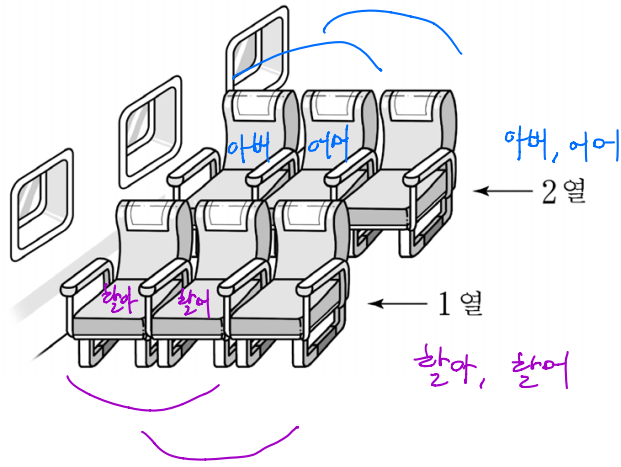
참가한 회원 중에서 임의로 선택한 한 명의 회원이 여성이었을 때, 이 회원이 마라톤에서 완주하였을 확률이 p 이다. $100p$ 의 값을 구하시오. [3점]

60

$$100 \times \frac{9}{15} = 60$$

10-15. 09학년도 9월 평가원 나형 23번

할아버지, 할머니, 아버지, 어머니, 아들, 딸로 구성된 가족이 있다. 이 가족 6명이 그림과 같은 6개의 좌석에 모두 앉을 때, 할아버지, 할머니가 같은 열에 이웃하여 앉고, 아버지, 어머니도 같은 열에 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



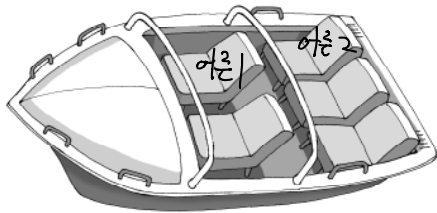
64

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

\swarrow
 (할아버지, 할머니), (아버지, 어머니)
 순서 정하기

10-16. 07학년도 수능 나형 23번

어른 2명과 어린이 3명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 앞줄에 2개, 뒷줄에 3개의 의자가 있다. 어린이가 어른과 반드시 같은 줄에 앉을 때, 5명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]



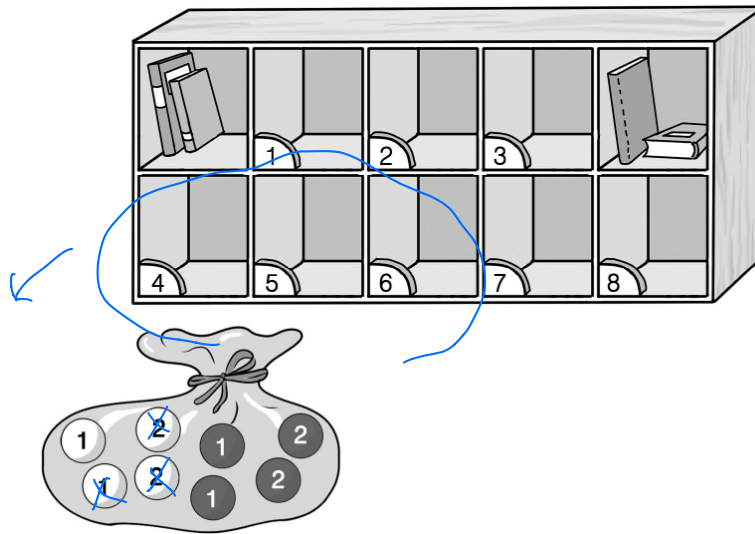
72

$$2 \times 3 \times 2! \times 3! = 72$$

어른분배 아이분배
 \uparrow \uparrow
 \swarrow \swarrow
 앞줄배열 뒷줄배열

10-17. 17년 4월 교육청 28번

그림과 같이 주머니에 숫자 1이 적힌 흰 공과 검은 공이 각각 2개, 숫자 2가 적힌 흰 공과 검은 공이 각각 2개가 들어 있고, 비어 있는 8개의 칸에 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 진열장이 있다.



(2, 2, 1)

숫자가 적힌 8개의 칸에 주머니 안의 공을 한 칸에 한 개씩 모두 넣을 때, 숫자 4, 5, 6이 적힌 칸에 넣는 세 개의 공이 적힌 수의 합이 5이고 모두 같은 색이 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 모든 공은 크기와 모양이 같다.) [4점]

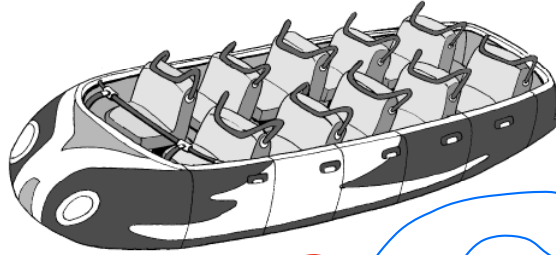
$$2 \times \frac{3!}{2!} \times \frac{5!}{2!2!} = 180$$

↙ 색깔 구분하기

180

10-18. 07학년도 6월 평가원 나형 30번

남학생 2명과 여학생 2명이 함께 놀이 공원에 가서 어느 놀이기구를 타려고 한다. 이 놀이기구는 그림과 같이 한 줄에 2개의 의자가 있고 모두 5줄로 되어 있다. 남학생 1명과 여학생 1명이 짝을 지어 2명씩 같은 줄에 앉을 때, 4명이 모두 놀이기구의 의자에 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]





160

남1, 남2, 여1, 여2
2그룹 선택하기
 $2 \times 5 C_2 \times 2 \times 2^2 = 160$

10-19. 16년 4월 교육청 20번

주머니에 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 5개의 공을 동시에 꺼낼 때 꺼낸 공에 적혀 있는 자연수 중 연속된 자연수의 최대 개수가 3인

사건을 A라 하자. 예를 들어  은 연속된 자연수의 최대 개수가 3이므로 사건 A에 속하

고,  은 연속된 자연수의 최대 개수가 2이므로 사건 A에 속하지 않는다. 사건 A가 일어날 확률은? [4점]



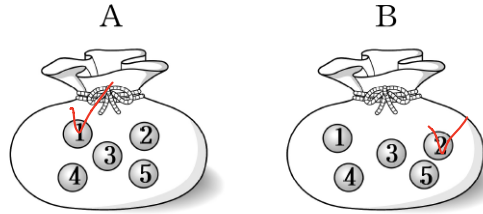
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{11}{42}$ ④ $\frac{13}{42}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

⑤

1, 2, 3	5 ~ 10	6C2	$\frac{5C_2 \times 6 + 6C_2 \times 2}{10C_5} = \frac{5}{14}$
2, 3, 4	6 ~ 10	5C2	
3, 4, 5	1, 7 ~ 10	5C2	
4, 5, 6	1 ~ 2, 8 ~ 10	5C2	
5, 6, 7	1 ~ 3, 9 ~ 10	5C2	
6, 7, 8	1 ~ 4, 10	5C2	
7, 8, 9	1 ~ 5	5C2	
8, 9, 10	1 ~ 6	6C2	

10-20. 09학년도 수능 나형 16번

주머니 A와 B에는 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 다섯 개의 구슬이 각각 들어 있다. 철수는 주머니 A에서, 영희는 주머니 B에서 각자 구슬을 임의로 한 개씩 꺼내어 두 구슬에 적혀 있는 숫자를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 첫 번째 꺼낸 구슬에 적혀 있는 숫자가 서로 다르고, 두 번째 꺼낸 두 구슬에 적혀 있는 숫자가 같을 확률은? [4점]



- ① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

①

$$\frac{5 \times 4}{5 \times 5} \times \frac{3}{4 \times 4} = \frac{3}{20}$$

10-21. 10학년도 9월 평가원 29번

각각 3명의 선수로 구성된 A팀과 B팀이 있다. 각 팀 3명의 순번을 1, 2, 3번으로 정하고 다음 규칙에 따라 경기를 한다.[4점]

- (가) A팀 1번 선수와 B팀 1번 선수가 먼저 대결한다.
- (나) 대결에서 승리한 선수는 상대 팀의 다음 순번 선수와 대결한다.
- (다) 어느 팀이든 3명이 모두 패하면 경기가 종료된다.

A팀의 2번 선수가 승리한 횟수가 1일 확률은? (단, 각 선수가 승리할 확률은 $\frac{1}{2}$ 이고 무승부는 없다.) [4점]

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$ 4

A팀 우승, A팀 2번 선수 1회 승리

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{32}$$

A팀 1번 2회 승리
A팀 1번 패배
A팀 1번 1회 승리, 1회 패배
A팀 2번 1회 승리, 1회 패배
A팀 2번 1회 패배
A팀 2번 1회 승리, 1회 패배
A팀 3번 1회 패배
A팀 3번 1회 승리, 1회 패배
A팀 3번 2회 승리

B팀 우승, A팀 2번 선수 1회 승리

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{32}$$

A팀 1번 1회 승리, 1회 패배
A팀 2번 1회 승리, 1회 패배
A팀 1번 1회 패배
A팀 2번 1회 승리, 1회 패배
A팀 3번 1회 패배
A팀 1번 1회 패배
A팀 2번 1회 승리, 1회 패배
A팀 3번 1회 승리, 1회 패배

A팀 1번 1회 승리, 1회 패배

$$2 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$$

빠른 정답

Chapter 1

1	②	2	②	3	①	4	④		
---	---	---	---	---	---	---	---	--	--

Chapter 2

1	68	2	⑤						
---	----	---	---	--	--	--	--	--	--

Chapter 3

1	①	2	②	3	③	4	45	5	50
6	②	7	36	8	②	9	④	10	11
11	32	12	220	13	64	14	528	15	51
16	209	17	40	18	④	19	⑤	20	③
21	18	22	②	23	6	24	④	25	①
26	④	27	⑤	28	96	29	④	30	9
31	③	32	②	33	13	34	④	35	③
36	43	37	③	38	②	39	①	40	60
41	①								

Chapter 4

1	68	2	48	3	④	4	③		
---	----	---	----	---	---	---	---	--	--

Chapter 5

1	⑤	2	②	3	②	4	34	5	⑤
6	30	7	③	8	①	9	③	10	142
11	③								

Chapter 6

1	②								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Chapter 7

1	③	2	⑤	3	②	4	③	5	②
6	②	7	②						

Chapter 8

1	12	2	157	3	196	4	①	5	③
6	256								

Chapter 9

1	12	2	④	3	45	4	⑤	5	②
---	----	---	---	---	----	---	---	---	---

Chapter 10

1	①	2	⑤	3	①	4	③	5	⑤
6	④	7	③	8	②	9	④	10	①
11	①	12	10	13	②	14	60	15	64
16	72	17	180	18	160	19	⑤	20	①
21	④								