기출의 파급효과 시리즈

docs.orbi.kr/docs/6753
미적분 2

docs.orbi.kr/docs/6724
확률과 통계

docs.orbi.kr/docs/6803
기하와 벡터(전자책)

atom.ac/books/6790
기하와 벡터(종이책)

기출의 파급효과 시리즈

docs.orbi.kr/docs/6753
미적분 2

docs.orbi.kr/docs/6724
확률과 통계

docs.orbi.kr/docs/6803
기하와 벡터(전자책)

atom.ac/books/6790
기하와 벡터(종이책)

2020학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 문제 및 정답

• 매교시 종료 후 탑재됩니다.(중증시각장애 수험생 시험시간 기준)
• 모든 문제 및 정답은 PDF파일로 되어 있습니다.(단, 듣기 파일은 MP3파일)
• 탑재된 파일은 수험생에게 제공된 문제지와 다르게 보일 수도 있습니다.

풀이 by 오르비 파급효과

제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(1,0)$, $\vec{b}=(1,1)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+2\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(1,0)+(2,2)=(3,2)$

5

2. $\lim_{x\to 0}\frac{e^{6x}-e^{4x}}{2x}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{6-4}{2}=1$

1

3. 좌표공간의 두 점 $A(a,4,-9)$, $B(1,0,-3)$에 대하여 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점이 y축 위에 있을 때, a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\left(\frac{3-a}{2}, \frac{0-4}{2}, \frac{-9+9}{2}\right)$

3

$\frac{3-a}{2}=0$, $\frac{-9+9}{2}=0$

$a=3$

4. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.
(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다. 1 2 3 6

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

일의 자리 : 0, 2, 4, 6, 8

$4\times 5=20$

2

5. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5},\quad \mathrm{P}(B^C)=\frac{3}{10},\quad \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{5}$$

$p(B)=\frac{7}{10}$

일 때, $\mathrm{P}(A^C\,|\,B^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

4

$$\frac{P(A^c\cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{1-P(A\cup B)}{P(B^c)} =$$

$$\frac{1-\left(\frac{2}{5}+\frac{7}{10}-\frac{1}{5}\right)}{\frac{3}{10}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{3}$$

6. 곡선 $\pi x=\cos y+x\sin y$ 위의 점 $\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $1-\frac{5}{2}\pi$ ② $1-2\pi$ ③ $1-\frac{3}{2}\pi$
④ $1-\pi$ ⑤ $1-\frac{\pi}{2}$

$$\pi = -\sin y\; y' + \sin y + x\cos y\; y'$$

4

$$\pi = -y'+1$$

$$y'=1-\pi$$

7. 다항식 $(2+x)^4(1+3x)^3$의 전개식에서 x의 계수는? [3점]

① 174 ② 176 ③ 178 ④ 180 ⑤ 182

2

상수, x

$${}_4C_0\, 2^4 x^0 \times {}_3C_1\, 1^2 (3x)^1$$

$$+$$

$${}_4C_1\, 2^3 x^1 \times {}_3C_0\, 1^3$$

16

$$=(144+32)x$$

$$=176x$$

8. 함수 $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(e+h)-f(e-2h)}{h}$ 의 값은? [3점]

$3f'(e)$

① $-\frac{2}{e}$ ② $-\frac{3}{e^2}$ ③ $-\frac{1}{e}$ ④ $-\frac{2}{e^2}$ ⑤ $-\frac{3}{e^3}$

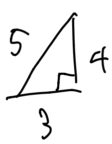
$f'(x)=\frac{x-2x\ln x}{x^4}$ 5

$f'(e)=\frac{-e}{e^4}=-\frac{1}{e^3}$

9. $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$인 θ에 대하여 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$일 때, $\csc(\pi+\theta)$의 값은? [3점]

① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$\frac{1}{\sin(\pi+\theta)}=\frac{1}{-\sin\theta}=$



$-\frac{5}{4}$ 3

10. 1부터 7까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 3개의 수의 곱을 a, 선택되지 않은 4개의 수의 곱을 b라 할 때, a와 b가 모두 짝수일 확률은? [3점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

여사건 이용!

짝 : 2 4 6

홀 : 1 3 5 7

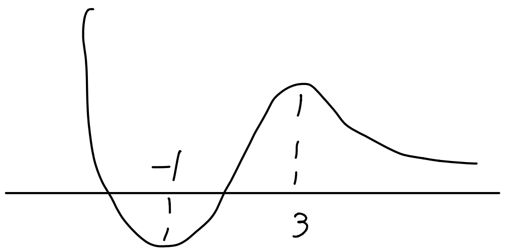
$\frac{{}_7C_3-({}_4C_3+{}_4C_4)}{{}_7C_3}=$

5 $\frac{35-5}{35}=\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$

11. 함수 $f(x)=(x^2-3)e^{-x}$의 극댓값과 극솟값을 각각 a, b라 할 때, $a\times b$의 값은? [3점]

① $-12e^2$ ② $-12e$ ③ $-\frac{12}{e}$ ④ $-\frac{12}{e^2}$ ⑤ $-\frac{12}{e^3}$

④



$$f'(x) = \begin{pmatrix} -x^2+3 \\ +2x \end{pmatrix} e^{-x}$$

$$x^2-2x-3 = (x-3)(x+1)$$

$$f(3) = 6e^{-3}$$

$$f(-1) = -2e$$

$$a \times b = -12e^{-2}$$

12. 확률변수 X가 평균이 m, 표준편차가 $\frac{m}{3}$인 정규분포를 따르고

$$\mathrm{P}\left(X \le \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 m의 값을 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

④

$$X \sim N\left(m, \left(\frac{m}{3}\right)^2\right)$$

$$P\left(Z \le \underbrace{\frac{\frac{9}{2}-m}{\frac{m}{3}}}_{=3}\right) = 0.9987$$

$$m = \frac{9}{2} - m$$

$$m = \frac{9}{4}$$

13. 양수 k에 대하여 두 곡선 $y=ke^x+1$, $y=x^2-3x+4$가 점 P에서 만나고, 점 P에서 두 곡선에 접하는 두 직선이 서로 수직일 때, k의 값은? [3점]

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{2}{e^2}$ ④ $\frac{2}{e^3}$ ⑤ $\frac{3}{e^3}$

$ke^t+1 = t^2-3t+4$

① $(ke^t)(2t-3) = -1$

$(t^2-3t+3)(2t-3)+1=0$

$2t^3-3t^2-6t^2+9t+6t-8=0$

$2t^3-9t^2+15t-8=0$

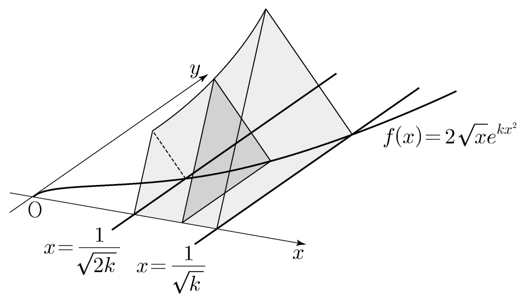
$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 2 & -9 & 15 & -8 \\ & & 2 & -7 & 8 \\ \hline & 2 & -7 & 8 & 0 \end{array}$$

$(t-1)(2t^2-7t+8)=0$

$t=1$ $ke=1$

$k=\frac{1}{e}$

14. 그림과 같이 양수 k에 대하여 함수 $f(x)=2\sqrt{x}\,e^{kx^2}$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\frac{1}{\sqrt{2k}}$, $x=\frac{1}{\sqrt{k}}$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가 $\sqrt{3}(e^2-e)$일 때, k의 값은? [4점]



3

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$4\times\frac{\sqrt{3}}{4}\int_{\frac{1}{\sqrt{2k}}}^{\frac{1}{\sqrt{k}}} x\, e^{2kx^2}\, dx$

바로 치환적분

$= \frac{\sqrt{3}}{4k}\left[e^{2kx^2}\right]_{\frac{1}{\sqrt{2k}}}^{\frac{1}{\sqrt{k}}}$

$= \frac{\sqrt{3}}{4k}(e^2-e)$

$k=\frac{1}{4}$

계산 되게 조심

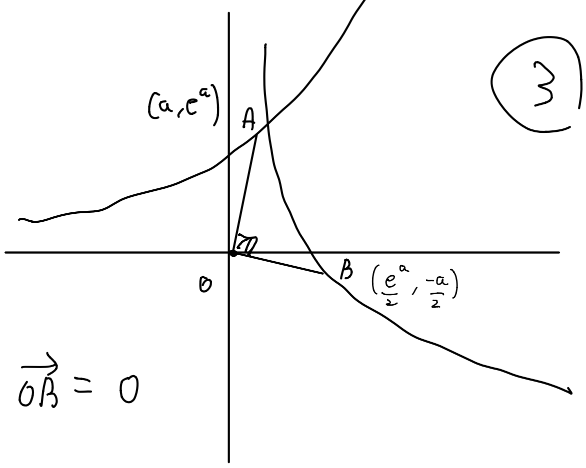
15. 함수 $y=e^x$의 그래프 위의 x좌표가 양수인 점 A와 함수 $y=-\ln x$의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{\mathrm{OA}}=2\overline{\mathrm{OB}}$ (나) $\angle \mathrm{AOB}=90°$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

① e ② $\frac{3}{\ln 3}$ ③ $\frac{2}{\ln 2}$ ④ $\frac{5}{\ln 5}$ ⑤ $\frac{e^2}{2}$

3



$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$

$t\frac{a}{2} = t\ln\frac{e^a}{2}$

$e^{\frac{a}{2}} = \frac{e^a}{2}$

$2 = e^{\frac{a}{2}}$

$e^a = 4$ $a = 2\ln 2$

$\frac{e^a}{a} = \frac{4}{2\ln 2} = \frac{2}{\ln 2}$

16. 좌표공간에 네 점 A(3, 0, 0), B(0, 3, 0), C(0, 2, 1), $\mathrm{D}\left(0, -\frac{5}{2}, -2\right)$가 있다. 선분 CD를 2:1로 내분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 평면 ABC 위로의 정사영의 길이는? [4점]

① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

4

$E\left(\frac{0+0}{3}, \frac{-5+2}{3}, \frac{-4+1}{3}\right)$

$E(0, -1, -1)$

$\overrightarrow{AE}(-3, -1, -1)$

$\triangle ABC$ 법벡 $\Rightarrow$ 외적 이용 $\Rightarrow (1, 1, 1)$

$(1, -1, 0)$, $(3, -2, -1)$ 외적

$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow (1, 1, 1)$

$5 = \sqrt{11}\sqrt{3}\sin\theta$

$\sin\theta = \frac{5}{\sqrt{33}}$

$\sqrt{11} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{33}} =$

$\frac{2\sqrt{6}}{3}$

EBS 연계

17. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x^4-1$이다.
>
> (나) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2 g'(x)\,dx=120$

부분적분

적분하기 쉬운 형태

$\displaystyle\int_{-1}^{1}x^3 f(x)\,dx$의 값은? [4점]

2

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

$$\cancel{f(x)^2 g(x)\Big|_{-1}^{1}} - 2\int_{-1}^{1} f(x)g(x)f'(x)\,dx$$

$$= -2\int_{-1}^{1}(x^4-1)f'(x)\,dx$$

$$\int_{-1}^{1}(x^4-1)f'(x)\,dx = -60$$

$$\cancel{(x^4-1)f(x)\Big|_{-1}^{1}} - 4\int_{-1}^{1}x^3 f(x)\,dx = -60$$

$$\int_{-1}^{1}x^3 f(x)\,dx = 15$$

18. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

> • 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
>
> • 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
>
> • 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

> 꺼낸 빨간색 공의 개수를 x, 파란색 공의 개수를 y, 노란색 공의 개수를 z라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z가 다음 조건을 만족시켜야 한다.
>
> $$x=6,\ 0<y<3,\ 0<z<3,\ y+z\ge 3$$
>
> 이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z)는
>
> $$(6,1,2),\ (6,2,1),\ (6,2,2)$$
>
> 이다.
>
> (ⅰ) $(x, y, z)=(6,1,2)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (ⅱ) $(x, y, z)=(6,2,1)$인 경우의 확률은 $\boxed{(가)}$이다.
>
> (ⅲ) $(x, y, z)=(6,2,2)$인 경우는 10번째 시행에서 빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 $\boxed{(나)}$이다.
>
> (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 확률은
>
> $2\times\boxed{(가)}+\boxed{(나)}$이다.

6 3 3

$\dfrac{{}_6C_6\times{}_3C_1\times{}_3C_2}{{}_{12}C_9} = \dfrac{3\times3\times8}{4\times11\times10} = \dfrac{9}{220}$

5 2 2

1~9

10

R

$\dfrac{{}_6C_5\times{}_3C_2\times{}_3C_2}{{}_{12}C_9}\times\dfrac{1}{3} = \dfrac{6\times3\times3\times8}{4\times11\times10}\times\dfrac{1}{8} = \dfrac{9}{110}$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $p+q$의 값은? [4점]

① $\dfrac{13}{110}$ ② $\dfrac{27}{220}$ ③ $\dfrac{7}{55}$ ④ $\dfrac{29}{220}$ ⑤ $\dfrac{3}{22}$

2 $\quad \dfrac{9}{220}+\dfrac{18}{220}=\dfrac{27}{220}$

19 11 29
20 06 18
20 06 29
한계

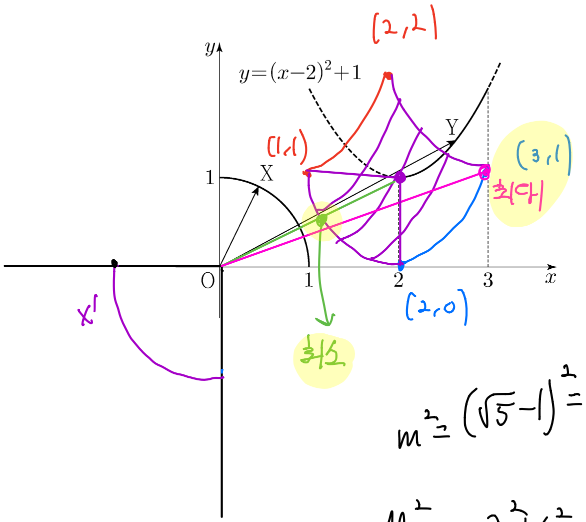
19. 좌표평면 위에 두 점 A$(1, 0)$, B$(0, 1)$이 있다. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB의 호 AB 위를 움직이는 점 X와 함수 $y=(x-2)^2+1\,(2 \le x \le 3)$의 그래프 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OY}-\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OX'}+\overrightarrow{OY}$$

를 만족시키는 점 P가 나타내는 영역을 R라 하자. 점 O로부터 영역 R에 있는 점까지의 거리의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, M^2+m^2의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $16-2\sqrt{5}$ ② $16-\sqrt{5}$ ③ 16
④ $16+\sqrt{5}$ ⑤ $16+2\sqrt{5}$

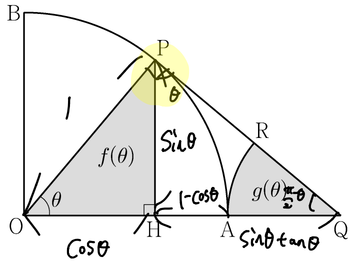
1



$m^2=(\sqrt{5}-1)^2=6-2\sqrt{5}$

$M^2=3^2+1^2=10$

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OA의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원과 선분 PQ의 교점을 R라 하자. $\angle POA=\theta$일 때, 삼각형 OHP의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 QRA의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



4

① $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ⑤ $\sqrt{\pi}$

$f(\theta)=\frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}\sin 2\theta$

$g(\theta)=\frac{1}{2}(\sin\theta\tan\theta+\cos\theta-1)^2\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$

$\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,4\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta\tan\theta+\cos\theta-1}{\theta\,\sin 2\theta}$

$=2\sqrt{\pi}\lim_{\theta\to 0}\frac{1-\cos\theta}{\theta\,\sin 2\theta\,\cos\theta}$

$=2\sqrt{\pi}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

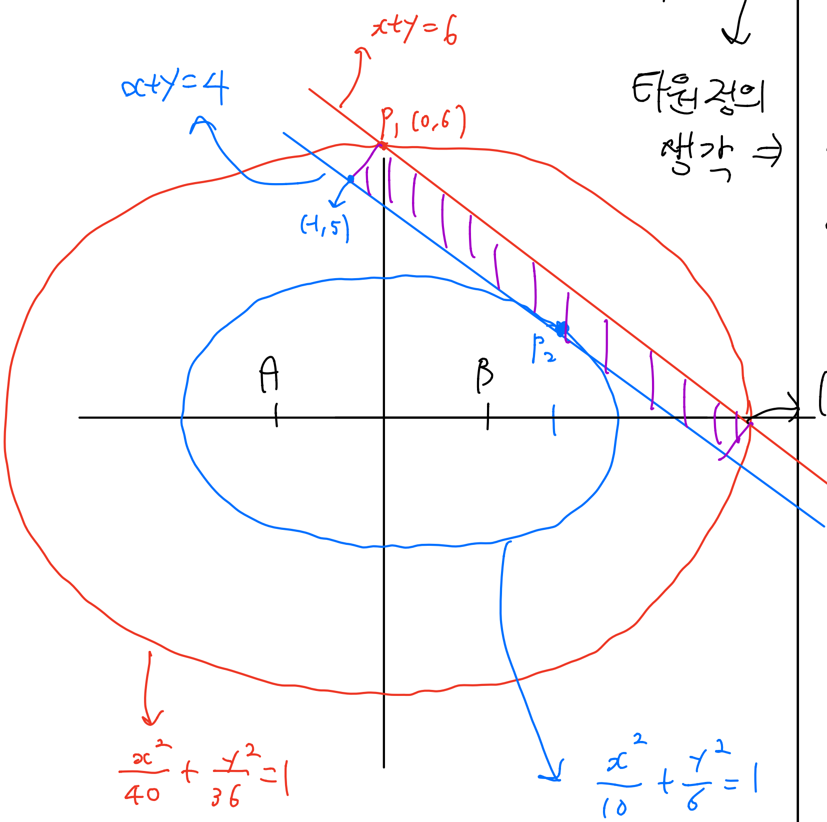
교과서 응용

자취 + 접선

21. 좌표평면에서 두 점 A$(-2, 0)$, B$(2, 0)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은? [4점]

> 직사각형 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 값은 점 P의 좌표가 $(0, 6)$일 때 최대이고 $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$일 때 최소이다.

① $\frac{200}{19}$ ② $\frac{210}{19}$ ③ $\frac{220}{19}$ ④ $\frac{230}{19}$ ⑤ $\frac{240}{19}$



타원정의 생각 ⇒ 당연히 바로 떠오르진 않음

$\left(\frac{120}{19}, -\frac{6}{19}\right)$

$x+y=6 \qquad \frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{36}=1$

$\frac{x^2}{40}+\frac{(6-x)^2}{36}=1$

$\Downarrow$

$x=\frac{120}{19}$

$\sqrt{2}\times\frac{120\sqrt{2}}{19}=\frac{240}{19}$

5

단답형

22. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{4}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(X)=6$일 때, n의 값을 구하시오. [3점]

32

$\frac{3}{16}n=6$

$n=6\times\frac{16}{3}=32$

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 (x, y)가

$$x=\frac{1}{2}e^{2(t-1)}-at, \quad y=be^{t-1}$$

이다. 시각 $t=1$에서의 점 P의 속도가 $\vec{v}=(-1, 2)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

$\left(\frac{1}{2}e^{2(t-1)}-at,\ be^{t-1}\right)$

$\vec{v}\left(e^{2(t-1)}-a,\ be^{t-1}\right)$

$(1-a,\ b)$

$a=2 \qquad b=2$

4

24. 정의역이 $\left\{x \,\middle|\, -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right\}$인 함수 $f(x) = \tan 2x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $100 \times g'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(g(x)) = x$ $f(\frac{\pi}{8}) = 1$

$g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$ $g(1) = \frac{\pi}{8}$

$f'(x) = 2\sec^2 2x$

$g'(1) = \frac{1}{f'(\frac{\pi}{8})} = \frac{\cos^2\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{1}{4}$

25

25. 어느 고등학교에서 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n명을 임의추출하여 조사한 결과 90%가 시청한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 학생 전체의 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율 p에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $0.9 - c \le p \le 0.9 + c$이다. $c = 0.0294$일 때, n의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$로 계산한다.) [3점]

$0.0294 = 1.96 \times \sqrt{\frac{0.9 \times 0.1}{n}}$

$0.0294 = \frac{1.96 \times 0.3}{\sqrt{n}}$

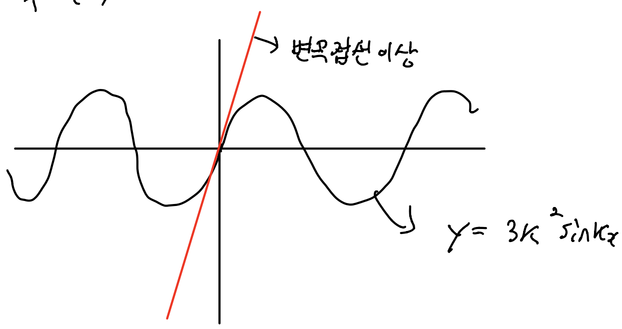
$\sqrt{n} = \frac{1.96 \times 0.3}{0.0294} = 20$

$n = 400$ 400

26. 함수 $f(x) = 3\sin kx + 4x^3$의 그래프가 오직 하나의 변곡점을 가지도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

$f'(x) = 3k\cos kx + 12x^2$

$f''(x) = -3k^2\sin kx + 24x$



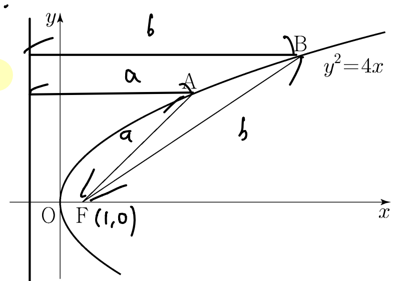
$y = 3k^2\sin kx$ $24 \ge 3k^3$

$y' = 3k^3\cos kx$ $2 \ge k$

2

27. 초점이 F 인 포물선 $y^2=4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x좌표가 6일 때, $\overline{\mathrm{AF}}\times\overline{\mathrm{BF}}$의 최댓값을 구하시오. [4점]

산술·기하인줄 ...
근데 아님ㅋ



$a-1>1 \quad a>2$

$b-1>1 \quad b>2$

$1+a-1+b-1=18$

$a+b=19$

3	16	48
4	15	60
5	14	70
6	13	78
7	12	84
8	11	88
9	10	90

90

28. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

> (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
> (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
> (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

연 (1 1 1) 볼 (1 1)
(2 2 2) (2 2)

연(1 1 1) 볼(1 1) ⇒ 6 × 5 = $\boxed{30}$
볼2 연4

연(1 1 1) 볼(2 2) ⇒ $\boxed{5}$
40 31 22 연4

연(2 2 2) 볼(1 1) ⇒ 6 × 2 = $\boxed{12}$
200 110 볼2 연1

연(2 2 2) 볼(2 2) ⇒ $\boxed{2}$
연1

30+5+12+2 = 49

49

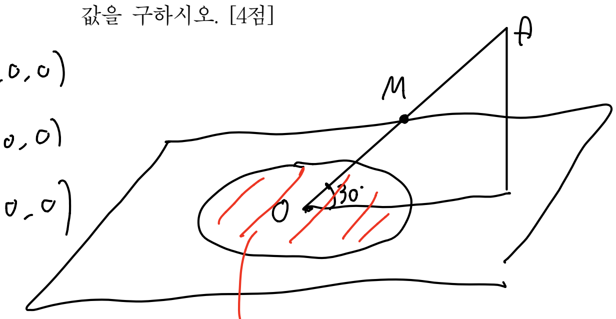
$30 \le \angle MOP \le 120$

29. 좌표공간에서 원점 O와 점 A(4, 0, 0)에 대하여 평면 $x+y+\sqrt{2}z=0$ 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $|\overrightarrow{OP}|$는 9 이하의 자연수이다.
> (나) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AP}=6$

$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{OP}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

O(0,0,0)
A(4,0,0)
M(2,0,0)



강제적 점 P의 자취

$\angle MOP=\theta$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PO}$ 최대, 최소

점 O, 점 A 고정 ⇒ $\overline{OA}$의 중점 M을

거쳐 벡터 쪼갬 ⇒ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PO}=|\overrightarrow{PM}|^2-|\overrightarrow{MO}|^2$

$=|\overrightarrow{PM}|^2-4$

$|\overrightarrow{PM}|^2$ 최대, 최소 구하기

$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AO}\cdot(\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OP})=-6$

$\Rightarrow\ \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}=22,\ |\overrightarrow{OA}|=4$

$|\overrightarrow{OP}|\cos\theta=\frac{11}{2}$ 이므로 $|\overrightarrow{OP}|$ 후보: 6, 7, 8, 9

하지만! $30^\circ \le \theta \le 120^\circ$ 이므로

$-\frac{1}{2}\le\cos\theta\le\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이어야 함. $\frac{11}{12}>\cos 30^\circ$ 이므로

$|\overrightarrow{OP}|=6$ 이 될수 없음. $|\overrightarrow{OP}|$ 후보는 7, 8, 9

$|\overrightarrow{PM}|^2=|\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM}|^2=|\overrightarrow{PO}|^2-18$

$|\overrightarrow{PO}|^2$ 최대 ⇒ $|\overrightarrow{PM}|^2$ 최대 ⇒ $9^2-18=63$

$|\overrightarrow{PO}|^2$ 최소 ⇒ $|\overrightarrow{PM}|^2$ 최소 ⇒ $7^2-18=31$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PO}=|\overrightarrow{PM}|^2-|\overrightarrow{MO}|^2$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PO}$ 최대: $63-4=59$

$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PO}$ 최소: $31-4=27$

$59+27=86$

$\boxed{86}$

> ※ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f'(x^2+x+1)=\pi f(1)\sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때, $f(7)$의 값을 구하시오. [4점]

할게 적분 밖에 없다!

치환 적분꼴 ㄱㄱ

$$(2x+1)f'(x^2+x+1) = f(1)\pi\sin\pi x(2x+1) + f(3)x(2x+1) + 5x^2(2x+1)$$

적분

$$f(x^2+x+1) = f(1)\left(\frac{2}{\pi}\sin\pi x - \cos\pi x(2x+1)\right) + f(3)\left(\frac{2}{3}x^3+\frac{x^2}{2}\right) + \frac{5}{2}x^4 + \frac{5}{3}x^3 + C$$

$x=0$ 대입 ($f(1)$ 이용) $f(1) = -f(1) + C$ $\quad f(1)=\frac{C}{2}$ $\quad \frac{16}{3}+2$

$x=-1$ 대입 ($f(1)$ 이용) $f(1) = -f(1) - \frac{f(3)}{6} + \frac{5}{6} + C$

$2f(1) + \frac{f(3)}{6} = \frac{5}{6} + C$

$12f(1)+f(3) = 5+6C$

$x=1$ 대입 ($f(3)$ 이용) $f(3) = 3f(1) + \frac{7}{6}f(3) + \frac{25}{6} + C$

$3f(1) + \frac{1}{6}f(3) = -\frac{25}{6} - C$

$18f(1)+f(3) = -25-6C$

$x=-2$ 대입 ($f(3)$ 이용) $f(3) = 3f(1) - \frac{10}{3}f(3) + \frac{80}{3} + C$

$3f(1) - \frac{13}{3}f(3) = -\frac{80}{3} - C$

$9f(1) - 13f(3) = -80-3C$

$C=-2$

$f(1)=-1$

$f(3)=5$

$x=2$ 대입 $f(7) = -5f(1) + f(3)\times\frac{22}{3} + 40 + \frac{40}{3} + C$

$f(7) = 5 + \frac{110}{3} + 40 + \frac{40}{3} - 2 = 93$

93

2020학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가

수학 영역 정답표

(가형)과목

문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점
1	⑤	2	9	③	3	17	②	4	25	400	3
2	①	2	10	⑤	3	18	②	4	26	2	4
3	③	2	11	④	3	19	①	4	27	90	4
4	②	3	12	④	3	20	④	4	28	49	4
5	④	3	13	①	3	21	⑤	4	29	86	4
6	④	3	14	③	4	22	32	3	30	93	4
7	②	3	15	③	4	23	4	3			
8	⑤	3	16	④	4	24	25	3			