

수학 영역 (나형)

홀수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

열정의 농도가 다른 모의고사

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.



제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt{2} \times 4^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 4, 7\}$$

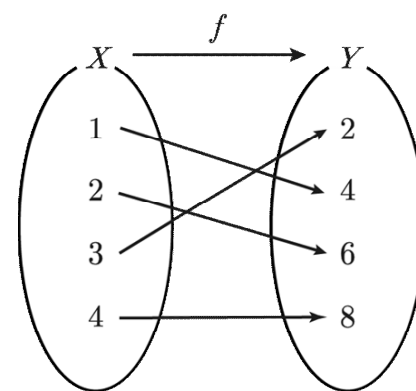
에 대하여 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{\sqrt{4n^2+2n+1}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 그림은 함수 $f: X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



$f^{-1}(8) + (f \circ f)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2

수학 영역(나형)

5. 첫째항이 2이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_5 = 256$$

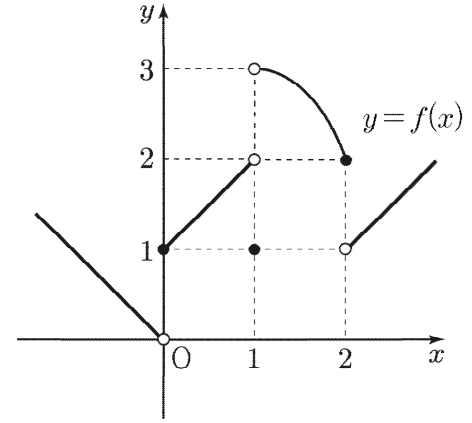
일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

6. $\left(2x + \frac{1}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항의 값은? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(1) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 서로 독립인 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = 6P(A \cap B)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow k} \frac{f(x)}{x-k} = 1$$

를 만족시킬 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 빨간 공 3개와 검은 공 2개가 들어있는 주머니가 있다.

주머니에서 임의로 두 개의 공을 동시에 뽑았을 때, 나온 빨간 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값은? (단, 모든 공을 뽑을 확률은 같다.) [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ 2

4

수학 영역(나형)

11. 자연수 a 에 대한 조건

‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2x + a > 3$ 이다.’

가 참인 명제가 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. 어느 카페에서 제조되는 커피의 용량은 평균이 180ml,

표준편차가 40ml인 정규분포를 따른다고 한다. 이 카페에서

제조된 커피를 대상으로 크기가

16인 표본을 임의추출할 때, 커피

용량의 표본평균이 170ml

이상이고 185ml 이하일 확률을

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여

구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3830 ② 0.5328 ③ 0.6247 ④ 0.6826 ⑤ 0.7745

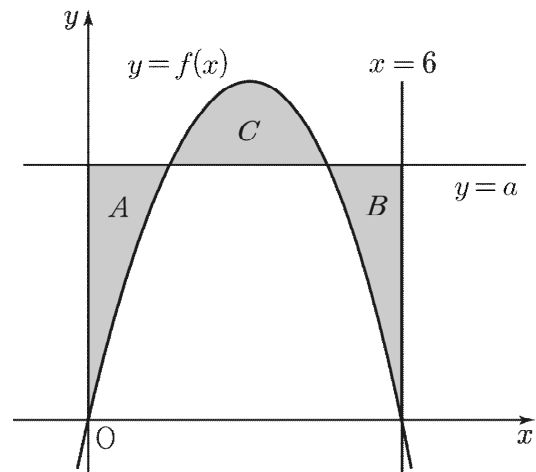
13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + k & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \\ a_n - 1 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이고, $a_1 = a_{10}$ 일 때, k 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

14. 함수 $f(x) = 6x - x^2$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 y 축, 직선 $y = a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $y = a$, $x = 6$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 B , 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = a$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 C 라 하자. $A + B = C$ 일 때, a 의 값은? (단, $0 < a < 9$) [4점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

6

수학 영역(나형)

15. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 가

$$n(A) = \{n(B)\}^2, \quad n(A - B) = 2$$

를 만족시킬 때, 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

[4점]

- ① 360 ② 380 ③ 400 ④ 420 ⑤ 440

16. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $12\log_n 2$ 와 $4\log_n 4$ 의 값이 모두 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

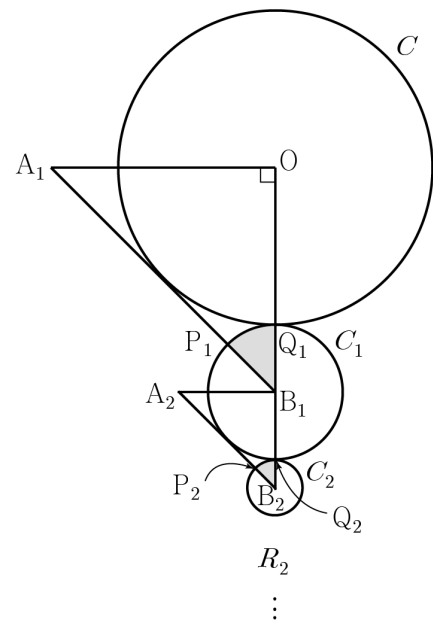
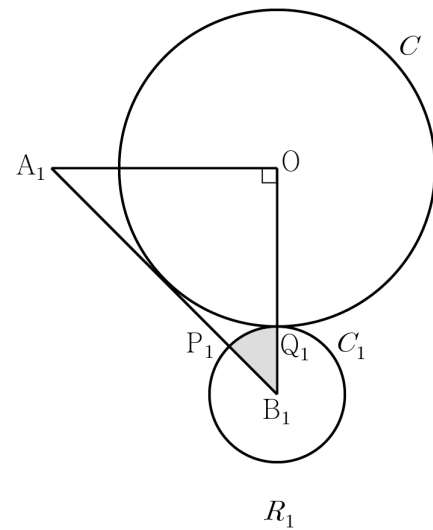
- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

17. 다음 조건을 만족시키는 세 자연수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

- (가) $x+y+z=12$
 (나) xy, yz, zx 의 값 중 짝수인 것의 개수는 2이다.

- ① 15 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 75

18. 반지름의 길이가 2이고 중심이 O 인 원 C 와 원 C 밖의 두 점 A_1, B_1 에 대하여 $\angle A_1OB_1 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 A_1OB_1 이 있다. 선분 A_1B_1 이 원 C 와 접할 때 점 B_1 을 중심으로 하고 원 C 와 외접하는 원 C_1 을 그린다. 선분 A_1B_1 과 원 C_1 의 교점을 P_1 , 선분 OB_1 과 원 C_1 의 교점을 Q_1 이라 할 때, 부채꼴 $P_1B_1Q_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 원 C_1 밖의 두 점 A_2, B_2 을 $\angle A_2B_1B_2 = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 $A_2B_1B_2$ 가 원 C_1 과 접하게 잡고, 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴 $P_2B_2Q_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{8}(\sqrt{2}-1)$ ② $\frac{\pi}{4}(\sqrt{2}-1)$ ③ $\frac{\pi}{2}(\sqrt{2}-1)$
 ④ $\frac{\pi}{4}(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$

19. 함수 $f(x) = \frac{2x}{x-2}$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점

$P(t, f(t))$ ($t > 2$)가 있다. 점 P에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 곡선 $y = \frac{2x}{x-2}$ 의 두 점근선에 의해 사각형 OQPR가 나누어진 부분 중 넓이가 가장 작은 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g(t) \geq 3$ 을 만족시키는 t 의 범위가 $\alpha \leq t \leq \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? (단, 0는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{49}{6}$ ② 9 ③ $\frac{59}{6}$ ④ $\frac{32}{3}$ ⑤ $\frac{69}{6}$

20. 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 5개의 공이 있다.

이 공 중에서 n ($n = 2, 3, 4, 5$)개의 공을 선택해 두 상자 A, B에 나누어 담을 때, A 상자에 들어있는 공에 적혀있는 숫자들의 합이 B 상자에 들어있는 공에 적혀있는 숫자들의 합보다 작도록 나누어 담는 경우의 수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{k=2}^5 a_k$ 를 구하는 과정이다. (단, 상자 A, B에는 각각 적어도 하나의 공이 들어간다.)

주머니에서 꺼낸 n 개의 공을 남김없이 두 묶음으로 나눈다. 이때, 공에 적힌 숫자의 합이 더 작은 묶음의 공을 남김없이 상자 A에 넣고, 나머지 묶음의 공을 남김없이 상자 B에 넣는다. 두 묶음의 공들에 적힌 숫자의 합이 같은 경우에는 주어진 조건을 만족시킬 수 없다.

주머니에서 n 개의 공을 선택하여 두 묶음으로 나누는 방법의 수를 b_n , 주머니에서 n 개의 공을 선택하여 만든 두 묶음의 공에 적힌 숫자의 합이 같은 경우의 수를 c_n 이라 할 때, $a_n = b_n - c_n$ 이다.

(i) $n = 2$

$b_2 = {}_5C_2 \times 1$ 이고, $c_2 = 0$ 이므로

$a_2 = {}_5C_2 \times 1 - 0 = 10$

(ii) $n = 3$

$b_3 = {}_5C_3 \times 3 = 30$, $c_3 = \boxed{\text{가}}$ 이므로 $a_3 = 30 - \boxed{\text{가}}$

(iii) $n = 4$

$b_4 = \boxed{}$, $c_4 = \boxed{}$ 이므로 $a_4 = \boxed{\text{나}}$

(iv) $n = 5$

$b_5 = {}_5C_5 \times 15 = 15$, $c_5 = 0$ 이므로 $a_5 = 15 - 0 = 15$

따라서 $\sum_{k=2}^5 a_k = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \boxed{}$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p , q 라 할 때, $p + q$ 의 값은? [4점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

21. 실수 t 와 함수 $f(x)=x(x-a)^2$ ($a>0$ 인 상수)에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$ 라 하자. $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

실수 x 에 대하여 $f(x)$ 와 $g(x)$ 중 작지 않은 값을 $h(x)$ 라 할 때, $h(x)$ 는 $x=a$ 에서만 극값을 갖는다.

t 의 값의 범위가 $m \leq t \leq 5$ 일 때, $a+m$ 의 값은? (단, m 은 5보다 작은 실수이다.) [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

단답형

22. ${}_nP_2=42$ 이 되는 자연수 n 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=x^3+2x^2-5x-2$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_6)^2 - (a_4)^2 = 32$ 일 때,
 a_{12} 의 값을 구하시오. [3점]

25. 직선 $y = x - 2$ 와 곡선 $y = \frac{3}{x}$ 이 만나는 두 점을 각각 A,
 B라 할 때, 선분 AB의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오.
 (단, 점 A의 x 좌표는 점 B의 x 좌표보다 작다.) [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = x^3 + \int_0^x (x-t)f'(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 수직선 위의 점 P의 시간 t ($t > 0$)에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - 6t^2 + (k-2)t + 5$$

이다. 점 P의 운동 방향이 한 번만 바뀔 때, k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 1부터 6까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 카드 6장이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2장의 카드를 꺼내어 두 카드에 적힌 수의 차 a 에 대하여 동전을 a 번 던지는 시행을 한다. 시행 후 앞면이 나온 동전의 개수가 4일 때, 5가 적힌 카드를 꺼냈을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

S_n 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{n+1} + S_n = 2n$$

을 만족시킨다. $\sum_{k=1}^{15} a_k = 17$ 일 때, $a_3 - a_2 - a_4$ 의 값을 구하시오.

[4점]

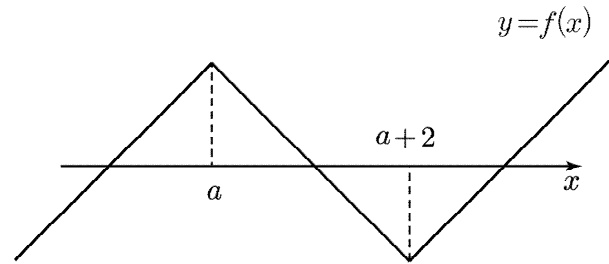
30. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = -|x-a| + |x-a-2| + x-a-1$$

일 때, 부등식 $f(x) < 0$ 을 만족시키는 -2 보다 큰 모든 정수

x 의 값의 합을 $g(a)$ 라 하자. $g\left(-\frac{1}{2}\right) = p$, $\lim_{a \rightarrow -\frac{1}{2}^+} g(a) = q$,

$\lim_{a \rightarrow -\frac{1}{2}^-} g(a) = r$ 일 때, $p+2q+3r$ 의 값을 구하시오. [4점]





※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.