

수학 영역 (가형)

홀수형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
 - 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 열정의 농도가 다른 모의고사**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(2, -2)$, $\vec{b}=(1, 3)$ 에 대하여 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 의 값은? [2점]
- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

2. 좌표공간의 두 점 $A(2, -a, 1)$, $B(b, 2, c)$ 에 대하여 선분 AB의 중점이 원점일 때, $a+b+c$ 의 값은? [2점]
- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x \ln 4}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

4. 곡선 $y=2^x+3$ 의 점근선과 직선 $y=2x$ 의 교점의 좌표가 (a, b) 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

2

수학 영역(가형)

5. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $E(X) - V(X) = 2$ 를 만족시킬 때, 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

6. 좌표공간에서 평면 $x+y+z=4$ 와 직선 $x-1=\frac{y}{2}=1-z$ 가 만나는 점을 P 라 할 때, 선분 OP 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

7. 두 사건 A, B 가

$$P(A) = P(B \cap A^c) = 2P(A \cap B)$$

를 만족시킬 때, $P(A|B)$ 의 값은? (단, $P(A)P(B) \neq 0$ 이고, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

8. $0 < x < 2\pi$ 에서 방정식 $\sin x \tan x = \frac{8}{3}$ 의 서로 다른 두 실근을

α, β ($\alpha < \beta$) 라 할 때, $\cos(\beta - \alpha)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{8}{9}$ ③ $-\frac{7}{9}$ ④ $-\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{5}{9}$

9. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \cos(x^2) + \int_0^{\sqrt{x}} t f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

10. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, a 는 홀수이고 $a+b+c$ 는 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

11. 곡선 $e^y \sin x - ky = \frac{1}{2}$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 에서의 접선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\frac{5\pi}{6}$ 일 때, 상수 k 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

12. 좌표평면에서 두 초점이 $(0, 3)$, $(4, 3)$ 이고 원점을 지나는 타원 위의 점 중 x 좌표가 가장 큰 점의 좌표가 (a, b) 일 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

13. 어느 고등학교 학생들의 하루 급식실 이용 시간은 평균이 m , 표준편차가 8인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 하루 급식실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x} 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $38-a \leq m \leq 38+a$ 이었다. 이 고등학교 학생 중 $4n$ 명을 다시 임의추출하여 하루 급식실 이용 시간을 조사한 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $39.02 \leq m \leq 40.98$ 이었다. $n+\bar{x}$ 의 값은?
(단, 이용 시간의 단위는 분이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96)=0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 100 ② 101 ③ 102
 ④ 103 ⑤ 104

14. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)=ax \sin x + b \cos x$ 이다. 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)-3}{|x|} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

6

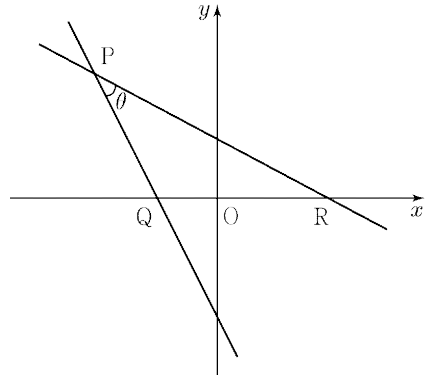
수학 영역(가형)

15. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 의 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ 의 개수는? [4점]

(가) $\sum_{k=1}^4 (x_k + x_{k+1}) = 12$
 (나) $0 \leq x_5 - x_1 \leq 4$

- ① 165 ② 170 ③ 175 ④ 180 ⑤ 185

16. 그림과 같이 좌표평면에 두 점 $P(-2, 2), Q(-1, 0)$ 이 있다. x 축 위의 점 R 에 대하여 두 직선 PQ 와 PR 가 이루는 예각의 크기가 θ 일 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{QR}}{\theta}$ 의 값은? (단, 점 R 의 x 좌표는 점 Q 의 x 좌표보다 크고, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

17. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

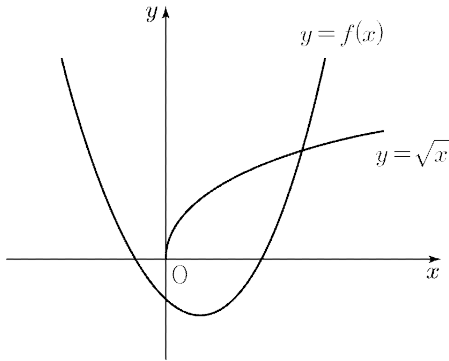
- (가) $f(-1)=0, f(4)=1$
 (나) 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=-1$ 이 만나는 두 점의 x 좌표는 각각 $0, \frac{7}{3}$ 이다.

부등식

$$2\ln\{f(x)+1\} \leq \ln|x|$$

를 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



18. 양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 양수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x - xf\left(\frac{1}{x}\right)$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $f(1)=1$
 ㄴ. 모든 양수 x 에 대하여 $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=1+xf'(x)$ 이다.
 ㄷ. $\int_1^2 f(x)dx = f(2) - \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(x)}{2x^2} dx$

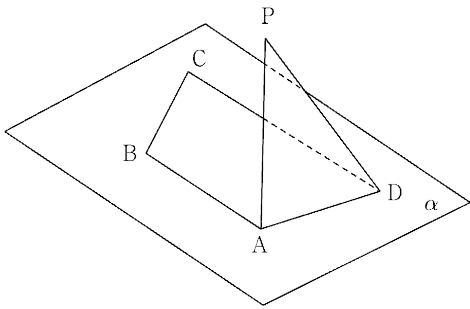
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 평면 α 위에 있는 서로 다른 네 점 A, B, C, D와 평면 α 로부터 거리가 $\sqrt{5}$ 인 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $2\overline{AB} = \overline{CD} = 4, \overline{AD} = \overline{BC} = \sqrt{10}$
 (나) $\overline{PA} = \overline{PB} = \overline{PC} = \overline{PD}$

평면 PAD와 평면 α 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$



20. 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 5개의 공이 있다.

이 공 중에서 n ($n=2, 3, 4, 5$)개의 공을 선택해 두 상자 A, B에 나누어 담을 때, A 상자에 들어있는 공에 적혀있는 숫자들의 합이 B 상자에 들어있는 공에 적혀있는 숫자들의 합보다 작도록 나누어 담는 경우의 수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{k=2}^5 a_k$ 를 구하는 과정이다. (단, 상자 A, B에는 각각 적어도 하나의 공이 들어간다.)

주머니에서 꺼낸 n 개의 공을 남김없이 두 묶음으로 나눈다. 이때, 공에 적힌 숫자의 합이 더 작은 묶음의 공을 남김없이 상자 A에 넣고, 나머지 묶음의 공을 남김없이 상자 B에 넣는다. 두 묶음의 공들에 적힌 숫자의 합이 같은 경우에는 주어진 조건을 만족시킬 수 없다.

주머니에서 n 개의 공을 선택하여 두 묶음으로 나누는 방법의 수를 b_n , 주머니에서 n 개의 공을 선택하여 만든 두 묶음의 공에 적힌 숫자의 합이 같은 경우의 수를 c_n 이라 할 때, $a_n = b_n - c_n$ 이다.

(i) $n=2$
 $b_2 = {}_5C_2 \times 1$ 이고, $c_2 = 0$ 이므로
 $a_2 = {}_5C_2 \times 1 - 0 = 10$

(ii) $n=3$
 $b_3 = {}_5C_3 \times 3 = 30$, $c_3 = \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $a_3 = 30 - \boxed{\text{(가)}}$

(iii) $n=4$
 $b_4 = \boxed{}$, $c_4 = \boxed{}$ 이므로 $a_4 = \boxed{\text{(나)}}$

(iv) $n=5$
 $b_5 = {}_5C_5 \times 15 = 15$, $c_5 = 0$ 이므로 $a_5 = 15 - 0 = 15$

따라서 $\sum_{k=2}^5 a_k = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \boxed{}$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

21. 이차함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{11}{2}$ 과 두 실수 a, b 에 대하여

연속함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 6) \\ ae^{6-x} + b & (x > 6) \end{cases}$$

일 때, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $g(g(x)) - 3 = 0$ 의 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 이다.

$g'(\alpha_4)$ 의 값이 최소가 되도록 하는 a, b 의 값을 각각 p, q 라 하고 이때 $g'(\alpha_4)$ 의 값을 r 라고 할 때, pqr 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -15 ③ -12 ④ -9 ⑤ -6

단답형

22. ${}_5C_2 + {}_6P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 4\sin x + 8$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오.

[3점]

24. 곡선 $y = 4\log_2(x^2 + 1)$ ($x > 0$)의 변곡점이 직선 $y = mx$ 위에 있을 때, 상수 m 의 값을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시작 t ($t \geq 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t^2 - 2, \quad y = at \quad (a > 0)$$

이다. $t = 2$ 에서 $|\overrightarrow{OP}|$ 와 점 P 의 속력이 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 2인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 에 대하여 부등식 $f(x) \geq f(3)$

를 만족시키는 자연수 x 의 개수가 5이다. m 이 자연수일 때,

$P(7 \leq X \leq 10)$ 의 값을 주어진 표준정규분포표를 이용해 구한 값은 p 이다. $1000p$ 의 값을 구하시오.

[4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.191
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.493

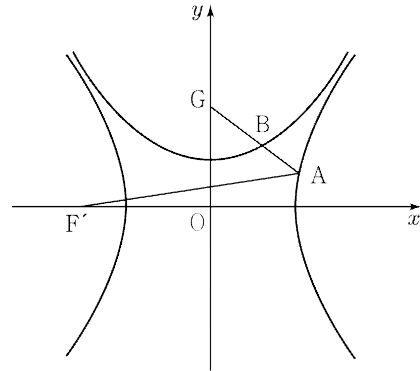
27. 1부터 5까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 카드 5장을 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 카드에 적힌 숫자의 합이 7 이하가 될 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 두 초점이 $F(4, 0)$, $F'(-4, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 초점이

G 인 포물선 $x^2 = 6y - 9$ 가 있다. 선분 FG 가 쌍곡선과 만나는 점을 A , 포물선과 만나는 점을 B 라 할 때

$$\overline{GB} : \overline{BA} : \overline{AF'} = 6 : 5 : 21$$

이다. $\frac{b^2}{a^2}$ 의 값이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, a 와 b 는 양수이고 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 좌표평면에서 곡선 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ ($y > 0$) 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q가 $\overrightarrow{PQ} = (1, 0)$ 을 만족시킨다. 직선 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, P가 아닌 점 R가

$$|\overrightarrow{PQ}| |\overrightarrow{PR}| \cos \theta \leq \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR}$$

를 만족시킨다. 임의의 점 R가 영역

$$\{(x, y) | (x-2)^2 + y^2 < 4, y \geq 0\}$$

에 포함되지 않을 때, $|\overrightarrow{OQ}|^2$ 의 최솟값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

30. 4보다 큰 자연수 n 에 대하여 열린 구간 $(0, n)$ 에서 정의된

함수 $f(x) = \cos \frac{\pi}{n}x$ 가 있다. $f(x)$ 와 양수 a ($a+4 < n$)에 대하여 열린 구간 $(0, n)$ 에서 정의된 함수


$$g(x) = \left(\int_a^x f(t) dt \right) \times \left(\int_x^{a+4} f(t) dt \right)$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 곡선 $y = g(x)$ 위의 x 좌표가 각각 $a, a+4$ 인 두 점에서의 접선이 일치한다.
 (나) 함수 $g(x)$ 는 최솟값을 갖는다.

a 의 최댓값은 α 이고 이때 $n = \beta$ 이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오.

[4점]

2020학년도 이정환X 

9평 대비모의고사 수학 가형

펴낸이 : 이정환, 출제자 M 연구소

본 모의평가에 대한 저작권은 이정환연구소에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.