2020

2020학년도

이정환X M

9평 대비 모의고사 나형

모의고사 분석서

진짜 공부는 지금부터
대성마이맥

▶ 모의고사 분석서

어떠한 개념이 문제에 반영되었는가? 문제를 풀 때의 이정환선생님의 생각을 COMMENT로 문제의 풀 때 꼭 세워야할 문제해결의 설계과정 PLAN, 모의고사 문항의 유사 기출문제로 모의고사를 완벽하게 공부할 수 있는 CONTENTS

▷ 모의고사 분석서의 구성요소

POINT 문제의 핵심 개념

COMMENT 문제 해결할 때의 수험생이 가져야 할 생각

PLAN 시행착오를 줄이기 위한 문제해결의 설계

유사기출문제 모의고사 문항과 유사한 기출문제

▶ 모의고사 분석서의 활용법

- 모의고사를 100분 안에 해결하고, 검토까지 하고 OMR카드도 마킹한다.

- 모의고사를 채점한 후 틀린 문항에 대해서 다시 한 번 풀어본다. 이때 검토능력을 기르고 싶은 수험생은 본인이 채점을 하지 말고 다른 사람에게 채점을 부탁 한다. 틀린 문항을 체크하지 말아달라고 하고, 몇 개 틀렸는지 만 알려 달라고 한다. 그 이후 본인이 틀린 문항을 발견하며 고쳐나간다.

- 다 고쳤다고 생각이 들면 분석서를 보고 문제 해결과정에서 시간이 오래 걸린 문항과 해결하지 못한 문항에 대해서 완벽하게 학습한다.

<빠른 정답>

1	④	2	③	3	⑤	4	④	5	⑤
6	③	7	③	8	②	9	①	10	③
11	①	12	②	13	①	14	⑤	15	④
16	②	17	③	18	②	19	①	20	④
21	④	22	7	23	15	24	18	25	32
26	6	27	2	28	11	29	14	30	40

1. [정답] ④

[해설]

$\sqrt{2}\times 4^{\frac{3}{4}}=2^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{3}{2}}=2^2=4$

2. [정답] ③

[해설]

$A\cap B=\{1,4\}$ 이므로 모든 원소의 합은 5

3. [정답] ⑤

[해설]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n+1}{\sqrt{4n^2+2n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{1}{n}}{\sqrt{4+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}}}=\frac{5}{2}$$

4. [정답] ④

[해설]

$f^{-1}(8)=4$, $(f\circ f)(3)=f(2)=6$ 이므로 $4+6=10$

5. [정답] ⑤

[해설]

공비를 r 이라고 하면, $a_3=2r^2$ $a_5=2r^4$ 이고, $a_3a_5=4r^6=256$ 이므로 $r=2$

따라서 $a_2=4$

6. [정답] ③

[해설]

$\left(2x+\frac{1}{x}\right)^4$ 의 전개식에서 상수항은 ${}_4\mathrm{C}_2(2x)^2\left(\frac{1}{x}\right)^2$ 항에서 나온다. 따라서 상수항은 24

7. [정답] ③

[해설]

$f(1)+\lim\limits_{x\to 2-}f(x)=1+2=3$

8. [정답] ②

[해설]

두 사건 A, B가 독립이므로 $\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(A\cap B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=6\mathrm{P}(A\cap B)$ 이므로

$\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)=7\mathrm{P}(A\cap B)=7\mathrm{P}(A)\bullet\mathrm{P}(B)$ $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{4}$ 을 대입해주면

$\frac{1}{4}+\mathrm{P}(B)=\frac{7}{4}\mathrm{P}(B)$ 이고, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{3}$

9. [정답] ①

[해설]

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=0$에서 $f(0)=0, f'(0)=0$을 알 수 있으므로

$f(x)=x^3+ax^2$ 이라고 하자.

$\lim\limits_{x\to k}\frac{f(x)}{x-k}=1$에서 $f(k)=0, f'(k)=1$ 이므로

$k^3+ak^2=0,\ 3k^2+2ak=1$

$a=-k$ 이므로 대입해주면 $k=1$

10. [정답] ③

[해설]

확률분포표를 완성시키면 다음과 같다.

	$X=0$	$X=1$	$X=2$	합
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{{}_2\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{1}{10}$	$\frac{{}_3\mathrm{C}_1\times{}_2\mathrm{C}_1}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{6}{10}$	$\frac{{}_3\mathrm{C}_2}{{}_5\mathrm{C}_2}=\frac{3}{10}$	1

따라서 $\mathrm{E}(X)=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$

11. [정답] ①

[해설]

부등식 $x^2+2x+a-3>0$ 가 모든 실수 x에 대해서 성립해야하므로

판별식 $D=1-a+3<0$ 이므로 자연수 a의 최솟값은 5

12. [정답] ②

[해설]

크기가 16 인 표본을 추출하면 커피의 용량 X 는 정규분포 $\mathrm{N}(180,\ 10^2)$ 을 따른다.

$\mathrm{P}(170\le X\le 185)=\mathrm{P}(-1\le Z\le 0.5)=0.5328$

13. [정답] ①

[해설]

수열 $\{a_n\}$을 규칙에 따라 나열하면 다음과 같다.

$a_1=1$

$a_2=a_1-1=0$

$a_3=a_2-1=-1$

$a_4=a_3+k=k-1$

$a_5=a_4-1=k-2$

$a_6=a_5-1=k-3$

$a_7=a_6+k=2k-3$

$a_8=a_7-1=2k-4$

$a_9=a_8-1=2k-5$

$a_{10}=a_9+k=3k-5$

$a_{10}=a_1$ 이므로 $k=2$

14. [정답] ⑤

[해설]

$A+B=C$를 만족시키므로 $\int_0^6\{f(x)-a\}dx=0$을 만족시킨다.

$\int_0^6 f(x)dx=\int_0^6(6x-x^2)dx=\left[3x^2-\frac{1}{3}x^3\right]_0^6=108-72=36$ 이고

$\int_0^6 a\,dx=6a$ 이므로 $6a=36$, $a=6$ 이다.

15. [정답] ④

[해설]

$n(A)=\{n(B)\}^2\le n(U)=8$ 이므로 $\{n(B)\}^2$의 값으로 가능한 값은 1, 4이고, $n(B)$의 값은 각각 1, 2이다.

(i) $n(B)=1$일 때

$n(A)=\{n(B)\}^2=1$ 이므로 $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=2$ 이고, $n(A)=1$ 이므로 $n(B)=1$일 수 없다.

(ii) $n(B)=2$일 때

$n(A)=\{n(B)\}^2=4$ 이고, $n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=2$,
$n(A\cap B)=n(A)-2=2$ 이므로 $n(B)=2$, $n(A\cap B)=2$ 이고
$B\subset A$ 이다.
따라서 두 집합을 결정하는 방법의 수는 집합 $A\cap B$의 두 원소를 결정하는 방법의 수와 $A\cap B^C$의 두 원소를 결정하는 수의 곱이다.
집합 $A\cap B$의 원소를 결정하는 방법의 수는 ${}_8\mathrm{C}_2$ 이고, 집합 $A\cap B^C$의 원소를 결정하는 방법의 수는 ${}_6\mathrm{C}_2$ 이므로 두 집합 A, B의 순서쌍 (A, B)의 개수는
${}_8\mathrm{C}_2\times{}_6\mathrm{C}_2=28\times15=420$

16. [정답] ②

[해설]

$4\log_n 4=8\log_n 2$ 이다. $4\log_n 2=a$ 라 하면 $12\log_n 2=3a$, $8\log_n 2=2a$ 이므로 $12\log_n 2$와 $4\log_n 4=8\log_n 2$가 모두 자연수가 되게 하는 n의 값은 $4\log_n 2$가 자연수가 되게 하는 n의 값과 같다.

$4\log_n 2=k$ (k는 자연수)라 하면, $n^k=2^4$ 이다.

$k=1$일 때, $n=2^4$

$k=2$일 때, $n=2^2$

$k=3$일 때, n의 값은 존재하지 않는다.

$k=4$일 때, $n=2$

$k\ge5$일 때, $n<2$ 이다.

따라서 모든 n의 값의 합은 $2^4+2^2+2=16+4+2=22$

17. [정답] ③

○ Point

중복조합 ⇨ 부정방정식을 작성해서 순서쌍의 개수를 구할 수 있다.

● COMMENT & PLAN

해설강의에 촬영에 놓은 추가 문항도 꼭 보도록하자. 9평대비 이과 15번 문항과 27번 문항도 풀어보도록~~

[해설]

(나) 조건에 의하여 xy, yz, zx 중 2개는 짝수, 1개는 홀수이다.

xy, yz, zx 중 홀수인 것을 고르는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_1=3$ 이다.

xy를 홀수라 할 때 $x=2x'+1$, $y=2y'+1$, $z=2z'+2$ 이라 하자.

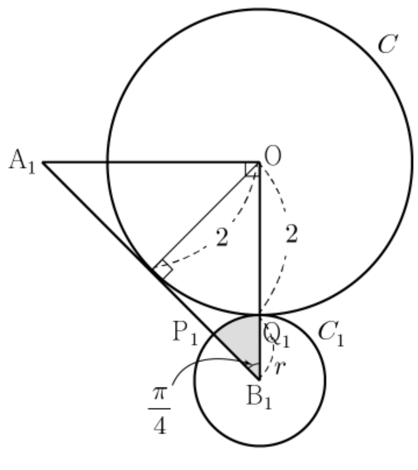
$x+y+z=2(x'+y'+z')+4=12$ 이고 $x'+y'+z'=4$ 이다.

이를 만족시키는 (x', y', z')의 순서쌍의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_4={}_6\mathrm{C}_4=15$ 이다.

따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $3\times15=45$ 이다.

18. [정답] ②

[해설]



R_1

원 C_1의 반지름을 r라 하면 $\angle\mathrm{OBA_1}=\frac{\pi}{4}$ 이므로 $2+r=2\sqrt{2}$,

$r=2(\sqrt{2}-1)$

같은 방식으로 그림 R_2에서 원 C_2의 반지름의 길이를 p라 하면

$r+p=r\sqrt{2}$, $p=r(\sqrt{2}-1)$

부채꼴 $\mathrm{P_1B_1Q_1}$의 넓이는 $\pi r^2\times\frac{1}{8}=\frac{\pi}{2}(3-2\sqrt{2})$ 이므로 등비급수 S_n의 초항은 $\frac{\pi}{2}(3-2\sqrt{2})$

부채꼴 $\mathrm{P_1B_1Q_1}$과 부채꼴 $\mathrm{P_2B_2Q_2}$의 반지름의 비가

$r : r(\sqrt{2}-1)=1 : \sqrt{2}-1$ 이므로 넓이비는 $1 : 3-2\sqrt{2}$ 이므로 등비급수 S_n의 공비는 $3-2\sqrt{2}$

따라서

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{\pi}{2}(3-2\sqrt{2})}{1-3+2\sqrt{2}} = \frac{\pi}{2}\times\frac{3-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} = \frac{\pi}{4}\times\frac{3-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\pi}{4}(\sqrt{2}-1)$$

19. [정답] ①

○ **Point**

유리함수

❶ 그래프를 통한 상황이해

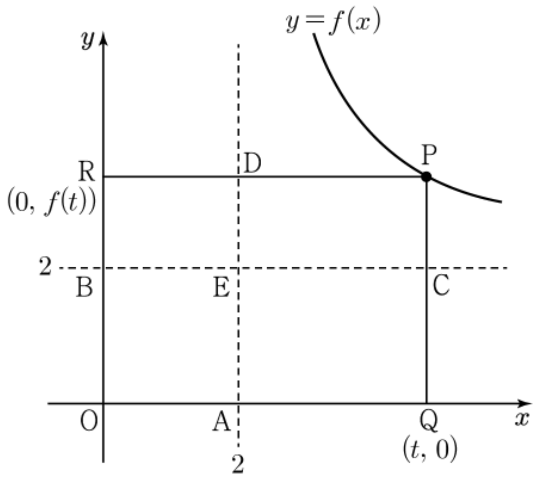
❷ 대칭성 ⇨ 점대칭&선대칭

● **COMMENT & PLAN**

그래프 그려서 상황을 이해하는 것을 기본, 이 문항의 코멘트에서 쓰고 싶은 말은 $g(t)$를 구할 때 발문에서 넓이가 가장 작은 부분을 보고 대소비교가 문제에 사고로 쓰인다는 생각을 하여 네 부분의 넓이가 같은 순간을 기준으로 문제풀이를 시작하자. 라는 판단을 해서 문제를 해결할 수 있어야 한다.

[해설]

함수 $f(x)$의 그래프와 점 P, Q, R는 다음 그림과 같다.



점근선과 x축과의 교점을 A, y축과의 교점을 B, 선분 PQ와의 교점을 C, 선분 PR와의 교점을 D라 하고 두 점근선의 교점을 E라 하자.

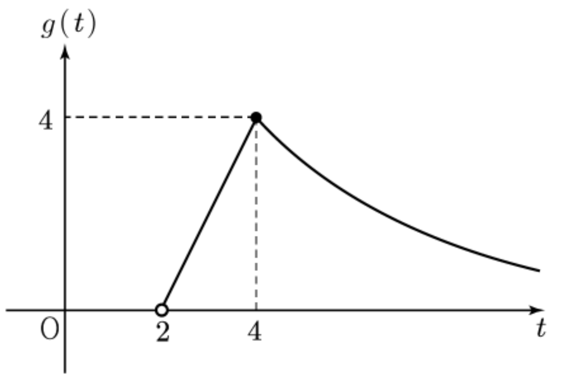
(사각형 OAEB의 넓이)$=4$

(사각형 AQCE의 넓이)$=(t-2)2=2t-4$

(사각형 BEDR의 넓이)$=2\left(\frac{2t}{t-2}-2\right)=\frac{8}{t-2}$

(사각형 ECPD의 넓이)$=(t-2)\left(\frac{2t}{t-2}-2\right)=4$

위 네 사각형의 넓이 중 가장 작은 것이 $g(t)$이다. 두 함수 $2t-4$와 $\frac{8}{t-2}$의 교점은 $(4, 4)$이므로 $g(t)$의 그래프는 다음과 같다.



따라서 $g(t)\geq 3$을 만족시키는 t의 범위는

$2t-4=3 \rightarrow t=\frac{7}{2}$, $\frac{8}{t-2}=3 \rightarrow t=\frac{14}{3}$

이므로 $\alpha=\frac{7}{2}$, $\beta=\frac{14}{3}$, $\alpha+\beta=\frac{49}{6}$

20. [정답] ④

[해설]

⋮ (중략)

주머니에서 n개의 공을 선택하여 두 묶음으로 나누는 방법의 수를 b_n, 주머니에서 n개의 공을 선택하여 만든 두 묶음의 공에 적힌 숫자의 합이 같은 경우의 수를 c_n이라 할 때, $a_n=b_n-c_n$이다.

(ⅰ) $n=2$

$b_2={}_5C_2\times 1$이고, $c_2=0$이므로

$a_2={}_5C_2\times 1-0=10$

(ⅱ) $n=3$

$b_3={}_5C_3\times 3=30$, c_3은

$\{(3), (2, 1)\}$, $\{(4), (3, 1)\}$, $\{(5), (4, 1)\}$, $\{(5), (3, 2)\}$

일 때, 같으므로 $c_3=\boxed{p=4}$이고, $a_3=30-\boxed{p=4}$

(ⅲ) $n=4$

b_4는 5개의 공에서 4개를 선택하므로 ${}_5C_4$, 4개의 공을 2묶음으로 나눌 방법은

(1개, 3개), (2개, 2개)이고, 각각 ${}_4C_1\times{}_3C_3$,

${}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}$이므로 ${}_5C_4\times(4+3)=35$

$b_4=\boxed{35}$이다. c_4는 $\{(1, 5), (2, 4)\}$, $\{(1, 4), (2, 3)\}$, $\{(3, 4), (2, 5)\}$일 때, 같으므로 $c_4=\boxed{3}$이고,

$a_3=\boxed{q=35-3=32}$

(ⅳ) $n=5$

$b_5={}_5C_5\times 15=15$, $c_5=0$이므로 $a_5=15-0=15$

따라서 $\sum_{k=2}^{5}a_k=a_2+a_3+a_4+a_5=\boxed{83}$

21. [정답] ④

○ **Point**

삼차함수의 그래프의 성질

❶ $f(x)=k(x-a)^2(x-b) \leftrightarrows f(a)=0,\ f'(a)=0$

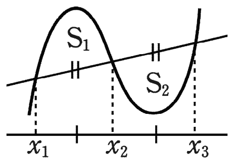
⇨ $y=f(x)$는 $x=a$에서 x축에 접한다.

❷ $f(x)=k(x-a)^3+b \leftrightarrows f(a)=b,\ f'(a)=0,\ f''(a)=0$

⇨ $y=f(x)$는 $(a,\ b)$가 변곡점이다.

❸ 삼차함수는 변곡점을 지나는 어떤 직선에 대해서도 길이가 같고 넓이가 같다. (변곡점은 대칭의 중심)

⇨ $2x_2=x_1+x_3$



❹ $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$와 임의의 교선 $y=mx+n$에 대하여 교점의 x좌표(근)의 합은 항상 같다.

⇨ $(x_1+x_2+x_3=p_1+p_2+p_3)$

① 세 근의 합 : $-\dfrac{b}{a}$

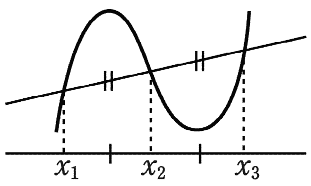
② 세 근의 무게중심은 항상 변곡점의 x좌표와 같다.

⇨ $x=\dfrac{p_1+p_2+p_3}{3}$

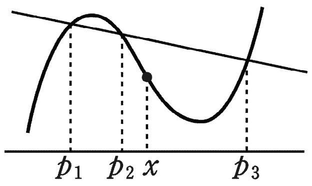
③ 극대점과 극소점도 변곡점에 대칭이므로

변곡점의 x좌표 $x=\dfrac{p_1+p_2+p_3}{3}=\dfrac{q_1+q_2}{2}$이다.

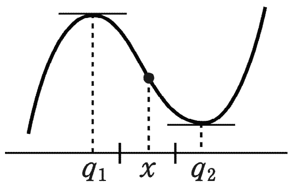
[그림1]



[그림2]



[그림3]

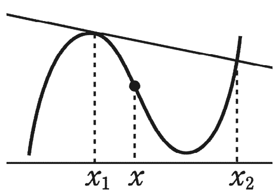


❺ 교선이 접선일 경우

① 세 교점을 $x_1,\ x_1,\ x_2$라 하면

$x=\dfrac{x_1+x_1+x_2}{3}=\dfrac{2x_1+x_2}{3}$이다.

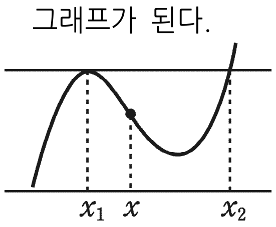
② 따라서 변곡점으로부터 접점까지의 거리와 변곡점으로부터 교점까지의 거리의 비는 항상 1 : 2가 된다.



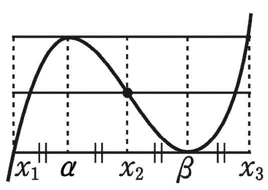
❻ 교선이 x축과 평행한 접선일 경우

① 이때에도 (6)이 성립한다.

② 따라서 어떠한 삼차함수도 항상 [그림5]와 같이 그려지는 그래프가 된다.



[그림4]



[그림5]

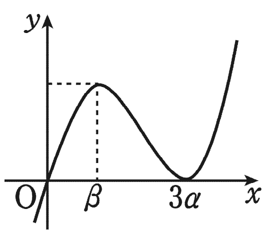
❼ 삼차함수+

에 관한 문제는 항상 변곡점을 이용!

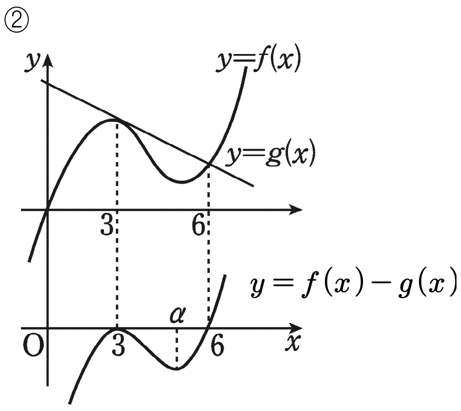
> **※ 변곡점**
>
> **곡선 $f(x)$가 어느 구간에서**
>
> **(1) $f'(x)>0$이면 $f(x)$가 증가**
>
> **⇨ $f''(x)>0$이면 $f'(x)$가 증가 (아래로 볼록)**
>
> **(2) $f'(x)<0$이면 $f(x)$가 감소**
>
> **⇨ $f''(x)<0$이면 $f'(x)$가 감소 (위로 볼록)**
>
> **(3) 변곡점 : $f''(a)=0$이고 $x=a$의 전후에서 $f''(x)$의 부호가 바뀔 때의 점 $(a,\ f(a))$**
>
> **※ 변곡점에 관한 이론은 미적분1 과정이 아니지만 삼차함수가 본질적으로 변곡점에 대칭인 점대칭함수이므로 그 성질을 이용하면 쉽게 해결할 수 있는 문제가 많다.**

❽ 변곡점과 응용 : [그림5] 참조

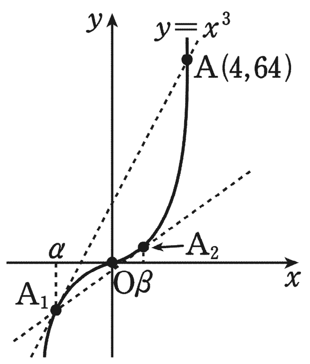
①



②



③



①의 경우 β의 값은 α이다.

②의 경우 $f(x)-g(x)$가 극소가 되는 x의 값 α는 5이다.

③의 경우 변곡점이 원점이므로 $\alpha=-2,\ \beta=1$이다.

● **COMMENT & PLAN**

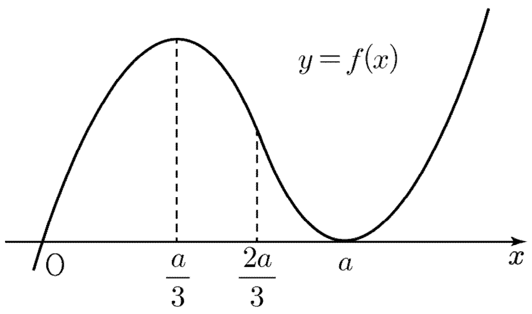
삼차함수와 접선과 관련된 문항을 해결할 때는 점대칭 되는 부분의 접선을 기준으로 문제를 해결할 수 있다. 그 점을 사실 변곡점이라고 부르고 그 때의 접선을 변곡점에서의 접선이라고 하면 삼차함수에서 가장 특이한 순간이기 때문에 그렇다.

그 순간을 기준으로 관찰하면 문제해결은 수월~

[해설]

$f(x)=x(x-a)^2$에서 $f'(x)=(3x-a)(x-a)$이므로

함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 아래 그림과 같다.



함수 $h(x)$가 극값을 갖는 x좌표는 함수 $f(x)$, $g(x)$의 그래프의 위치관계와 증가 감소에

의하여 결정되므로 기준을

($x=\frac{a}{3}$, a : 함수 $f(x)$가 극값을 갖는 x좌표)

와

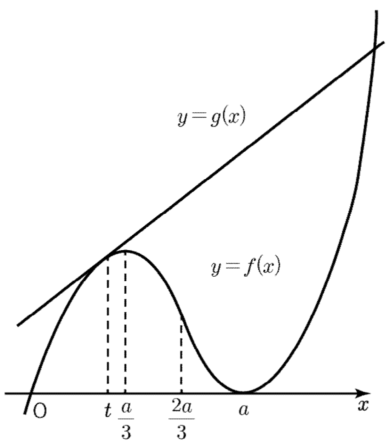
($x=\frac{2a}{3}$: 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 만나는 점의 개수가 1이도록 하는 접점의 x좌표)

에 두어서 t의 값에 따라 위치관계를 파악하면

(1) $t<\frac{a}{3}$일 때

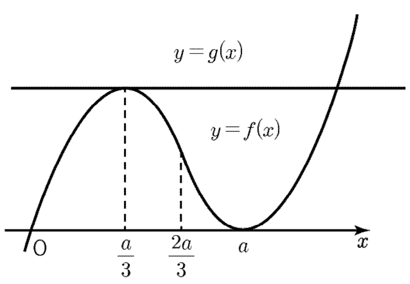
$y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 위치관계가 아래 그림과 같으므로

$h(x)$는 극값을 갖지 않는다.



(2) $t=\frac{a}{3}$일 때

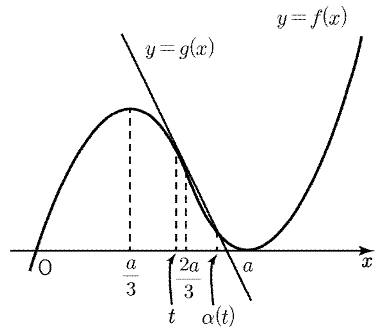
$y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 위치관계가 아래 그림과 같으므로 조건을 만족시키지 못한다.



(3) $\frac{a}{3}<t\le\frac{2a}{3}$일 때

$y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 위치관계가 아래 그림과 같으므로

$h(x)$는 $f(x)=g(x)$의 $x=t$가 아닌 실근 $x=\alpha(t)$에 대하여 $x=\alpha(t)$ 또는 $x=a$ 중 작지 않은 x좌표에서만 극값을 갖는다.



$f(x)-g(x)=(x-t)^2(x-\alpha(t))$이므로 $\alpha(t)=2a-2t$이고,

$\alpha(t)\le a$일 때 조건을 만족시키므로 t의 범위는 $\frac{a}{2}\le t\le\frac{2a}{3}$이다.

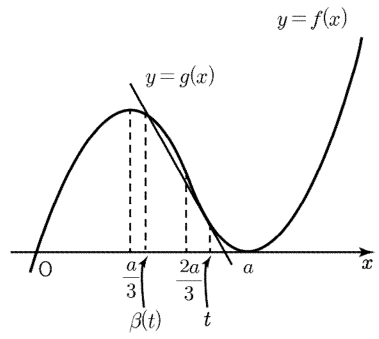
(4) $\frac{2a}{3}<t<a$일 때

$y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 위치관계가 아래 그림과 같으므로

$h(x)$는 $f(x)=g(x)$의 $x=t$가 아닌 실근 $x=\beta(t)$에 대하여 $\beta(t)<\frac{a}{3}$

일 때는 극값을 3개 가지므로 조건을 만족시키지 못하고 $\beta(t)\ge\frac{a}{3}$일

때만 조건을 만족시킨다.

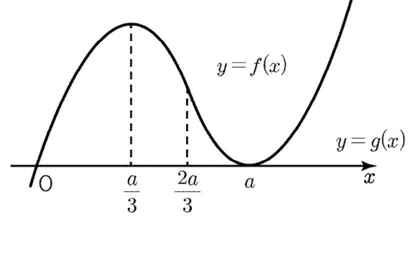


$f(x)-g(x)=(x-t)^2(x-\beta(t))$이므로 $\beta(t)=2a-2t$이고,

$\beta(t)\ge\frac{a}{3}$일 때 조건을 만족시키므로 t의 범위는 $\frac{2a}{3}<t\le\frac{5a}{6}$이다.

(5) $t=a$일 때

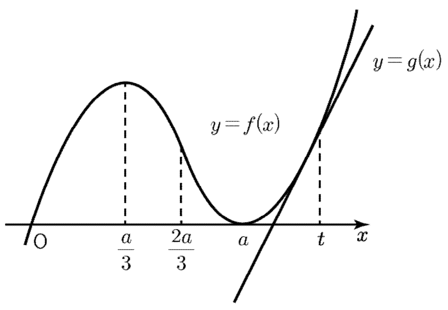
$y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 위치관계가 아래 그림과 같으므로 조건을 만족시키지 못한다.



(6) $t>a$일 때

$y=f(x)$의 그래프와 $y=g(x)$의 위치관계가 아래 그림과 같으므로

$h(x)$는 두 개의 극값을 가져 조건을 만족시키지 못한다.



따라서 조건을 만족시키는 t의 범위를 정리하면 $\frac{a}{2} \le t \le \frac{5a}{6}$이고 이 범위가 $m \le t \le 5$와 같으므로 $a=6$, $m=3$이고 $a+m=9$이다.

22. [정답] 7

[해설]

${}_{n}\mathrm{P}_{2}=n(n-1)=42$ 이므로 $n=7$

23. [정답] 15

[해설]

$f'(x)=3x^2+4x-5$ 이므로 $f'(2)=15$

24. [정답] 18

[해설]

$a_6=a_4+4$ 이므로 $(a_6)^2-(a_4)^2=8a_4+16=32$

따라서 $a_4=2$ 이고 $a_{12}=a_4+8\times 2=18$ 이다.

25. [정답] 32

[해설]

방정식 $x-2=\frac{3}{x}$ 을 풀면 $x=-1$, $x=3$ 이다. 따라서 $\mathrm{A}(-1,\ -3)$, $\mathrm{B}(3,\ 1)$ 이므로 $k=\sqrt{32}$ 이고, $k^2=32$

26. [정답] 6

[해설]

주어진 방정식의 우변을 정리하면 $x^3+x\int_0^x f'(t)dt-\int_0^x tf'(t)dt$ 이고

주어진 항등식의 양변을 미분하면

$$f(x)+xf'(x)=3x^2+\int_0^x f'(t)dt+xf'(x)-xf'(x)$$

$$=3x^2+\int_0^x f'(t)\,dt=3x^2+f(x)-f(0) \text{ 이므로}$$

$xf'(x)=3x^2-f(0)$ 이 성립한다. 양변에 $x=0$ 을 대입하면 $f(0)=0$ 이고

$xf'(x)=3x^2$ 이므로 $f'(x)=3x$이고 양변을 적분하면

$f(x)=\frac{3}{2}x^2+C$ 에서 $f(0)=0$ 이므로 $C=0$, $f(x)=\frac{3}{2}x^2$ 이다.

따라서 $f(2)=6$ 이다.

27. [정답] 2

● COMMENT & PLAN

문제의 난이도에 비해 현장에서의 정답률이 매우 낮았던 문항..

아무래도 나형 보는 친구들이 이차방정식과 이차함수의 관계(고1때 배우는)를 이해하기 보다는 암기로 공부한 경우가 많은 것 같다. 그래서 실제로 어떻게 풀어야 할지 떠오르지 않아서 틀린것이고, 그 부분이 좀 속상하긴한데 앞으로 공부할 때는 외우지 말고

(1)이해 (2)반복해서 익숙해지기 로 공부하도록 하고

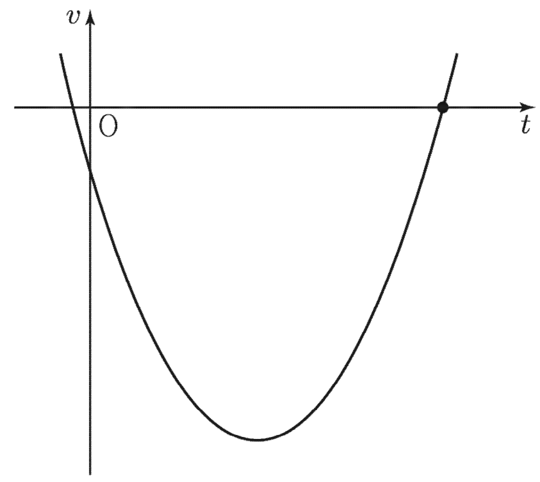
낯선상황이 나오면 그래프로 이해하고 식으로 표현하는 훈련을 좀 하도록 하자.

[해설]

점 P의 시각 t에서의 위치 x가 $x=t^3-6t^2+(k-2)t+5$ 이므로

점 P의 시각 t에서의 속도는 $v(t)=3t^2-12t+k-2$ 이다.

점 P의 운동 방향이 한 번만 바뀌므로 방정식 $v(t)=0$ 은 $t>0$ 에서 하나의 실근만을 갖는다.



위 조건을 만족시키기 위해선 $v(0)\le 0$ 을 만족시켜야하므로 $v(0)=k-2\le 0$, $k\le 2$ 이다. 따라서 k의 최댓값은 2 이다.

28. [정답] 11

○ Point

(1) 조건부확률

❶ 표본공간의 축소

❷ 분모의 케이스 분류

(2) 독립시행의 정리

동일한 시행을 반복할 때, 확률을 구하는 경우 주로 이용한다.

이 문항에서도 동전을 던지는 시행을 반복하기에 독립시행의 계산에서 쓰인다는 걸 인식할 수 있다.

● COMMENT & PLAN

보통 기출문제에서는 분모의 케이스 분류를 2개정도 되는 문항들이 출제되었지만, 이 문항의 경우 분모의 케이스 분류가 3개인 문항이다. 애초에 3개로 분류해서 풀면 실수를 안할수 있지만 아래의 해설처럼 굳지하게 두 개로 나누어 푼 경우 기출 문제해결의 관성과 기억 때문에 실수 할수도 있다는거....

[해설]

시행 후 앞면이 나온 동전의 개수가 4이기 위해서는 $a\ge 4$ 이어야 하고, a는 각각 1, 6이 적힌 카드를 꺼냈을 때 최댓값 5를 가지므로 $a=4$ 또는 $a=5$인 경우만 가능하다.

시행 후 앞면이 나온 동전의 개수가 4일 확률을 구하면 (과정 (1), (2))

(1) $a=4$인 경우의 확률

$a=4$일 확률은 각각 1, 5가 적힌 카드를 꺼내거나 2, 6이 적힌 카드를 꺼낸 경우에 대한 확률이므로 $\frac{2}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{2}{15}$이고, 이 때 4번 동전을 던져 모두 앞면이 나와야 하므로 이에 대한 확률은 $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$이므로 확률의 곱셈정리에 의하여 (1)의 확률은 $\frac{2}{15}\times\frac{1}{16}$이다.

(2) $a=5$인 경우의 확률

$a=5$일 확률은 각각 1, 6이 적힌 카드를 꺼낸 경우에 대한 확률이므로 $\frac{1}{{}_6\mathrm{C}_2}=\frac{1}{15}$이고, 이 때 5번 동전을 던져 4번은 앞면, 1번은 뒷면이 나와야 하므로 이에 대한 확률은 ${}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{5}{32}$이므로 확률의 곱셈정리에 의하여 (2)의 확률은 $\frac{1}{15}\times\frac{5}{32}$이다. 주머니에서 5가 적힌 카드를 꺼내고, 시행 후 앞면이 나온 동전의 개수가 4일 확률을 구하면 (과정 (3))

(3) $a=4$인 경우 중 각각 1, 5가 적힌 카드를 꺼냈을 때만 가능하므로 확률은 $\frac{1}{15}\times\frac{1}{16}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{\frac{1}{15}\times\frac{1}{16}}{\frac{2}{15}\times\frac{1}{16}+\frac{1}{15}\times\frac{5}{32}}=\frac{2}{9}$이다.

29. [정답] 14

○ Point

합과 일반항 사이의 관계

⇨ $S_n-S_{n-1}=a_n\ (n\ge 2)$ 여기서 주의 할 점은 합을 이용해 일반항을 표현하는 경우 $n\ge 2$부터 성립하는 것이다. 다만 $S_1=a_1$인 경우 $S_n-S_{n-1}=a_n\ (n\ge 1)$이라 해도 되는 것 이다.

● COMMENT & PLAN

아직 평가원에서 $S_n-S_{n-1}=a_n\ (n\ge 2), S_n-S_{n-1}=a_n\ (n\ge 1)$ 난이도가 있는 수열 문제에서 위 두식의 차이로 실수를 유도하게 낸 문제는 드물지만, 난이도 있는 객관식이나 주관식에서 출제될 가능성이 없는 것은 아니니 반드시 체크해야 한다.

[해설]

$S_{n+1}+S_n=2n$ ⋯ ㉠

의 양변에 $n+1$을 대입하면

$S_{n+2}+S_{n+1}=2n+2$ ⋯ ㉡

㉡ − ㉠ $=S_{n+2}-S_{n+1}+S_{n+1}-S_n=a_{n+2}+a_{n+1}=2$ ⋯ ㉢

㉢ 에 $n=1$, 2 3, ⋯, 을 대입하면

$a_3+a_2=a_4+a_3=a_5+a_4=\cdots=2$

$$\sum_{k=1}^{15}a_k=17=a_1+(a_2+a_3)+(a_4+a_5)+\cdots+(a_{14}+a_{15})$$
$$=a_1+2\times 7=a_1+14$$

따라서 $a_1=3$이다. 또 ㉠ 에 $n=1$을 대입하면

$S_2+S_1=a_1+a_2+a_1=6+a_2=2,\ a_2=-4$

㉢ 에 $n=1$를 대입하면 $a_3+a_2=2$이고, $a_2=-4$이므로 $a_3=6$

㉢ 에 $n=2$를 대입하면 $a_4+a_3=2$이고, $a_3=6$이므로 $a_4=-4$

따라서 $a_3-a_2-a_4=6-(-4)-(-4)=14$

30. [정답] 40

○ Point

합성함수의 방정식과 부등식의 접근

❶ 대응관계를 이용해서 해결할 수 있다. 다만 방,부등식의 특성상 함성함수의 함숫값이 제시된 방정식 또는 부등식을 해결하는 것이므로 거꾸로 대응관계를 이용하자.

❷ 합섬함수의 그래프를 이용해서 해결할 수 있다. 이 경우는 합성함수의 그래프를 그리기 쉬울 때 사용하는 것이 유리하다.

위 두 가지 중 우선순서를 딱 정해주기는 힘들고, 문제를 많이 풀면서 경험치를 쌓아야 한다.

● COMMENT & PLAN

부등식을 해결할 때에는...

제시된 부등식으로 해결할 수 있지만 힘든경우에는 항상 <,> 이런 대소관계를 나타내는 부등식을 = 등식으로 잠깐 바꿔서 등식으로 표현된 식을 기준으로 잡아 이해하고, 그 이후에 <,>을 해석하면 이해가 편할 수 있다.

(설계1)

문제에서 구하라는 값이 나타난 식을 보면

$g\left(-\frac{1}{2}\right),\ \lim_{a\to-\frac{1}{2}+}g(a),\ \lim_{a\to-\frac{1}{2}-}g(a)$ 이므로 $a=-\frac{1}{2}$를 기준으로 문제를 풀어야겠다는 판단을 할 수 있다.

(설계2)

a라는 문자로 부등식의 해를 일반적으로 표현할 수 있지만

문자로 다루기가 어려운 경우 $a=-\frac{1}{2}$를 대입해서 그 순간을 기준으로 이해를 시작할 수 있다.

(설계3)

그 이후 a값을 조금씩 변해가면서 문제를 해결한다.

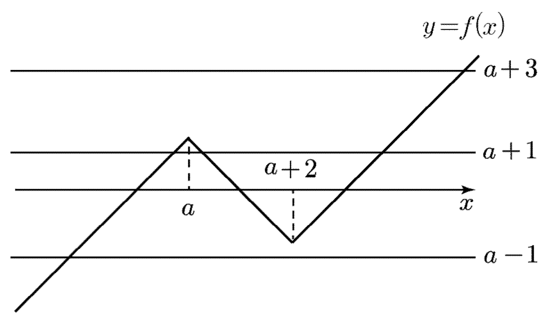
OR 아래 해설의 경우 모든 문제해결과정을 식으로 이끌었지만 해설 강의를 보면 실제 그래프를 옮겨가면서(기울기가 ±1인 직선이기 가능한 풀이) 관찰하는 것을 볼 수 있다. 강의도 참고하자.

[해설]

$f(f(x))<0$에서 $f(x)=t$로 치환하면 $f(t)<0$을 만족하는 t의 범위는 $t<a-1,\ a+1<t<a+3$이다. 따라서 부등식 $f(f(x))<0$의 해집합은

부등식 $f(x)<a-1,\ a+1<f(x)<a+3$의 해집합이다.

$a=-\frac{1}{2}$ 근방에서 $-2<a-1<-1,\ 0<a+1<1$이므로 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=a-1,\ y=a+1,\ y=a+3$의 위치관계는 아래의 그림과 같다.



방정식 $f(x)=a-1$의 실근은 $x=2a-2$, 방정식 $f(x)=a+1$의 실근

은 $x=2a$, $x=0$, $x=2a+4$, 방정식 $f(x)=a+3$의 실근은 $x=2a+6$이다. 따라서 부등식 $f(x)<a-1$, $a+1<f(x)<a+3$의 해집합은 각각 $x<2a-2$, $2a<x<0$, $2a+4<x<2a+6$이다.

$a=-\dfrac{1}{2}$ 근방에서 $2a-2<-2$이므로 $x<2a-2$를 만족시키는 정수들은 모두 -2보다 작다. 따라서 $2a<x<0$, $2a+4<x<2a+6$를 만족시키는 모든 정수들의 합이 $g(a)$이다.

ⅰ) $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

$a=-\dfrac{1}{2}$ 일 때, $2a<x<0$을 만족시키는 정수 x는 존재하지 않는다. $a=-\dfrac{1}{2}$ 일 때, $2a+4<x<2a+6$을 만족시키는 정수는 $x=4$이므로 따라서 $g\left(\dfrac{1}{2}\right)=4$

ⅱ) $\displaystyle\lim_{a\to-\frac{1}{2}+} g(a)$

$a\to-\dfrac{1}{2}+$ 일 때, $2a<x<0$를 만족시키는 정수 x는 존재하지 않는다. $a\to-\dfrac{1}{2}+$ 일 때, $2a+4<x<2a+6$를 만족시키는 정수 $x=4,\ 5$ 따라서 $\displaystyle\lim_{a\to-\frac{1}{2}+} g(a)=4+5=9$

ⅲ) $\displaystyle\lim_{a\to-\frac{1}{2}-} g(a)$

$a\to-\dfrac{1}{2}-$ 일 때, $2a<x<0$을 만족시키는 정수 $x=-1$

$a\to-\dfrac{1}{2}-$ 일 때, $2a+4<x<2a+6$을 만족시키는 정수 $x=3,\ 4$ 따라서 $\displaystyle\lim_{a\to-\frac{1}{2}+} g(a)=-1+3+4=6$

이상에서 $p=4$, $q=9$, $r=6$. 따라서 $p+2q+3r=4+18+18=40$