

# 수학영역(나형)

1

1

16년 9월 1번

$\log_2 3 + \log_2 \frac{2}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3

17년 9월 3번

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 1}{2n^2 + 3n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2

18년 9월 2번

전체집합  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의  
 부분집합  $A = \{3, 5, 7\}$ 에 대하여 집합  $A^C$ 의 모든 원소의 합은?  
 (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여집합이다.) [2점]

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

4

17년 9월 4번

$\log_3 9 + \log_3 \sqrt{3}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

Math Power Plant  
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>

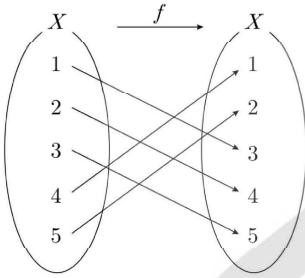
# 2

# 수학영역(나형)

5

18년 9월 5번

그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

6

18년 9월 6번

양수  $x$ 에 대하여  $x + \frac{9}{x}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

7

18년 9월 7번

실수  $x$ 에 대한 두 조건

$$p: (x+2)(x-1) < 0,$$

$$q: x \geq \alpha$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수  $\alpha$ 의 최댓값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

8

16년 9월 8번

두 실수  $a, b$ 에 대하여  $12^a = 16, 3^b = 2$ 일 때,  
 $2^{\frac{4}{a} - \frac{1}{b}}$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9

17년 9월 9번

모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 2\sqrt{2}, \quad a_4 : a_7 = 1 : 2\sqrt{2}$$

일 때,  $a_8$ 의 값은? [3점]

- ① 8      ②  $8\sqrt{2}$       ③ 16      ④  $16\sqrt{2}$       ⑤ 32

10

16년 9월 10번

실수  $x$ 에 대하여 두 조건  $p, q$ 를 각각

$$p: -1 < x < 2, \quad q: x^2 + ax + b < 0$$

이라 하자.  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요충분조건일 때,  $a+b$ 의 값은?  
 (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

11

18년 9월 11번

함수  $f(x) = x^2 + 4x - 2$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - 3}{h}$$

의 값은? [3점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

12

16년 9월 12번

수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{n+1}{1+a_n} + 1$$

을 만족시킬 때,  $a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{7}{3}$       ③  $\frac{8}{3}$       ④ 3      ⑤  $\frac{10}{3}$

13

16년 9월 13번

다항식  $(x+3)^n$ 을  $x+1$ 로 나눈 나머지를  $R_n$ 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^5 R_n$ 의 값은? [3점]

- ① 46    ② 50    ③ 54    ④ 58    ⑤ 62

14

16년 9월 14번

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 1) \\ 2x^2 + bx + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이  $x=1$ 에서 미분가능할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 33    ② 35    ③ 37    ④ 39    ⑤ 41

## 6

## 수학영역(나형)

15

18년 9월 15번

1보다 큰 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_a a^2 b^3 = 3$$

이 성립할 때,  $\log_b a$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

16

17년 9월 16번

다항함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(3)$ 의 값은?

[4점]

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{3x^2 + 2x + 5} = \frac{1}{3}$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2 + x} = -1$$

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

17

18년 9월 17번

두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$2^{\frac{4}{a}} = 100, 25^{\frac{2}{b}} = 10$$

이 성립할 때,  $2a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ②  $\frac{13}{4}$       ③  $\frac{7}{2}$       ④  $\frac{15}{4}$       ⑤ 4

18

18년 9월 18번

다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n-2) + 5 \cdot (2n-4) + \dots + (2n-1) \cdot 2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

이 성립함을 보이는 과정이다.

$$\begin{aligned}
 & 1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n-2) + 5 \cdot (2n-4) + \dots + (2n-1) \cdot 2 \\
 &= \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(가)}}) \{2n - (2k-2)\} \\
 &= \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(가)}}) \{2(n+1) - 2k\} \\
 &= 2(n+1) \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{(가)}}) - 2 \sum_{k=1}^n (2k^2 - k) \\
 &= 2(n+1) \{n(n+1) - n\} \\
 &\quad - 2 \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{\boxed{\text{(나)}}} - \frac{n(n+1)}{2} \right\} \\
 &= 2(n+1)n^2 - \frac{1}{3}n(n+1) (\boxed{\text{(다)}}) \\
 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}
 \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(n)$ 이라 하고, (나)에 알맞은 수를  $a$ 라 할 때,  $f(a) \times g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① 50      ② 55      ③ 60      ④ 65      ⑤ 70

Math Power Plant  
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>

19

16년 9월 19번

수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은  $a_n = n + 1$ 이다.  
다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\left(\sum_{k=1}^n a_k\right)^2 = \sum_{k=1}^n (a_k)^3 - 2\sum_{k=1}^n a_k \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n = 1$ 일 때

(좌변)  $= \left(\sum_{k=1}^1 a_k\right)^2 = \boxed{\text{(가)}}$ ,

(우변)  $= \sum_{k=1}^1 (a_k)^3 - 2\sum_{k=1}^1 a_k = \boxed{\text{(가)}}$  이므로

(\*)이 성립한다.

(ii)  $n = m(m \geq 1)$ 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\left(\sum_{k=1}^m a_k\right)^2 = \sum_{k=1}^m (a_k)^3 - 2\sum_{k=1}^m a_k \text{ 이므로}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{m+1} a_k\right)^2 = \left(\sum_{k=1}^m a_k + a_{m+1}\right)^2$$

$$= \left(\sum_{k=1}^m a_k\right)^2 + 2\left(\sum_{k=1}^m a_k\right)a_{m+1} + (a_{m+1})^2$$

$$= \sum_{k=1}^m (a_k)^3 - 2\sum_{k=1}^m a_k + 2\left(\sum_{k=1}^m a_k\right)a_{m+1} + (a_{m+1})^2$$

$$= \sum_{k=1}^m (a_k)^3 + \boxed{\text{(나)}} \sum_{k=1}^m a_k + (a_{m+1})^2$$

$$= \sum_{k=1}^m (a_k)^3 + m^3 + 5m^2 + 7m + 4$$

$$= \sum_{k=1}^m (a_k)^3 + (a_{m+1})^3 - (m^2 + 5m + 4)$$

$$= \sum_{k=1}^{m+1} (a_k)^3 - 2\sum_{k=1}^{m+1} a_k$$

이다. 따라서  $n = m + 1$ 일 때에도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)에 알맞은 식을  $f(m)$ 이라 할 때,  $f(p)$ 의 값은? [4점]

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

20

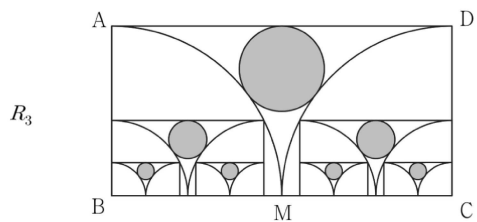
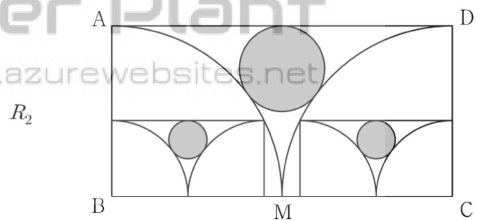
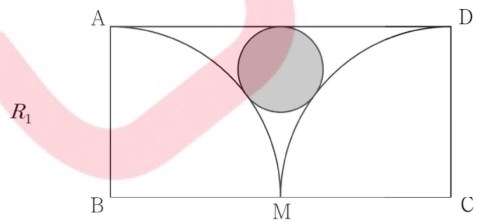
18년 9월 20번

그림과 같이  $\overline{AB} = 1, \overline{BC} = 2$ 인 직사각형 ABCD에서 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 중심이 B, 반지름의 길이가  $\overline{BM}$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 BMA를 그리고, 중심이 C, 반지름의 길이가  $\overline{CM}$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 CDM을 그린다. 두 부채꼴의 호 MA, 호 DM과 선분 AD에 모두 접하는 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 새로 그려진 각 부채꼴의 내부에 두 변의 길이의 비가 1 : 2인 직사각형을 긴 변이 선분 BC 위에 놓이면서 각 부채꼴에 내접하도록 각각 그리고, 각 직사각형에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림을  $R_n$ 이라 할 때, 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 하자.

이 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

- ①  $\frac{1}{12}\pi$
- ②  $\frac{5}{48}\pi$
- ③  $\frac{1}{8}\pi$
- ④  $\frac{7}{48}\pi$
- ⑤  $\frac{1}{6}\pi$

21

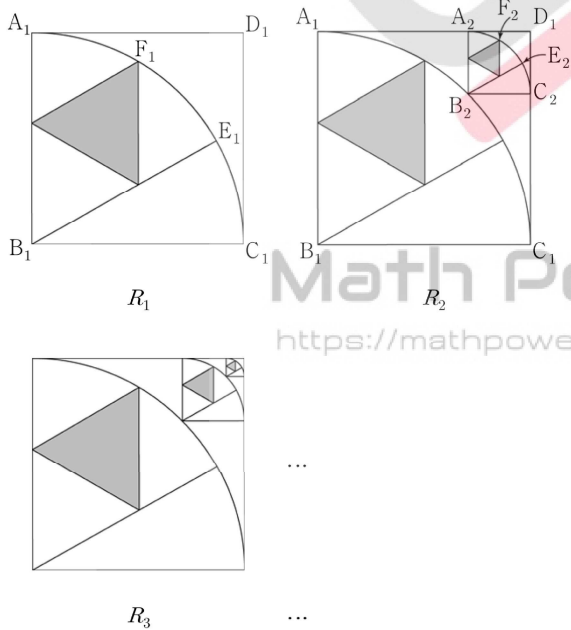
16년 9월 21번

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 중심을  $B_1$ , 선분  $B_1C_1$ 을 반지름으로 하고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $B_1C_1A_1$ 을 그린다. 부채꼴  $B_1C_1A_1$ 의 호  $C_1A_1$ 을 삼등분하는 두 점을 각각  $E_1, F_1$ 이라 하고, 선분  $B_1E_1$ 을 그린다. 점  $F_1$ 을 한 꼭짓점으로 하고 부채꼴  $B_1E_1A_1$ 에 내접하는 정삼각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 점  $D_1$ 과 부채꼴  $B_1C_1A_1$ 의 호  $C_1A_1$ 을 이등분하는 점  $B_2$ 를 대각선의 양 끝점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_1$ 을 그리고, 정사각형  $A_2B_2C_2D_1$ 에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 정삼각형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

(단,  $\angle A_nB_nE_n = 60^\circ$ ) [4점]



- ①  $\frac{3\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{21}$
- ②  $\frac{4\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{21}$
- ③  $\frac{4\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{21}$
- ④  $\frac{5\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{21}$
- ⑤  $\frac{5\sqrt{6}+3\sqrt{3}}{21}$

22

18년 9월 22번

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 - 3n}{2n^2 + 1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23

18년 9월 23번

집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 의 모든 부분집합의 개수를 구하시오. [3점]

24

18년 9월 24번

함수  $f(x) = 3x - 7$ 에 대하여  $f^{-1}(5)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

26

18년 9월 26번

다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 12$$

를 만족시킨다.  $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$ 라 할 때,  $g'(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25

18년 9월 25번

공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_3 \times a_4 = a_5$$

를 만족시킬 때,  $a_7$ 의 값을 구하시오. [3점]

27

17년 9월 27번

2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $(7-2n)^3$ 의  $n$  제곱근 중에서 실수인 것의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{100} f(n)$ 의 값을 구하시오.

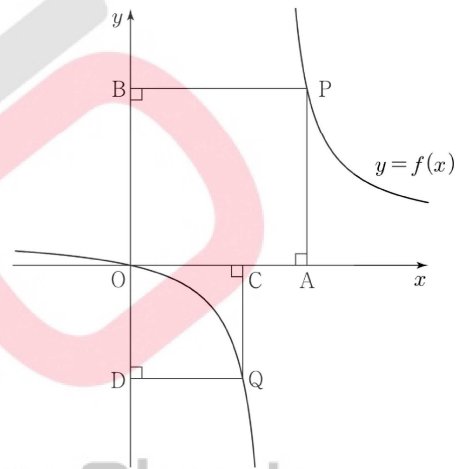
[4점]

28

17년 9월 28번

그림과 같이 함수  $f(x) = \frac{2x}{6x-9}$ 의 그래프 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 점을 P, 제4사분면에 있는 점을 Q라 할 때, 점 P에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하고, 점 Q에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.

두 사각형 OAPB, ODQC가 정사각형일 때,  $\overline{OP} : \overline{OQ} = m : n$ 이다.  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고,  $m, n$ 은 서로소인 자연수이다.) [4점]



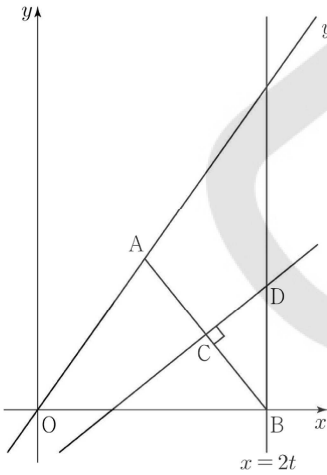
Math Power Plant  
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>

29

18년 9월 29번

직선  $y = \sqrt{2}x$  위의 점  $A(t, \sqrt{2}t)$  ( $t > 0$ ) 과  $x$ 축 위의 점  $B(2t, 0)$  이 있다. 선분  $AB$ 의 중점을  $C$ 라 하고, 점  $C$ 를 지나고 선분  $AB$ 에 수직인 직선이 직선  $x = 2t$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자. 선분  $CD$ 의 길이를  $f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 16}{f(t) - \sqrt{6}} = k$ 이다.  $3k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30

17년 9월 30번

세 정수  $a, b, c$ 에 대하여 이차함수  $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 라 하고, 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ f(-x) & (x < 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y = t$ 가 곡선  $y = g(x)$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를  $h(t)$ 라 할 때, 함수  $h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $h(2) < h(-1) < h(0)$
- (나) 함수  $(t^2 - t)h(t)$ 는 모든 실수  $t$ 에서 연속이다.

$80f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]