수학영역(가형) 1

1 17년 9월 1번

$2\times\left(2^{\frac{2}{3}}\right)^3$ 의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2 16년 9월 2번

전체집합 U의 서로 다른 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\subset B$일 때, 집합 $A\cap B$와 같은 집합은? (단, 집합 A는 공집합이 아니다.) [2점]

① A ② B ③ A^C ④ B^C ⑤ $A\cup B$

3 18년 9월 3번

공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=6$일 때, a_4의 값은? [2점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

4 17년 9월 4번

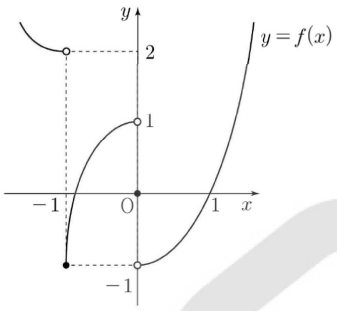
함수 $f(x)=x^4-3x^2+4$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

5 18년 9월 5번

함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -1-} f(x) + \lim_{x\to 0+} f(x)$ 의 값은? [3 점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6 16년 9월 6번

$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+2n}-n\right)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

7 16년 9월 7번

곡선 $y=x^3+x^2-2x+4$ 위의 점 $(1,\ 4)$ 에서의 접선의 방정식이 $y=mx+n$ 일 때, $m-n$ 의 값은? (단, m, n 은 상수이다.) [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

8 16년 9월 8번

두 양수 a, b에 대하여 $\log_2 ab = 8$, $\log_2 \frac{a}{b} = 2$일 때, $\log_2 (a+4b)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9 18년 9월 9번

$\lim_{x\to 3} \frac{2x^2+ax+b}{x^2-9} = 3$일 때, $a+b$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

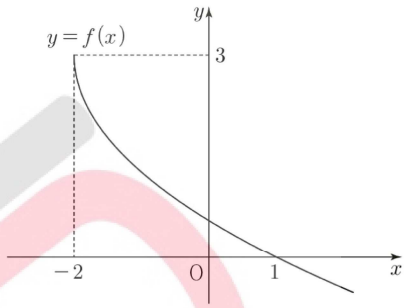
① −33 ② −30 ③ −27 ④ −24 ⑤ −21

10 17년 9월 10번

정의역이 $\{x \mid x \geq -2\}$인 무리함수

$f(x) = -\sqrt{ax+b}+3$

의 그래프가 그림과 같다.



함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(1, 0)$을 지날 때, 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은? [3점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

11 17년 9월 11번

두 집합

$$X=\{x\mid -3\le x\le 5\},\quad Y=\{y\mid |y|\le a,\ a>0\}$$

에 대하여 X에서 Y로의 함수 $f(x)=2x+b$가 일대일 대응이다. 두 상수 a, b에 대하여 a^2+b^2의 값은? [3점]

① 66 ② 68 ③ 70 ④ 72 ⑤ 74

12 17년 9월 12번

첫째항이 1이고 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때,

$$\frac{S_6-S_4}{3}-\frac{a_6-a_4}{2}$$

가 성립한다. 양수 r의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

13 16년 9월 13번

집합 $A=\{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 A의 모든 부분집합 X의 개수는? [3점]

(가) $n(X) \geq 2$
(나) 집합 X의 모든 원소의 곱은 6의 배수이다.

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

14 17년 9월 14번

1보다 큰 세 자연수 a, b, c에 대하여 세 수

$\log a$, $\log b$, $\log c$

가 이 순서대로 공차가 자연수인 등차수열을 이룬다.

$\log abc=15$일 때, $\log \frac{ac^2}{b}$의 최댓값은? [4점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

15 17년 9월 15번

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_2^x (t-2)f'(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=0$에서만 극값을 가질 때, $g(0)$의 값은? [4점]

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -3 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -4

16 18년 9월 16번

함수 $f(x)=a(x-1)^2+1$에 대하여

$$\lim_{x\to\infty}\{\sqrt{f(-x)}-\sqrt{f(x)}\}=6$$

일 때, 양수 a의 값은? [4점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

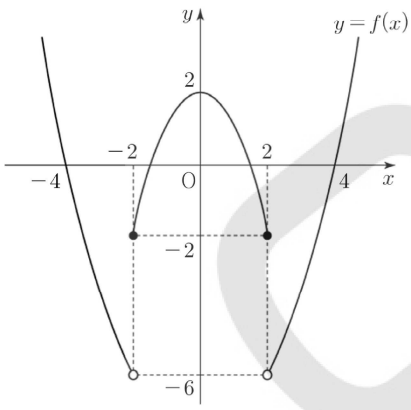
Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

17 16년 9월 17번

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}x^2-8 & (|x|>2)\\ -x^2+2 & (|x|\le 2)\end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다.



함수 $f(x)f(kx)$가 $x=2$에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 k의 값의 곱은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

18 17년 9월 18번

다음은 3이 아닌 양수 p에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{p^n+3p^{n-1}+3^2p^{n-2}+\cdots+3^{n-1}p+3^n}{(p+3)^n}=\frac{p^2+3p+\boxed{\text{(다)}}}{3p}$$

가 성립함을 보이는 과정이다.

$p^n+3p^{n-1}+3^2p^{n-2}+\cdots+3^{n-1}p+3^n$은
첫째항이 p^n, 공비가 $\boxed{\text{(가)}}$인 등비수열의 첫째항부터
제$(n+1)$항까지의 합이고, $p\neq 3$이므로

$$p^n+3p^{n-1}+3^2p^{n-2}+\cdots+3^{n-1}p+3^n=\frac{p^{n+1}-3^{n+1}}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다.

$0<\frac{p}{p+3}<1$, $0<\frac{3}{p+3}<1$이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{p^n+3p^{n-1}+3^2p^{n-2}+\cdots+3^{n-1}p+3^n}{(p+3)^n}$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{p^{n+1}-3^{n+1}}{(\boxed{\text{(나)}})\times(p+3)^n}$$
$$=\frac{1}{\boxed{\text{(나)}}}\left\{p\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{p}{p+3}\right)^n-3\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{p+3}\right)^n\right\}$$
$$=\frac{p^2+3p+\boxed{\text{(다)}}}{3p}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(p)$, $g(p)$라 하고, (다)에 알맞은 수를 k라 할 때, $f(k)\times g(k)$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

19 18년 9월 19번

2 이상의 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : x^2+y^2=(n-1)^2,$$
$$C_2 : (x-n)^2+y^2=n^2$$

이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{P_nQ_n}}{n}$의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

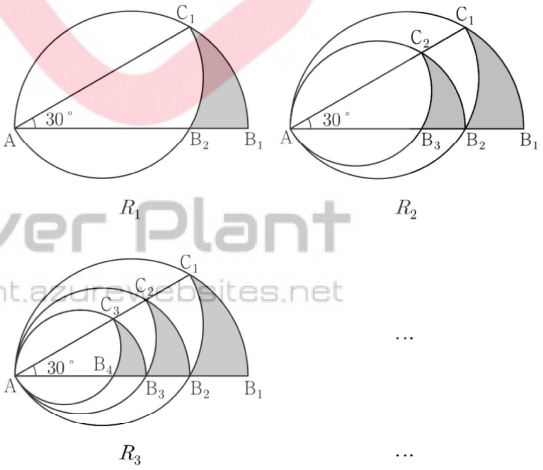
20 18년 9월 20번

그림과 같이 길이가 8인 선분 AB_1을 지름으로 하는 반원을 그리고 호 B_1A 위에 $\angle B_1AC_1=30^\circ$가 되도록 점 C_1을 잡는다. 선분 AC_1을 지름으로 하는 반원이 선분 AB_1과 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B_2라 할 때, 선분 B_2B_1, 호 B_1C_1과 호 C_1B_2로 둘러싸인 도형의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 AB_2를 지름으로 하는 반원을 그리고 호 B_2A 위에 $\angle B_2AC_2=30^\circ$가 되도록 점 C_2를 잡는다. 선분 AC_2를 지름으로 하는 반원이 선분 AB_2와 만나는 점 중 점 A가 아닌 점을 B_3이라 할 때, 선분 B_3B_2, 호 B_2C_2와 호 C_2B_3으로 둘러싸인 도형의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림을 R_n이라 할 때, 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 하자.

$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{q}{p}(2\pi+3\sqrt{3})$일 때, $p+q$의 값은? (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



R_1 R_2 R_3 …

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

21 18년 9월 21번

양수 t에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_{3t}^{x}(s^2-4ts+3t^2)\,ds$$

라 할 때, 닫힌 구간 $[0,\ 2]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(x)=(x-t)(x-3t)$

ㄴ. $t>2$일 때, $g(t)=\frac{2}{3}(3t-2)^2$이다.

ㄷ. $t>0$에서 정의된 함수 $g(t)$는 $t=\frac{1}{2}$에서만 미분가능하지 않다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22 17년 9월 22번

$\log_2 48-\log_2 3$의 값을 구하시오. [3점]

23 17년 9월 23번

$\int_0^2(5x^4-6x^2+1)\,dx$의 값을 구하시오. [3점]

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

24 16년 9월 24번

원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도가 $v(t)=3t^2-6t$ 이다.
점 P 가 시각 $t=1$ 에서 시각 $t=3$ 까지 움직인 거리를 구하시오. [3점]

25 16년 9월 25번

$\log_{(x+6)}(49-x^2)$ 이 정의되도록 하는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

26 17년 9월 26번

일차함수 $f(x)=3x+a$ 와 함수

$$g(x)=\begin{cases} -x+2 & (x \le -1) \\ \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{2n+1}+3}{x^{2n}+1} & (x > -1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(11)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

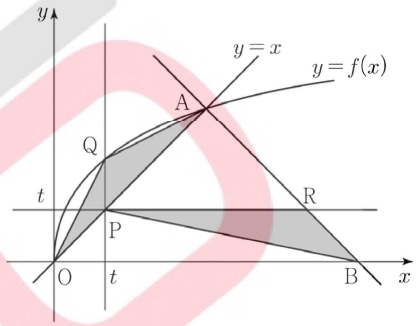
Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

27 17년 9월 27번

곡선 $y=\frac{2}{x}$ 와 직선 $y=-x+k$ 가 제1사분면에서 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B 라 하자. $\angle ABC=90^\circ$ 인 점 C 가 곡선 $y=\frac{2}{x}$ 위에 있다. $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ 가 되도록 하는 상수 k 에 대하여 k^2 의 값을 구하시오. (단, $k>2\sqrt{2}$) [4점]

28 16년 9월 28번

그림과 같이 무리함수 $f(x)=\sqrt{x}$ 의 그래프가 직선 $y=x$ 와 만나는 두 점 중에서 원점 O 가 아닌 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 직선 $y=x$ 와 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 직선 $x=t$ 가 직선 $y=x$ 와 만나는 점을 P, 직선 $x=t$ 가 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 Q, 직선 $y=t$ 가 직선 AB 와 만나는 점을 R 라 하자. 삼각형 OAQ 와 삼각형 PBR 의 넓이를 각각 $S(t)$, $T(t)$ 라 할 때, $\lim_{t\to 1-}\frac{T(t)}{S(t)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0<t<1$) [4점]



Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

29 16년 9월 29번

그림과 같이 중심이 $\left(0,\ \frac{3}{2}\right)$이고,

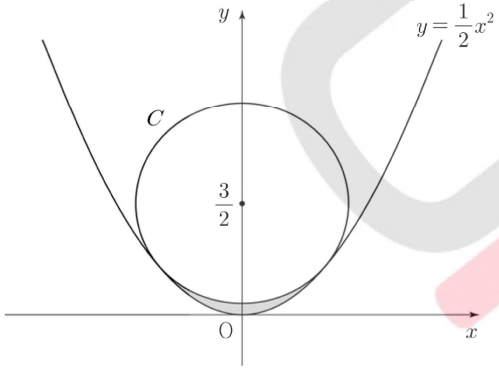
반지름의 길이가 $r\left(r<\frac{3}{2}\right)$인 원 C가 있다.

원 C가 함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 서로 다른 두 점에서 만날 때,

원 C와 함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프로 둘러싸인 모양의

넓이는 $a+b\pi$ 이다. $120(a+b)$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 유리수이다.) [4점]



30 18년 9월 30번

최고차항의 계수의 부호가 서로 다른 두 삼차다항식

$f(x)$, $g(x)$ 가

$$|f(x)|=\begin{cases} g(x)-4x-26 & (x\le a) \\ g(x)+2x^3-14x^2+12x+6 & (x>a) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, 방정식 $f(x)+a(x-k)^2=0$이 서로 다른

세 실근을 갖도록 하는 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오.

(단, a는 상수이다.) [4점]

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net