

제 2 교시

수학 영역(가형)

출수형

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (-4, -1)$, $\vec{b} = (-3, 1)$ 에 대하여
 벡터 $\vec{a} - 3\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

3. 좌표공간의 두 점 $A(1, 3, -1)$, $B(2, -2, a)$ 에 대하여
 선분 AB 를 3:1로 내분하는 점이 xy 평면 위에 있을 때,
 a 의 값은? [2점]

- ① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

4. 두 사건 A 와 B 가 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{8}, P(A|B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 함수 $f(x) = \log_2(ax+b)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 점 $(4, 2)$ 를 지나고 점근선이 직선 $y = -6$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq 0$ 이고, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 14 ② 15 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

6. 곡선 $y = e^{|x-1|}$ 과 직선 $y = e$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

[3점]

- ① $e-2$ ② 1 ③ $e-1$
 ④ 2 ⑤ e

7. $x \geq 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x^2e^x$ 의 역함수를 $g(2x)$ 라고 할 때, $g'(2e)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6e}$ ② $\frac{1}{3e}$ ③ $\frac{1}{2e}$ ④ $\frac{2}{3e}$ ⑤ $\frac{5}{6e}$

8. A, B 카드가 총 90 개가 있다. 표와 같이 카드에는 ★, ♥ 스티커가 붙어있고, A 카드를 선택할 확률과 ★스티커가 붙어 있을 확률은 서로 독립이다. (단위: 개)

	♥스티커	★스티커
A 카드	10	x
B 카드	y	40

90 개의 카드 중에서 임의로 선택한 카드가 B 카드일 때, ♥스티커가 붙어 있을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. 자연수 n 에 대하여 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X = x) = {}_n C_x \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (x = 0, 1, 2, \dots, n)$$

이다. $E(X^2) = \frac{55}{2}$ 일 때, $V(2X)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② $\frac{15}{2}$ ③ 10 ④ $\frac{25}{2}$ ⑤ 15

10. 곡선 $y = 3\ln(x^2 + 2)$ 에 접하고 기울기가 2인 서로 다른 두 직선의 y 절편을 각각 y_1, y_2 라 할 때, $y_1 + y_2$ 의 값은? [3점]

- ① $3\ln 18 - 8$ ② $3\ln 18 - 6$ ③ $3\ln 18$
 ④ $3\ln 18 + 6$ ⑤ $3\ln 18 + 8$

11. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $|\cos x| = \frac{3}{4} + 2\cos x$ 의 실근은 α, β ($\alpha < \beta$)이다. $8\sin \alpha + \tan \alpha + 16\sin \beta + 6\tan \beta$ 의 값은?
[3점]

- ① $\sqrt{15}$ ② $2\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{15}$ ④ $4\sqrt{15}$ ⑤ $5\sqrt{15}$

12. 초점이 원점이고 꼭짓점의 좌표가 $(0, -a)$ 인 포물선과 초점이 $(0, 6)$ 이고 준선이 $y = 10$ 인 포물선이 x 축 위에서 만날 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 좌표공간에 점 A(2, 1, 3)을 지나고 x 축을 포함하는 평면이

직선 $\frac{x-1}{2} = y = z+2$ 과 만나는 점의 z 좌표는? [3점]

- ① -7 ② -6 ③ -5
 ④ -4 ⑤ -3

14. 높이가 10cm인 원기둥 모양의 균일한 롤케이크가 있다.

이 롤케이크에는 밑면에서 부터 높이가 1cm 증가 할 때마다 자를 수 있는 표시가 새겨져있다. 표시에 따라 롤케이크의 높이가 모두 다르게 자를 때, 동일한 접시를 2개 이상 사용하여 롤케이크를 담는 경우의 수는? (단, 롤케이크는 남기지 않고 모두 접시에 담는다.) [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

15. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$xf(x) = (\ln x)^2 + \frac{n}{10} \quad (x > 0)$$

함수 $f(x)$ ($x > 0$)의 역함수가 존재하지 않도록 하는 모든 자연수 n 값의 합은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

16. $t > 1$ 인 실수 t 에 대하여 y 축 위의 점 $(0, t)$ 에서

반원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ ($y \geq 0$)에 그은 접선의 접점을 A라 하고, 접선이 x 축과 만나는 점을 B라 하자. 점 C(2, 0)에 대하여 호 AC와 두 선분 AB, BC로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(2)$ 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 양수이다.) [4점]

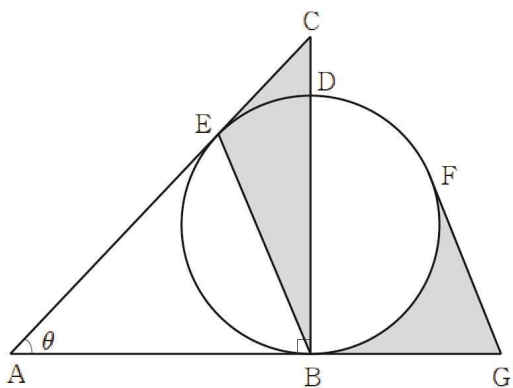
- ① $-\frac{14}{45}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{16}{45}$
 ④ $-\frac{17}{45}$ ⑤ $-\frac{6}{15}$

17. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$, 인 직각삼각형 ABC가 있다.

선분 BC 위의 점 D에 대하여 선분 BD를 지름으로 하는 원이 선분 AC에 접하고, 그 접점을 E라 하자. 원의 중심과 점 A를 이은 직선이 원과 만나는 두 점 중 A와 더 먼 점을 F라 하자. F에서의 접선이 직선 AB와 만나는 점을 G라 하자.

$\angle A = \theta$ 일 때, 삼각형 BCE의 넓이를 $S(\theta)$, 두 선분 BG, FG와 호 BF로 둘러싸인 부분의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\theta \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① $2 - \frac{\pi}{6}$ ② $2 - \frac{\pi}{4}$ ③ $2 - \frac{\pi}{2}$
- ④ $1 - \frac{\pi}{6}$ ⑤ $1 - \frac{\pi}{4}$

18. 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 가 있다. (단, $n \geq 2$)

$x + y + z = n$ 이고 $2^{x-1} \times 3^{y-1} \times 5^{z-n+2} < 1$ 이다.

다음은 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수가 61일 때, n 의 값을 구하는 과정이다.

$x + y + z = n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 ${}_3H_n$ 이다.

$2^{x-1} \times 3^{y-1} \times 5^{z-n+2} < 1$

$2^x \times 3^y \times 5^z < 2 \times 3 \times 5^{n-2}$

의 여사건은 $2^x \times 3^y \times 5^z \geq 2 \times 3 \times 5^{n-2}$ 이다.

여사건의 경우의 수를 구하면

(i) $z = n$ 일 때,

$5^n \geq 2 \times 3 \times 5^{n-2}$ 를 만족시키므로 1가지

(ii) $z = n-1$ 일 때,

$2^x \times 3^y \times 5^{n-1} \geq 2 \times 3 \times 5^{n-2}$ 를 만족시키는 x, y 는 $x=1, y=0$ 과 $x=0, y=1$ 이므로 2가지

이와 같은 방법을 계속 적용하면 z 가 (가) 이하일 때, 여사건을 만족시키는 x, y 가 존재하지 않는다는 결론을 얻을 수 있다.

전체 경우의 수에서 여사건의 경우의 수를 빼면 (나) 이다.

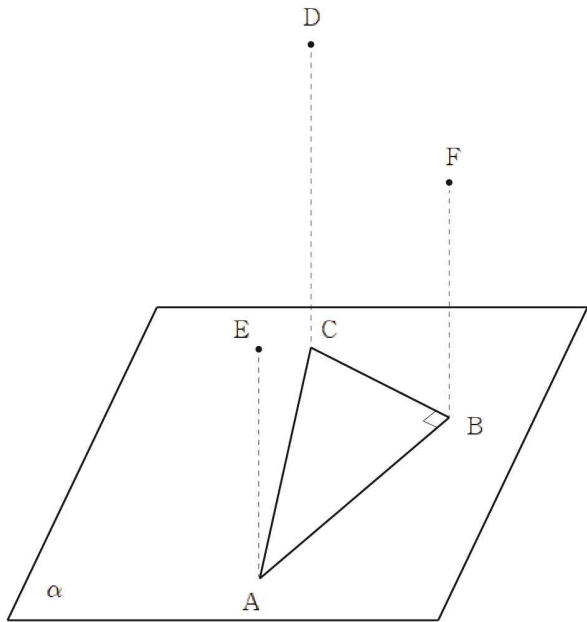
따라서 (나) 가 61일 때, n 의 값을 구하면 $n =$ (다) 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(2k) + g(2k)$ 의 값은? [4점]

- ① 241 ② 243 ③ 245 ④ 247 ⑤ 249

19. 그림과 같이 평면 α 위에 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AB} = 4$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 세 점 D, E, F은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 세 점 D, E, F의 평면 α 위로의 정사영은 각각 C, A, B이다.
 (나) $\overline{AE} = \overline{BF} = 5$, $\overline{CD} = 6$



선분 EF의 중점을 M이라 할 때,
 선분 AM의 평면 ABD 위로의 정사영의 길이는? [4점]

- ① $\sqrt{23}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ 5 ④ $\sqrt{26}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

20. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq \pi\}$ 인 함수 $f(x) = \sin 2x + 2x \cos 2x$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
 ㄱ. $f\left(\frac{\pi}{4}\right) + f\left(\frac{3}{4}\pi\right) = 0$
 ㄴ. $f'(a) = 0$ 이면 $\tan 2a = \frac{1}{a}$ 이다.
 ㄷ. 구간 $[0, \pi]$ 에서 방정식 $|f(x)| = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여
 함수 $F(x)$ 를 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분이라 하자.
 두 함수 $f(x), F(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int \{f(x)\}^2 dx = \frac{2x}{x^2+e} - \int f'(x)F(x) dx$
 (나) $F(0)=0$

$\int_0^{\sqrt{e}} x\{F(x)\}^2 dx$ 의 값은? [4점]

- ① $2e \ln 2$ ② $2e \ln 2 - e$ ③ $2e \ln 2 - 3e$
 ④ $e \ln 2 - e$ ⑤ $e \ln 2 - 2e$

단답형

22. ${}_5C_2 + {}_7P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 부등식 $\log_2 x^2 \leq 6$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수를
 구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(0 < t < \frac{\pi}{2})$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \frac{1}{2} \cos 2t, \quad y = t - \frac{1}{2} \sin 2t$$

이다. 점 P의 가속도가 $(1, a)$ 일 때, 점 P의 속력은 b 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 \cos x \sqrt{\sin x} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

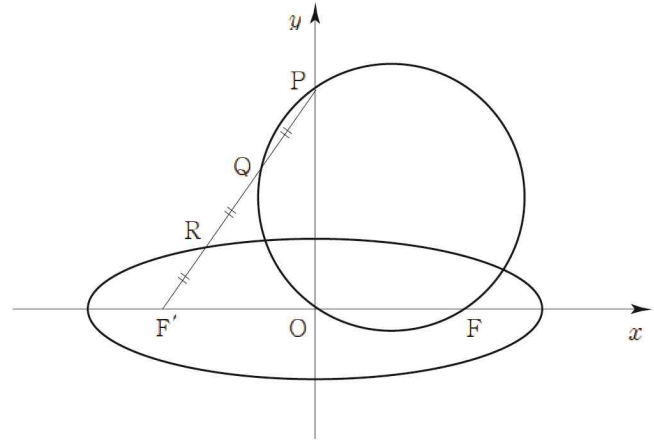
26. 어느 고등학교에서 안경을 쓴 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 100명을 임의추출하여 조사한 결과 m 명의 학생이 안경을 쓰는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 안경을 쓴 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $a + b = 1$ 일 때, $m^2(b - a)$ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

27. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8\}$ 에 대하여

$$n(X \cap A \cap B) = 3, \quad n(X \cap A) + n(X \cap B) = 7$$

를 만족시키는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이고 단축의 길이가 12인 타원이 있다. y 좌표가 6보다 큰 y 축 위의 점 P 에 대하여 세 점 P, F, O 를 지나는 원을 C 라 하자. 선분 PF' 이 원 C 와 만나는 두 점 중 P 가 아닌 점을 Q , 타원과 만나는 두 점 중 Q 와 가까운 점을 R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{QR} = \overline{RF'}$ 이다. 원 C 의 넓이가 $a\pi$ 일 때, a 의 값을 구하시오. (단, 점 O 는 원점이다.) [4점]



29. 좌표평면에서 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC에 내접하는 원 S 의 내부와 둘레 위를 움직이는 점을 P라 하고, 선분 BC 위를 움직이는 점을 Q라 할 때, 점 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 상수 $k(0 < k < 1)$ 에 대하여 $\overrightarrow{AX} = k\overrightarrow{AP}$ 를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형은 선분 AB, AC과 원 S 에 접한다.

(나) $\overrightarrow{AY} = \overrightarrow{AX} + \overrightarrow{AQ} - \frac{1}{9}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$

점 Y가 나타내는 영역 중 삼각형 ABC 내부에 속해있는 영역의 넓이는 m 이다. $\frac{m^2}{k^3}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 $t(0 < t < 8)$ 와 함수 $f(x) = 4|x^2 + x|$ 에 대하여 집합 S 는

$$S = \left\{ x \mid f(\cos x) = t, 0 < x < \frac{9}{2}\pi \right\}$$

이다. S 의 모든 원소들의 합을 $g(t)$ 라 하자.

상수 $a, b(b \neq 0)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$g(a) + \lim_{t \rightarrow a^-} g(t) = b\pi + \lim_{t \rightarrow a^+} 2g(t)$$

$\frac{1}{\left\{g'\left(\frac{ab}{8}\right)\right\}^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.