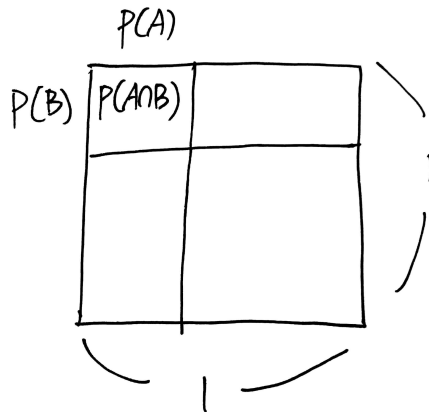


서로 독립인 두 사건

$$A \text{와 } B \text{가 서로 독립일 때} \quad P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$$

이 식은 서로 독립인 두 사건에 대한 결과일 뿐이지, 독립이라는 의미의 본질은 아닙니다.
서로 독립인 두 사건은 아래 그림과 같이 시각적으로 한 눈에 받아들이는 것이 좋습니다.



위의 벤다이어그램에서 정사각형의 한 변의 길이, 넓이 모두 1이고
이것이 전사건 1을 나타냅니다.

벤다이어그램에서 얻을 수 있는 직사각형에서
가로와 세로의 길이가 확률이고, 두 사건의 곱사건이 직사각형의 넓이입니다.

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B) = \frac{1}{4}$$

$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$

$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$
$\frac{5}{20}$	$\frac{10}{20}$

왼쪽은 정사각형을 단 두 개의 선분으로 크기를 반영하여 구획했습니다.

확률의 분포가 왼쪽과 같으면 두 사건은 서로 독립이고

오른쪽은 크기를 반영하여 나타내면 선분이 적어도 세 개가 필요합니다.

확률의 분포를 왼쪽처럼 나타낼 수 없으면 두 사건은 서로 독립이 아닙니다.

서로 독립인 두 사건 A, B 를 말로 풀어서 설명하면

전체에서든 A 일 때든 A^C 일 때든 B 와 B^C 의 비율이 같고,

전체에서든 B 일 때든 B^C 일 때든 A 와 A^C 의 비율이 같다.

라고 할 수 있습니다. 두 문장을 and 논리로 연결했지만, 둘 중 하나가 성립하면 나머지 하나도 반드시 성립하게 됩니다.

독립 조건이 있을 때 $P(A|B) = P(A|B^C) = P(A)$, $P(B|A) = P(B|A^C) = P(B)$

두 사건이 서로 독립이라는 조건은

막연하고 정성적인 조건이 아니라, 구체적이고 정량적인 조건입니다.

그래서 벤다이어그램을 위의 그림처럼 크기를 반영하여 그리지 않고

일반적인 형태로 그렸을 때, 그림의 형태에서 얻을 수 있는 것이 없습니다.

어찌됐든 독립 조건은 수식 계산으로 활용해야합니다.

반면 배반사건에 대한 조건은 정량적인 조건이 아니고 포함, 겹침 여부를 결정하는 조건이기 때문에, 벤다이어그램의 형태에서 직관적으로 힌트를 얻을 수 있습니다.

여집합의 배반사건

A^C 와 B 가 서로 배반 : A 밖에 B 가 없다. 그러니까 B 는 A 안에 있다.

A^C 와 B^C 가 서로 배반 : A 와 B 의 합집합이 전사건을 의미한다.

서로 독립인 두 사건에서의 합집합

$P(A) = a, P(B) = b$ 라고 하면

$P(A \cup B) = a + b - ab$ 로 계산을 많이 합니다.

확률은 기본적으로 분수로 표현합니다.

분수는 덧셈, 뺄셈보다 곱셈, 나눗셈이 계산하기 더 편리합니다.

우변을 다음과 같이 조작하면

$$a + b - ab = a + b - ab + 1 - 1$$

$$= 1 - (1 - a)(1 - b) = 1 - P(A^c) \times P(B^c) = 1 - P(A^c \cap B^c)$$

이는 수Ⅱ에서 배운 드모르간 법칙으로 정확히 설명됩니다.

이제부터 $a + \bar{a} = 1, b + \bar{b} = 1$ 라고 합시다.

편의를 위해 $\bar{p}$ 를 ' p 의 반전'이라고 하겠습니다.

식을 반전기호로 다시 나타내면

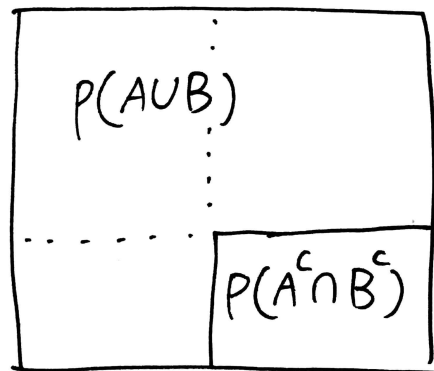
$$P(A \cup B) = 1 - (\bar{a} \times \bar{b}) = \overline{(\bar{a} \times \bar{b})}$$

이 됩니다. 반전을 취하는 것도 사실 1에서 빼는 행위지만

너무나 간단한 암산이기 때문에 빼기로 체감하지 않으면

더하기와 빼기로 결합된 식이 완벽하게 곱의 형태로 변환되었다고 할 수 있습니다.

벤다이어그램으로 시각적으로 확인하면 직관적으로 당연한 결과임을 알 수 있습니다.



모든 확률은 $p = \frac{p}{p+p}$ 라고 표현할 수 있습니다.

비율을 이용하여 암산을 할 때 사용하면 효율적입니다.

평가원은 단순 연산보다 문제 해석을 더 중요하게 생각합니다.

2017~2018 기출을 보면 특히

벤다이어그램을 그리지 않아도 식의 형태만 보고 암산을 하라고 준 문제가 많습니다.

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = \frac{5}{7}, P(A^C) = \frac{6}{7}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{25}{42}$ ③ $\frac{13}{21}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2012.09.가. 4번

독립

$$\overline{a}\overline{b} = \frac{2}{7}$$

$$\overline{b} = \frac{1}{3}$$

$$\overline{a} = \frac{6}{7}$$

$$\text{답: } b = \boxed{\frac{2}{3}}$$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

2012. 09. 나. 4번

① 독립 $a = \bar{a} = \frac{1}{2}$ $\bar{b} = \frac{2}{5}$
 $\bar{a}\bar{b} = \frac{1}{5}$

답: $ab = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \boxed{\frac{3}{10}}$

※ $a = \bar{a} = \frac{1}{2}$ 이므로
 $b + \bar{b} = 1$

$ab + \bar{a}\bar{b} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$

10. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A|B) = \frac{3}{8}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

2012. 대수능 나. 10번

독립
5점

$$\overline{a}\overline{b} = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{3}{8}$$

$$a = \frac{a}{a+\overline{a}} = \frac{3}{3+5}$$

$$\text{답: } a\overline{b} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \boxed{\frac{3}{10}}$$

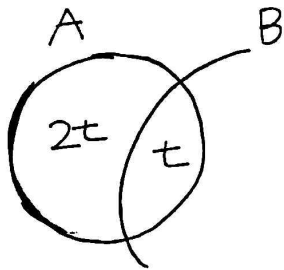
8. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, \quad P(B^C | A) = 2P(B | A)$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

2013. 대수능. 나. 8번



이고 $t = \frac{1}{8}$ 답: $3t = \boxed{\frac{3}{8}}$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}, \quad P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

2014. 예비시험. 나. 5번

독립

$$ab : \bar{a}b = a : \bar{a} = \frac{1}{4} : \frac{1}{6} = 3 : 2$$

$$\text{답: } a = \frac{a}{a + \bar{a}} = \frac{3}{3 + 2} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A^C) = \frac{3}{4}, \quad P(A \cup B^C) = \frac{3}{10}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{11}{15}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{13}{15}$ ⑤ $\frac{14}{15}$

2014. 예비시험. 가. 4번

독립

$$\bar{a} = \frac{3}{4}$$

$$\bar{a}b = \frac{7}{10}$$

$$\text{답: } b = \frac{7}{10} \times \frac{4}{3} = \boxed{\frac{14}{15}}$$

7. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ 일 때,
 $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{27}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{8}{27}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

2014. 대수능. 나. 7번

독립

$$a=b=\frac{1}{3}$$

$$\text{답: } a\bar{b} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

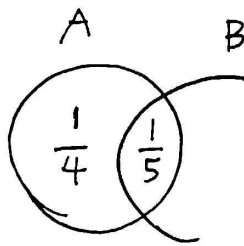
5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A^C \cup B^C) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{11}{20}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{13}{20}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

2014. 대수능. 가. 5번



답: $1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) = \frac{11}{20}$

7. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 4P(B) = 1$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{8}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{8}$

⑤ $\frac{3}{4}$

2015.09.4. 7번



$$a+b = 4b = 1$$

$$a=3b, b=\frac{1}{4}$$

답: $a = \boxed{\frac{3}{4}}$

9. 두 사건 A, B 에 대하여

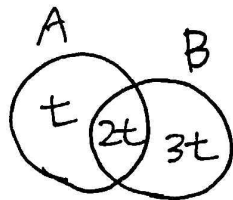
$$P(A \cap B) = \frac{2}{3}P(A) = \frac{2}{5}P(B)$$

일 때, $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$ 의 값은? (단, $P(A \cap B) \neq 0$ 이다.) [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

2015.09.7t.9번

$$\begin{aligned} P(A) : P(B) : P(A \cap B) \\ = 3 : 5 : 2 \end{aligned}$$



$$\text{답: } \frac{6t}{2t} = \boxed{3}$$

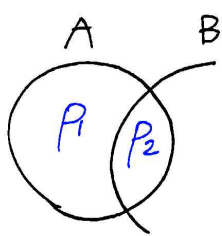
16. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

일 때, $P(B^C | A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

2015. 대수. 4. 16번



$$P_1 + P_2 = \frac{1}{3}$$
$$P_2 = \frac{1}{8}$$

$$\text{답: } \frac{P_1}{P_1 + P_2} = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{8}}{\frac{1}{3}} = \frac{8-3}{8} = \boxed{\frac{5}{8}}$$

8. 두 사건 A, B 에 대하여 A^C 과 B 는 서로 배반사건이고

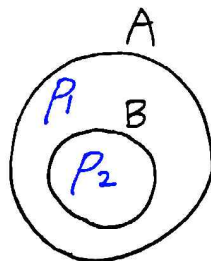
$$P(A) = 2P(B) = \frac{3}{5}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{7}{20}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{3}{20}$

2015.대수능.가.8번



$$P_1 + P_2 = 2P_2 = \frac{3}{5}$$

$$\text{답: } P_1 = P_2 = \boxed{\frac{3}{10}}$$

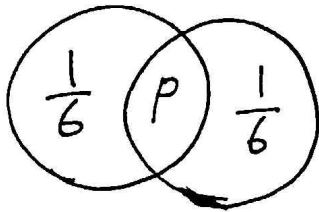
15. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B^c) = P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

2016.09.4. 15번



$$\frac{1}{6} \times 2 + P = \frac{2}{3}$$

답: $P = \boxed{\frac{1}{3}}$

9. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cap B^c) + P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

2016.09.가. 9번

① 독립 $a = \frac{1}{6}$

$$a\bar{b} + \bar{a}b = \frac{1}{3}$$

$$\frac{(1-b) + 5b}{6} = \frac{2}{6}$$

$$4b + 1 = 2$$

답: $b = \boxed{\frac{1}{4}}$

6. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B|A) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{15}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

2016.대수능.나.6번

$\frac{2}{5}$ 에 $\frac{5}{6}$ 를 곱하면?

$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A^C) = \frac{1}{4}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B|A^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

2016. 대수능. 가. 5번

독립) 답: $P(B|A^C) = P(B)$

$\frac{1}{2}$ 를 $\frac{1}{4}$ 의 반전으로 나누면?

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} =$$

$$\boxed{\frac{2}{3}}$$

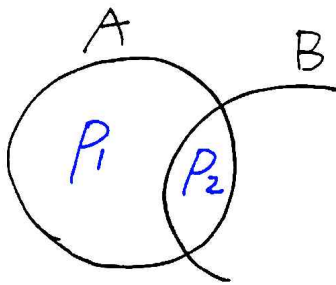
9. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{13}{16}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{6}{13}$ ③ $\frac{7}{13}$ ④ $\frac{8}{13}$ ⑤ $\frac{9}{13}$

2017.06.7t. 9번



$$P_1 + P_2 = \frac{13}{16}$$

$$P_1 = \frac{1}{4} = \frac{4}{16}$$

$$\text{답: } \frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{13 - 4}{13} = \boxed{\frac{9}{13}}$$

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{6}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

2017.09.가.4번

$\frac{1}{2}$ 에서 $\frac{1}{6}$ 을 빼면?

$$\boxed{\frac{1}{3}}$$

7. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) + P(B) = \frac{7}{9}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{7}{18}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{9}$

2017. 09. 나. 7번

$\frac{7}{9}$ 에서 $\frac{2}{9}$ 를 빼면?

$$\boxed{\frac{5}{9}}$$

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(B^C) = \frac{1}{3}, \quad P(A|B) = \frac{1}{2}$$

일 때, $P(A)P(B)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{6}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

2017. 대수능. 가. 4번

독립

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(A)P(B) = P(A \cap B)$$

$\frac{1}{3}$ 의 반전에 $\frac{1}{2}$ 을 곱하면?

$$\frac{1}{3}$$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{3}{16}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{7}{32}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{9}{32}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

2017. 대수능. 나. 4번

$\frac{1}{8}$ 에 $\frac{3}{16}$ 을 더하면?

$$\boxed{\frac{5}{16}}$$

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2018.06.7가. 4번
나. 5번

$\frac{2}{3}$ 에 무엇을 곱해야 $\frac{1}{9}$ 이 되는가?

$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} \frac{1}{9}$$
$$\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 3} \frac{1}{9}$$

$$\boxed{\frac{1}{6}}$$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

① $\frac{2}{5}$

② $\frac{7}{15}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{3}{5}$

⑤ $\frac{2}{3}$

2018. 09. 가. 4번

$\frac{2}{5}$ 를 $\frac{2}{3}$ 로 나누면?

분자 같으므로 분모 역수 비

$$\boxed{\frac{3}{5}}$$

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{5}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2018. 대수능. 가. 4번
나. 10번

독립

$$\left(\frac{2}{3}\right) \text{의 반전} \times \text{정답의 반전} = \left(\frac{5}{6}\right) \text{의 반전}$$

$$\frac{1}{3} \times \boxed{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}}$$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A^C \cup B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

12. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cap B^C)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

2019. 06. 가. 4번
나. 12번

$$P(A^C \cup B) = 1 - P(A \cap B^C) \text{ 이고}$$

$$P(A \cap B) + P(A \cap B^C) = P(A) \text{ 이므로}$$

정답: $\frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{4}$ 을 빼고 반전

$$\frac{12 - (8 - 3)}{12} = \boxed{\frac{7}{12}}$$

$\frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{4}$ 을 빼면? $\boxed{\frac{5}{12}}$

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cap B^C) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A^C \cup B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.)

[3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

2019.09.7t. 4번
나. 5번

$$\text{답: } P(A^C \cup B^C) = 1 - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \text{에서 } \frac{1}{5} \text{을 빼고 반전}$$

0.5 0.2

$$\boxed{\frac{7}{10}}$$

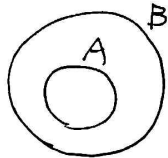
4. 두 사건 A, B 에 대하여 A 와 B^C 은 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^C \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

2019. 대수능 가. 4번
나. 8번



$$P(B) - P(A) = P(B - A)$$

무엇에서 $\frac{1}{3}$ 을 빼면 $\frac{1}{6}$ 이 되는가?

$$\boxed{\frac{1}{2}}$$