

수학 영역 (가형)

홀수형

성명		수험번호						—				
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형 ('가' 형/'나' 형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

나는 하늘 같은 바다 위를 연처럼 날아

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역 (가형)

가 형

성명

수험 번호

5지선다형

** 주의사항 **

- 아래 문항들은 [2020 펜 모의평가 - 4회]에 실제로 수록되어 있는 문항들입니다.
- 문항번호는 모의평가 내에서의 실제 문항번호가 아닙니다.
- 모의평가를 풀기 전 주요 문항들을 미리보기를 원치 않으시는 분들은 해당 문제들을 풀지 않으시는 것이 좋습니다.
- 오타 · 오류 및 기타 문의사항은 아래 이메일로 보내주세요. (판매페이지 댓글보다 훨씬 상세하게 답변해 드릴 수 있어요.)
E-mail : team_ns15@naver.com
- *답변 시 어느 정도 시간이 소요될 수 있습니다.

1. 어느 학원에서는 모의평가를 치를 때, 부정행위를 방지하기 위해 학생들을 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 둘러앉힌 후 인접한 사람들끼리는 서로 다른 종류의 시험지를 나눠준다고 한다. 4명의 학생을 둘러앉힌 후 3종류의 시험지 중 하나를 골라 한 장씩 나누어 주는 경우의 수는? (단, 회전하여 사람과 시험지의 종류가 모두 일치하는 경우는 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

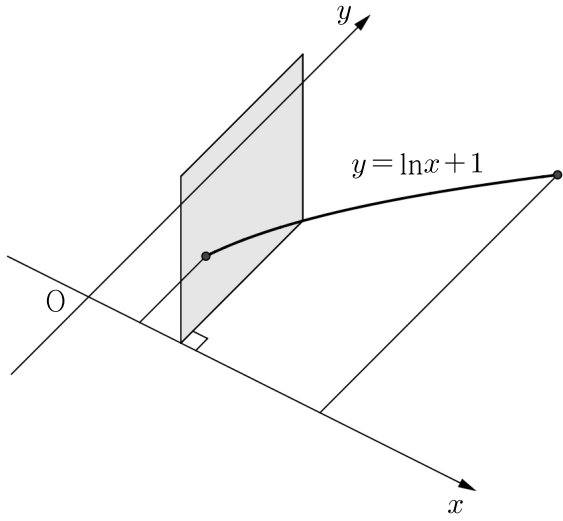
2. 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(21, 1), N(m, 4)$ 을 따를 때, 양수 a, b 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $P(18 \leq X \leq 20) = P(a \leq Y \leq b)$.
(나) $b - a = 4$

$a + b$ 의 최댓값이 56일 때, $a + b$ 의 최솟값은? [3점]

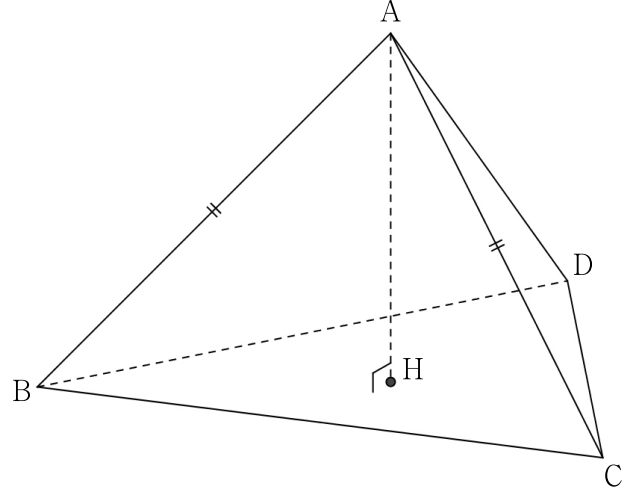
- ① 38 ② 40 ③ 42 ④ 44 ⑤ 46

3. 그림과 같이 곡선 $y = \ln x + 1$ ($1 \leq x \leq e$)와 x 축 및 두 직선 $x=1, x=e$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형 일 때, 이 입체도형의 부피는? [4점]



- ① $2e-2$ ② $2e-1$ ③ $2e$ ④ $3e-2$ ⑤ $3e-1$

4. 그림과 같이 삼각뿔 A-BCD에 대하여 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 16$ 인 이등변 삼각형이고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 S_1 , $\triangle BCD$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 2 : 1$ 이다. 점 A에서 평면 BCD에 내린 수선의 발 H가 $\triangle BCD$ 의 무게중심일 때, $(\overline{AD})^2$ 의 값은? [4점]



- ① 33 ② 35 ③ 37 ④ 39 ⑤ 41

5.평면 위의 서로 다른 세 점 A,B,C 에 대하여
 $|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|^2=|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AC}|^2$ 일 때, 동점 P 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}t\overrightarrow{AB}+(1-2t)\overrightarrow{AC} \quad (0\leq t\leq \frac{1}{2})$
(나) $|\overrightarrow{AP}|$ 가 최소일 때, $(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{CP})\cdot(\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{CP})=0$ 이다.

두 벡터 $\overrightarrow{CP}$ 와 $\overrightarrow{CB}$ 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos^2\theta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{34}$ ② $\frac{13}{17}$ ③ $\frac{27}{34}$ ④ $\frac{14}{17}$ ⑤ $\frac{29}{34}$

6. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가

$$g(x)=\begin{cases} x & (x\leq m) \\ f(x) & (x>m) \end{cases} \quad (\text{단, } m\text{는 실수})$$

이고 $g(x)$ 의 역함수를 $h(x)$ 라 할 때, 세 함수 $f(x),g(x),h(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) 함수 $f(x)$ 는 다항함수이다.
(나) $g'(x)>0$
(다) $x>m$ 인 x 에 대하여 $g(x)h'(g(x))=\frac{1}{4}g'(x)$ 이다.

m 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

7. 다음 조건을 만족시키는 정수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

(가) $|x| + |y| + |z| = 8$
(나) $xyz \geq 0$

- ① 158 ② 162 ③ 166 ④ 170 ⑤ 174

8. 좌표공간에서 두 점 $A(-1, 3, 2), B(2, 1, -4)$ 에 대하여 세 점 P_1, P_2, P_3 가 다음 조건을 만족한다.

(가) 3 이하의 자연수 n 에 대하여 삼각형 ABP_n 은
정삼각형이다.
(나) 삼각형 $P_1P_2P_3$ 은 정삼각형이다.

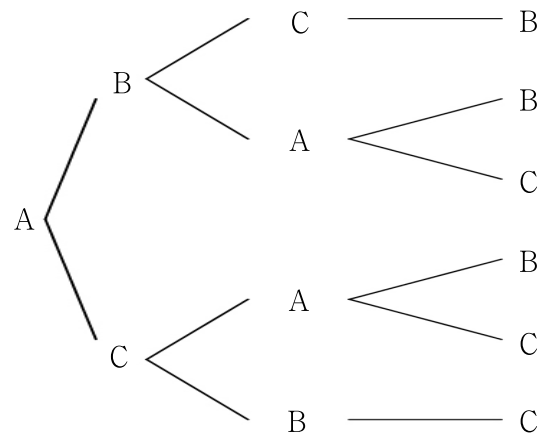
삼각형 $P_1P_2P_3$ 의 둘레의 길이를 l 이라 할 때, $10l$ 의 값을 구하시오. [4점]

1. 답 : ④

출제의도 : 원순열의 수를 구할 수 있다.

풀이 :

4명을 원형으로 나열하는 경우의 수는 원순열이므로 $(4-1)! = 3! = 6$
이 때, 시험지의 종류를 각각 A, B, C라 하고 한 사람을 기준삼아 제일 처음으로 그 사람에게 A 시험지를 주었다고 가정했을 때, 인접한 사람이 받을 수 있는 시험지의 종류를 시계방향으로 순서대로 차례대로 적어보면 다음과 같습니다. (처음 시험지를 받은 사람과 마지막에 시험지를 받은 사람이 인접해 있으므로 마지막에 받은 사람은 A 시험지를 받을 수 없습니다.)



따라서 위와 같이 총 6개의 경우가 있고, 처음 나누어준 시험지의 종류가 B나 C일 때 역시 마찬가지이므로 $6 \times 3 = 18$
결과적으로, 구하고자하는 경우의 수는 $6 \times 18 = 108$ 입니다.

2. 답 : ②

출제의도 : 표준정규분포곡선의 특징을 이해한다.

풀이 :

확률변수 X 가 정규분포 $N(21, 1)$ 을 따르므로 조건 (가)에서

$$P(18 \leq X \leq 20) = P\left(\frac{18-21}{1} \leq Z \leq \frac{20-21}{1}\right) = P(-3 \leq Z \leq -1)$$

또, 확률변수 Y 가 정규분포 $N(m, 4)$ 을 따르므로

$$P(a \leq Y \leq b) = P\left(\frac{a-m}{2} \leq Z \leq \frac{b-m}{2}\right)$$

이때, 조건 (나)에서 $b-a=4$ 이므로 $b=a+4$ 를 대입하면

$$P(a \leq Y \leq b) = P\left(\frac{a-m}{2} \leq Z \leq \frac{(a+4)-m}{2}\right) = P\left(\frac{a-m}{2} \leq Z \leq \frac{a-m}{2} + 2\right)$$

이때, 표준정규분포곡선은 직선 $x=0$ 에 대하여 대칭이므로 $P(18 \leq X \leq 20) = P(-3 \leq Z \leq -1) = P(1 \leq Z \leq 3)$ 이 성립하고 조건 (가)에서 $P(18 \leq X \leq 20) = P(a \leq Y \leq b)$ 이므로 $P(a \leq Y \leq b) = P\left(\frac{a-m}{2} \leq Z \leq \frac{a-m}{2} + 2\right)$ 에서 $\frac{a-m}{2} = -3$ 또는 $\frac{a-m}{2} = 1$ 입니다. 따라서 $a+b$ 의 최댓값은 $a=m+2$, $b=(m+2)+4$ 일 때 $a+b=2m+8$ 이고 이 값이 56이므로 $m=24$ 입니다.
결과적으로, $a+b$ 의 최솟값은 $a=m-2-4$, $b=m-2$ 이므로 $a+b=2m-8=40$ 입니다.

3. 답 : ②

출제의도 : 정적분을 활용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있다.

풀이 :

입체도형을 x 좌표가 t ($1 \leq t \leq e$)인 점을 지나고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면은 한 변의 길이가 $\ln t + 1$ 인 정사각형이므로 단면의 넓이를 $S(t)$ 라 하면

$$S(t) = (\ln t + 1)^2 = (\ln t)^2 + 2\ln t + 1$$

따라서 구하는 입체도형의 부피를 V 라 하면

$$V = \int_1^e \{(\ln t)^2 + 2\ln t + 1\} dt$$

이때, $\int_1^e \{(\ln t)^2\} dt$ 에서 $u' = 1, v = (\ln t)^2$ 라 하면

$$u = t, v' = \frac{2\ln t}{t} \text{ 이므로 부분적분에 의하여}$$

$$\int_1^e \{(\ln t)^2\} dt = [t(\ln t)^2]_1^e - \int_1^e 2\ln t dt$$

$$= e - \int_1^e 2\ln t dt$$

따라서 V 의 값을 계산하면

$$\begin{aligned} V &= \int_1^e \{(\ln t)^2 + 2\ln t + 1\} dt \\ &= \int_1^e \{(\ln t)^2\} dt + \int_1^e 2\ln t dt + \int_1^e dt \\ &= e - \int_1^e 2\ln t dt + \int_1^e 2\ln t dt + \int_1^e dt \\ &= e + \int_1^e dt \\ &= e + [x]_1^e = 2e - 1 \end{aligned}$$

4. 답 : ④

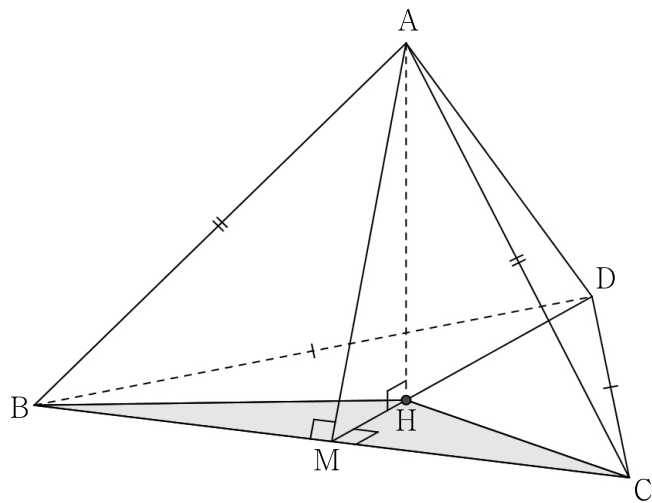
출제의도 : 정사영을 이용하여 두 평면이 이루는 각을 구할 수 있다.

풀이 :

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 할 때, 점 M은 두 점 B, C의 중점입니다.

또, $\overline{AH}$ 가 평면 BCD와 수직이고, $\overline{AM}$ 이 $\overline{BC}$ 와 수직이므로 삼수선의 정리에 의하여 $\overline{BC}$ 와 $\overline{MH}$ 도 수직입니다.

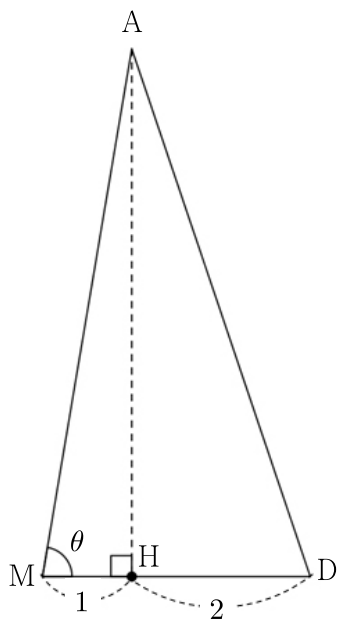
또, 점 H가 삼각형 BCD의 무게중심이므로 점 H는 점 M과 점 D를 1:2로 내분하는 점입니다. 따라서 삼각형 BHC(무슨 치킨집 이름 같네요.)는 삼각형 BCD의 넓이의 $\frac{1}{3}$ 인 $\frac{S_2}{3}$ 입니다.



이제 평면 ABC와 평면 BCD가 이루는 각을 구해봅시다. ‘두 평면이 이루는 각의 정의’에 의하여 평면 ABC와 평면 BCD가 이루는 각은 $\angle AMH$ 이며, $\angle AMH = \theta$ 라 할 때,

$S_1 : S_2 = 2 : 1$ 이므로 $S_1 = 2S_2$ 이고 따라서

$$\cos \theta = \frac{\left(\frac{S_2}{3}\right)}{S_1} = \frac{\left(\frac{S_2}{3}\right)}{(2S_2)} = \frac{1}{6}$$



또,

$$\overline{AM} = \sqrt{(\overline{AB})^2 - (\overline{BM})^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

$$\overline{MH} = \overline{AM} \cos \theta = 6 \times \frac{1}{6} = 1$$

$$\overline{AH} = \sqrt{(\overline{AM})^2 - (\overline{MH})^2} = \sqrt{6^2 - 1^2} = \sqrt{35}$$

$$\overline{HD} = 2\overline{MH} = 2$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(\overline{AH})^2 + (\overline{HD})^2} = \sqrt{35 + 4} = \sqrt{39}$$

따라서 $(\overline{AD})^2 = 39$ 입니다.

5. 답 : ①

출제의도 : 벡터의 내적을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

풀이 :

문제의 본문에서 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2$ 이고 좌변을 전개하면 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + 2(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) + |\overrightarrow{AC}|^2$ 이므로 $|\overrightarrow{AB}|^2 + 2(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) + |\overrightarrow{AC}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2$ 을 만족해야 합니다. 따라서 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ 이고 두 벡터 $\overrightarrow{AB}$ 와 $\overrightarrow{AC}$ 는 서로 수직입니다.

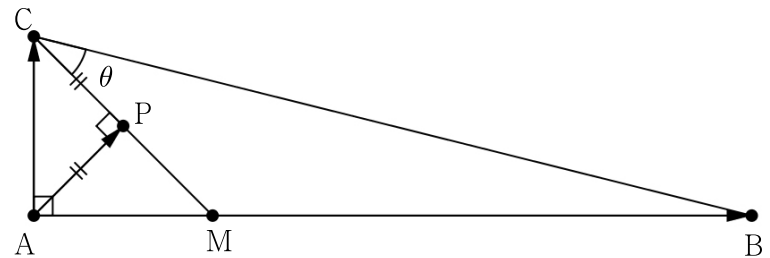
또, 조건 (가)에서

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}t\overrightarrow{AB} + (1-2t)\overrightarrow{AC} \quad (0 \leq t \leq \frac{1}{2}) \text{이고}$$

$0 \leq t \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq 2t \leq 1$ 이므로 다음과 같이 식을 변형할 수 있습니다.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} &= \frac{1}{2}t\overrightarrow{AB} + (1-2t)\overrightarrow{AC} \\ &= 2t\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\right) + (1-2t)\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

따라서 $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ 이라 하면 그림과 같이 점 P는 선분 CM위를 움직이는 점입니다.



이때, 조건 (나)에서 $|\overrightarrow{AP}|$ 가 최소일 때,

$(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) \cdot (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{CP}) = 0$ 입니다. 즉, $|\overrightarrow{AP}|$ 가 최소일 때는 점 P가 점 A로부터 선분 CM에 내린 수선의 발일 때이고, 이때,

$(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) \cdot (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{CP}) = 0$ 이므로

$$(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP}) \cdot (\overrightarrow{AP} - \overrightarrow{CP}) = 0 \Leftrightarrow |\overrightarrow{AP}|^2 - |\overrightarrow{CP}|^2 = 0$$

$$\therefore |\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{CP}|$$

따라서 P가 점 A로부터 선분 CM에 내린 수선의 발일 때,
삼각형 APC는 $\angle APC = \frac{\pi}{2}$ $|\overrightarrow{AP}| = |\overrightarrow{CP}|$ 인 직각
이등변삼각형이고, 삼각형 APC와 삼각형 CAM이 닮음이므로
삼각형 CAM역시 $\angle CAM = \frac{\pi}{2}$ 이고 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AM}|$ 인 직각
이등변삼각형입니다.

따라서 $\angle ACM = \frac{\pi}{4}$ 이고 $\angle ACB = \alpha$ 라 하면
 $\cos \theta = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 입니다. 또, $\overline{AB} = 4\overline{AM} = 4\overline{AC}$ 이므로

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}, \sin \alpha = \frac{4}{\sqrt{17}}$$

따라서

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha \cos \frac{\pi}{4} + \sin \alpha \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{17}} + \frac{4}{\sqrt{17}}\right) \\ &= \frac{5\sqrt{34}}{34} \end{aligned}$$

$$\therefore \cos^2 \theta = \frac{25}{34}$$

6. 답 : ③

출제의도 : 역함수가 존재할 조건을 이해하고, 원함수와 역함수의
도함수와의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

풀이 :

조건 (다)에서 $x > m$ 인 x 에 대하여 $g(x)$ 는 $f(x)$ 이고 따라서

$$g(x)h'(g(x)) = \frac{1}{4}g'(x) \text{는}$$

$$f(x)h'(f(x)) = \frac{1}{4}f'(x) \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

이때, 역함수의 미분법에 의해 $h'(f(x)) = \frac{1}{f'(x)}$ 이므로 ㉠에

대입하면

$$f(x) \times \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{4}f'(x) \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

이때, 조건 (나)에서 $f(0) \neq 0, g'(x) > 0$ 이므로 $f'(x) > 0$ 이고

㉡의 양변에 $f'(x)$ 를 곱하면

$$f(x) = \frac{1}{4}\{f'(x)\}^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

이때, 조건 (가)에 의하여 함수 $f(x)$ 는 다항함수이므로 $f(x)$ 의
최고차항의 차수를 n 이라 할 때, ㉢의 좌변의 최고차항의 차수는
 n 이고, $f'(x)$ 의 최고차항의 차수는 $n-1$ 이므로 우변의

최고차항의 차수는 $2(n-1)$ 입니다. 좌변과 우변의 최고차항의
차수가 같아야 하므로

$$n = 2(n-1) \quad \therefore n = 2$$

따라서 함수 $f(x)$ 는 이차함수이고 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 할 때,

㉢에 대입하면

$$ax^2 + bx + c = \frac{1}{4}\{2ax + b\}^2$$

$$\Leftrightarrow ax^2 + bx + c = a^2x^2 + abx + \frac{1}{4}b^2$$

$a \neq 0$ 이고 좌변과 우변의 최고차항의 계수 또한 같아야 하므로

$$a = a^2 \quad \therefore a = 1$$

대입하면

$$f(x) = x^2 + bx + \frac{b^2}{4}$$

따라서

$$f(x) = x^2 + bx + \frac{b^2}{4} = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉣}$$

이때, 함수 $g(x) = \begin{cases} x & (x \leq m) \\ f(x) & (x > m) \end{cases}$ 가 실수 전체에서

미분가능하므로 $x = m$ 에서의 함숫값이 존재하고 $x = m$ 에서의
미분값이 존재해야 합니다. 따라서

$$m = f(m), 1 = f'(m)$$

㉣에 대입하여 정리하면

$$\left(m + \frac{b}{2}\right)^2 = m \quad \cdots \cdots \textcircled{㉤}, \quad 2\left(m + \frac{b}{2}\right) = 1$$

즉, $m + \frac{b}{2} = \frac{1}{2}$ 이므로 ㉤에 대입하면 $m = \frac{1}{4}$ 이고 $b = \frac{1}{2}$ 입니다.

7. 답 : ⑤

출제의도 : 중복조합을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.

(※ 2020학년도 EBS 연계문항)

풀이 :

조건 (나)에서 크게 다음과 같이 나눌 수 있습니다.

I) $xyz > 0$ 일 때 :

$|x| + |y| + |z| = 8$ 이고 $|x|, |y|, |z|$ 는 각각 1이상의 정수이므로

$|x| = x_1 + 1, |y| = y_1 + 1, |z| = z_1 + 1$ (단, x_1, y_1, z_1 는 음이 아닌

정수)로 놓으면

$$(x_1 + 1) + (y_1 + 1) + (z_1 + 1) = 8$$

즉,

$$x_1 + y_1 + z_1 = 5$$

따라서 $x_1 + y_1 + z_1 = 5$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, y_1, z_1 의

순서쌍 (x_1, y_1, z_1) 의 개수는 ${}_3H_5 = {}_7C_5 = 21$ 개입니다.

이때, 하나의 순서쌍 (x_1, y_1, z_1) 에 대하여 다음과 같이

$$\begin{aligned} &\{x > 0, y > 0, z > 0\} \\ &\{x > 0, y < 0, z < 0\} \\ &\{x < 0, y > 0, z < 0\} \\ &\{x < 0, y < 0, z > 0\} \end{aligned}$$

네 가지 경우에서 $|x| + |y| + |z| = 8$ 가 성립하므로

$${}_3H_5 \times 4 = 84 \text{입니다.}$$

II) $xyz = 0$ 일 때 :

$|x| + |y| + |z| = 8$ 을 만족하면서 $xyz = 0$ 인 경우는 크게 x, y, z 중 하나만 0인 경우와 x, y, z 중 2개가 0인 경우로 나눌 수 있습니다.

i) x, y, z 중 하나가 0일 때 :

우선 x, y, z 중 x 만 0이면, $|y| + |z| = 8$ 이고

$$|y| = y_2 + 1, |z| = z_2 + 1 \text{ (단, } y_2, z_2 \text{ 는 음이 아닌 정수)로 놓으면}$$

$$(y_2 + 1) + (z_2 + 1) = 8$$

즉,

$$y_2 + z_2 = 6$$

따라서 $y_2 + z_2 = 6$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_2, y_2, z_2 의 순서쌍 $(0, y_2, z_2)$ 의 개수는 ${}_2H_6 = {}_7C_6 = 7$ 개입니다.

이때, 하나의 순서쌍 $(0, y_1, z_1)$ 에 대하여 다음과 같이

$$|y| = \pm(y_2 + 1), |z| = \pm(z_2 + 1) \text{ 일 때, 방정식 } |y| + |z| = 8 \text{가}$$

성립하므로 순서쌍 $(0, y, z)$ 의 개수는

$${}_7C_6 \times 2^2 = 28$$

마찬가지로, x, y, z 중 y 만 0일 때와, z 만 0일 때도 동일하므로

$${}_7C_6 \times 2^2 \times 3 = 28 \times 3 = 84$$

ii) x, y, z 중 두 개가 0일 때 :

x, y, z 중 0이 아닌 하나를 고르는 경우의 수는 3가지 이고,

x, y, z 중 2개가 0이라면 0이 아닌 하나가 8 또는 -8이어야

$$\text{하므로}$$

$$3 \times 2 = 6$$

따라서 조건 (가), (나)를 모두 만족하는 (x, y, z) 의 개수는

$$84 + 84 + 6 = 174 \text{입니다.}$$

8. 답 : 315

출제의도 : 좌표공간에서 도형의 길이를 구할 수 있다.

풀이 :

두 점 $A(-1, 3, 2), B(2, 1, -4)$ 사이의 거리는

$\sqrt{3^2 + 2^2 + 6^2} = 7$ 이고 조건 (가)에 의하여 3 이하의 자연수 n 에 대하여 삼각형 ABP_n 이 정삼각형이므로 세 삼각형

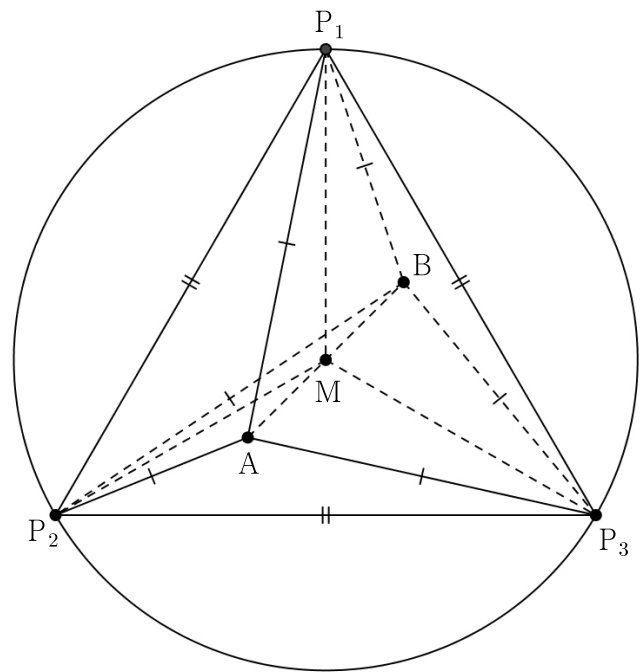
ABP_1, ABP_2, ABP_3 모두 정삼각형입니다. 이때,

$\overline{AP_n} = \overline{BP_n} = \overline{AB} = 7$ 이므로 세 점 P_1, P_2, P_3 은 모두 중심이

A이고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$ 인 구와 중심이 B이고 반지름의

길이가 $\overline{AB}$ 인 구가 만나는 교선 위에 존재합니다.

이때, 두 구가 만나서 생기는 교선은 두 점 A, B의 중점을 M이라 할 때, 점 M을 중심으로 하고 반지름의 길이가 MP_n 인 원입니다.



따라서 점 M은 정삼각형 $P_1P_2P_3$ 의 중심이고

$$\overline{MP_n} = \overline{AM} \tan \frac{\pi}{3} = \frac{7}{2} \times \sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$\overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3P_1} = \frac{7\sqrt{3}}{2} \times \cos \frac{\pi}{6} \times 2 = \frac{21}{2}$$

따라서 삼각형 $P_1P_2P_3$ 의 둘레길이 l 은

$$l = 3 \times \frac{21}{2} = \frac{63}{2} \text{ 이고 } 10l = 315 \text{입니다.}$$