

2019년 수학 모의고사 mixed by MPP

수학 영역

1

17년 06월 17번 가형

1. 서로 다른 2개의 주사위를 동시에 던져 나온 눈의 수가 같으면 한 개의 동전을 4번 던지고, 나온 눈의 수가 다르면 한 개의 동전을 2번 던진다. 이 시행에서 동전의 앞면이 나온 횟수와 뒷면이 나온 횟수가 같을 때, 동전을 4번 던졌을 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{23}$ ② $\frac{5}{23}$ ③ $\frac{7}{23}$ ④ $\frac{9}{23}$ ⑤ $\frac{11}{23}$

16년 11월 21번 가형

2. 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x) dx = 2, \quad \int_0^1 |f(x)| dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

일 때, $\int_0^1 f(x)F(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $4 - \sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $5 - \sqrt{2}$
 ④ $1 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{2}$

수학 영역

2

18년 03월 30번 가형

3. 함수

$$f(x) = \begin{cases} e^x & (0 \leq x < 1) \\ e^{2-x} & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

에 대하여 열린 구간 (0, 2)에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x |f(x) - f(t)| dt$$

의 극댓값과 극솟값의 차는 $ae + b\sqrt{e^2}$ 이다. $(ab)^2$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

18년 09월 17번 가형

4.

어느 고등학교 학생들의 1개월 자율학습실 이용 시간은 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 25명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x}_1 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $80 - a \leq m \leq 80 + a$ 이었다. 또 이 고등학교 학생 n 명을 임의추출하여 1개월 자율학습실 이용 시간을 조사한 표본평균이 \bar{x}_2 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 다음과 같다.

$$\frac{15}{16}\bar{x}_1 - \frac{5}{7}a \leq m \leq \frac{15}{16}\bar{x}_1 + \frac{5}{7}a$$

$n + \bar{x}_2$ 의 값은? (단, 이용 시간의 단위는 시간이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 121 ② 124 ③ 127 ④ 130 ⑤ 133

수학 영역

3

18년 07월 30번 가형

5. $ab < 0$ 인 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 $f(x) = (ax + b)e^{-\frac{x}{2}}$ 이고 함수 $g(x)$ 는 $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 이다. 실수 $k (k > 0)$ 에 대하여 부등식

$$g(x) - k \geq xf(x)$$

를 만족시키는 양의 실수 x 가 존재할 때, 이 x 의 값 중 최솟값을 $h(k)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 와 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극댓값 α 를 갖고 $h(\alpha) = 2$ 이다.
- (나) $h(k)$ 의 값이 존재하는 k 의 최댓값은 $8e^{-2}$ 이다.

$100(a^2 + b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

16년 09월 17번 가형

6. 1부터 n 까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 n 장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 서로 다른 4장의 카드를 선택할 때 선택한 카드 4장에 적힌 수 중 가장 큰 수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, $n \geq 4$)

자연수 $k (4 \leq k \leq n)$ 에 대하여 확률변수 X 의 값이 k 일 확률은 1부터 $k-1$ 까지의 자연수가 적혀 있는 카드 중에서 서로 다른 3장의 카드와 k 가 적혀 있는 카드를 선택하는 경우의 수를 전체 경우의 수로 나누는 것이므로

$$P(X=k) = \frac{\text{(가)}}{{}_n C_4}$$

이다. 자연수 $r (1 \leq r \leq k)$ 에 대하여

$${}_k C_r = \frac{k}{r} \times {}_{k-1} C_{r-1}$$

이므로

$$k \times \text{(가)} = 4 \times \text{(나)}$$

이다. 그러므로

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=4}^n \{k \times P(X=k)\} \\ &= \frac{1}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n (k \times \text{(가)}) \\ &= \frac{4}{{}_n C_4} \sum_{k=4}^n \text{(나)} \end{aligned}$$

이다.

$$\sum_{k=4}^n \text{(나)} = {}_{n+1} C_5$$

이므로

$$E(X) = (n+1) \times \text{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a \times f(6) \times g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

수학 영역

17년 10월 30번 가형

7.

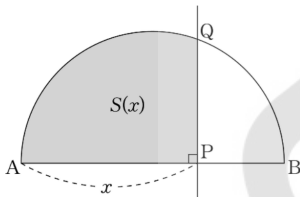
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB 위의 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 선분 AB를 지름으로 하는 반원과 만나는 점을 Q라 하자.

$\overline{AP} = x$ 라 할 때, $S(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.
 $0 < x < 2$ 일 때 $S(x)$ 는 두 선분 AP, PQ와 호 AQ로 둘러싸인 도형의 넓이이고, $x = 2$ 일 때 $S(x)$ 는 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 넓이이다.

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \{S(1 + \sin \theta) - S(1 + \cos \theta)\} d\theta = p + q\pi^2$$

일 때, $\frac{30p}{q}$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.)

[4점]



16년 06월 30번 가형

8.

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 상수 a ($0 < a < 2\pi$)와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) = f(-x)$

(나) $\int_x^{x+a} f(t) dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

달린 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여

$f(x) = b \cos(3x) + c \cos(5x)$ 일 때 $abc = -\frac{q}{p}\pi$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

수학 영역

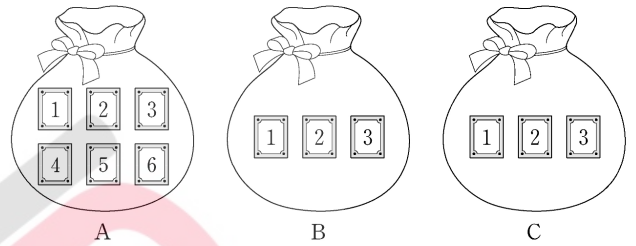
5

16년 09월 28번 가형

9. 어느 고등학교에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 50%의 학생이 대중교통을 이용하여 등교하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 전체 학생 중에서 대중교통을 이용하여 등교하는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b - a = 0.14$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [4점]

17년 09월 28번 가형

10. 그림과 같이 주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있고 주머니 B와 C에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드가 각각 들어 있다. 같은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서, 병은 주머니 C에서 각자 임의로 1장의 카드를 꺼낸다. 이 시행에서 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 클 때, 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을과 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합보다 클 확률이 k 이다. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]



Math Power Plant
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>

수학 영역

6

19년 06월 30번 가형

11. 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \sin^3 x + b \sin x$ 가

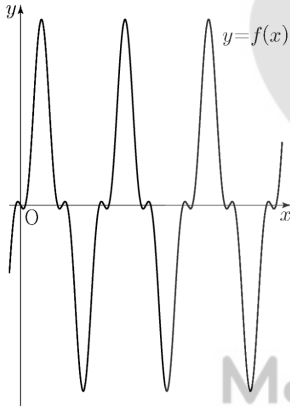
$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수 t ($1 < t < 14$)에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 x 좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n 번째 수를 x_n 이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f'(x_n)} dt$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{101} c_n = p + q\sqrt{2}$ 일 때, $q - p$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



17년 11월 19번 가형

12. 무게가 1인 추 6개, 무게가 2인 추 3개와 비어 있는 주머니 1개가 있다. 주사위 한 개를 사용하여 다음의 시행을 한다. (단, 무게의 단위는 g 이다.)

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 2 이하이면 무게가 1인 추 1개를 주머니에 넣고, 눈의 수가 3 이상이면 무게가 2인 추 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 반복하여 주머니에 들어 있는 추의 총무게가 처음으로 6보다 크거나 같을 때, 주머니에 들어 있는 추의 개수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 X 의 확률질량함수 $P(X=x)$ ($x=3, 4, 5, 6$)을 구하는 과정이다.

(i) $X=3$ 인 사건은 주머니에 무게가 2인 추 3개가 들어 있는 경우이므로
 $P(X=3) = \square$ (가)

(ii) $X=4$ 인 사건은 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 네 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 세 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=4) = \square$$
 (나) $+ {}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^2$

(iii) $X=5$ 인 사건은 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 4이고 다섯 번째 시행에서 무게가 2인 추를 넣는 경우와 네 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우로 나눌 수 있다. 그러므로

$$P(X=5) = {}_4C_4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^0 \times \frac{2}{3} + \square$$
 (다)

(iv) $X=6$ 인 사건은 다섯 번째 시행까지 넣은 추의 총무게가 5인 경우이므로

$$P(X=6) = \left(\frac{1}{3}\right)^5$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $\frac{ab}{c}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{10}{9}$ ④ $\frac{13}{9}$ ⑤ $\frac{16}{9}$

수학 영역

18년 07월 18번 가형

13. 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, 꺼낸 순서대로 1부터 7까지의 번호를 부여한다. 4개의 흰 공에 부여된 번호 중 두 번째로 작은 번호를 확률변수 X 라 할 때, 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

공에 번호를 부여하는 모든 경우의 수를 N 이라 하면 N 은 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $N = \boxed{\text{가}}$ 이고, 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5이다.

(i) $X=2$ 일 때,

번호 2가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개,
 번호 2가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 3개를
 나열하는 경우의 수는 $1 \times \frac{5!}{2! \times 3!}$ 이므로

$$P(X=2) = \frac{10}{N}$$

(ii) $X=3$ 일 때,

번호 3이 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 1개,
 번호 3이 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 2개를
 나열하는 경우의 수는 $2! \times \frac{4!}{2! \times 2!}$ 이므로

$$P(X=3) = \frac{12}{N}$$

(iii) $X=4$ 일 때,

번호 4가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 2개,
 번호 4가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 1개를
 나열하는 경우의 수는 $\boxed{\text{나}}$ 이므로

$$P(X=4) = \frac{\boxed{\text{나}}}{N}$$

(iv) $X=5$ 일 때,

확률질량함수의 성질에 의하여
 $P(X=5) = 1 - \{P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\}$

따라서 $E(X) = \sum_{k=2}^5 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{다}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+5c$ 의 값은? [4점]

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

17년 09월 26번 가형

14. 어느 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게는 평균이 m 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산하는 초콜릿 중에서 임의추출한, 크기가 49인 표본을 조사하였더니 초콜릿 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 회사에서 생산하는 초콜릿 한 개의 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1.73 \leq m \leq 1.87$ 이다. $\frac{\sigma}{x} = k$ 일 때, $180k$ 의 값을 구하시오. (단, 무게의 단위는 g 이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [4점]

수학 영역

8

18년 04월 29번 가형

15.

집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에서 집합 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 로의 함수 중에서

$$f(1) + f(2) + f(3) - f(4) = 3m \quad (m \text{은 정수})$$

를 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

16년 10월 30번 가형

16.

1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때 i 번째 ($i=1, 2, \dots, 9$) 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 a_i 라 하자. $1 < p < q < 9$ 인 두 자연수 p, q 에 대하여 a_i 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \leq i < p$ 이면 $a_i < a_{i+1}$ 이다.

(나) $p \leq i < q$ 이면 $a_i > a_{i+1}$ 이다.

(다) $q \leq i < 9$ 이면 $a_i < a_{i+1}$ 이다.

$a_1 = 2, a_p = 8$ 인 모든 경우의 수를 구하시오. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

수학 영역

16년 11월 17번 가형

17. 좌표평면 위의 한 점 (x, y) 에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.
 점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

16년 04월 15번 가형

18. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있는 상자에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 반복할 때, 짝수가 적혀 있는 공을 모두 꺼내면 시행을 멈춘다. 5번째까지 시행을 한 후 시행을 멈출 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

- ① $\frac{6}{35}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{8}{35}$
 ④ $\frac{9}{35}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우의 수를 N 이라 하자. 확률변수 X 가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k 라 하면 $k = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 가장 큰 값은 $k+3$ 이다.

$$P(X=k) = \frac{1}{N} \times \frac{4!}{3!} = \frac{4}{N}$$

$$P(X=k+1) = \frac{1}{N} \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{30}{N}$$

$$P(X=k+2) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X=k+3) = \frac{1}{N} \times \frac{7!}{3!4!} = \frac{35}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+3} P(X=i) = 1$$

이므로 $N = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+3} \{i \times P(X=i)\} = \frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 190 ② 193 ③ 196 ④ 199 ⑤ 202

수학 영역

10

18년 10월 30번 가형

17년 07월 18번 가형

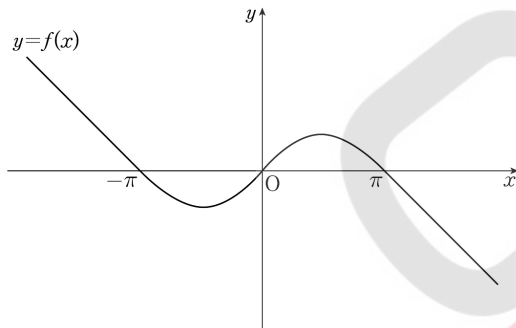
19. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x - \pi & (x < -\pi) \\ \sin x & (-\pi \leq x \leq \pi) \\ -x + \pi & (x > \pi) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 부등식 $f(x) \leq f(t)$ 를 만족시키는 실수 x 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자. 예를 들어, $g(\pi) = -\pi$ 이다. 함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 불연속일 때,

$$\int_{-\pi}^{\alpha} g(t) dt = -\frac{7}{4}\pi^2 + p\pi + q$$

이다. $100 \times |p+q|$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]



20.

1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수를 차례로 x_1, x_2, x_3 이라 하고, 이 세 수 x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값과 최솟값의 차를 확률변수 X 라 하자. 예를 들어 $P(X=1) = \frac{5}{36}$ 이다. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정의 일부이다.

세 수 x_1, x_2, x_3 을 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 과 같이 나타내자. 세 수 x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값을 p , 최솟값을 q 라 하고 $p - q = k$ 라 하자.

(1) $k=0$ 일 때

순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는 $(가)$ 이고,

$$P(X=0) = \frac{1}{6^3} \times (가)$$

(2) $k \neq 0$ 일 때

i) $k=1$ 을 만족시키는 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는

$$5 \times \left(\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} \right)$$

이다.

ii) $k=2$ 를 만족시키는 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는

$$4 \times \left(\frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + 3! \right)$$

이다.

∴

그러므로 $1 \leq k \leq 5$ 일 때, 순서쌍 (x_1, x_2, x_3) 의 개수는

$$(6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + ((나)) \times 3! \right\}$$

이고

$$P(X=k) = \frac{1}{6^3} \times (6-k) \times \left\{ \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{2!} + ((나)) \times 3! \right\}$$

(1), (2)에 의하여 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{k=0}^5 \{k \times P(X=k)\} = \frac{1}{6^2} \sum_{k=1}^5 ((다)) = \frac{35}{12}$$

위의 (가)에 알맞은 수를 a 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $\frac{f(5) \times g(3)}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

수학 영역

11

16년 07월 26번 가형

21. 상자에는 딸기 맛 사탕 6 개와 포도 맛 사탕 9 개가 들어 있다. 두 사람 A 와 B 가 이 순서대로 이 상자에서 임의로 1 개의 사탕을 각각 1 번 꺼낼 때, A 가 꺼낸 사탕이 딸기 맛 사탕이고, B 가 꺼낸 사탕이 포도 맛 사탕일 확률을 p 라 하자. $70p$ 의 값을 구하시오. (단, 꺼낸 사탕은 상자에 다시 넣지 않는다.) [4점]

16년 10월 12번 가형

22. 다음은 어느 회사의 직원 중 임의로 선택한 100 명의 출근 소요 시간을 조사한 표이다.

소요 시간	인원수(명)
30분 미만	4
30분 이상 60분 미만	16
60분 이상 90분 미만	50
90분 이상 120분 미만	30
합계	100

이 결과를 이용하여 얻은 이 회사의 전체 직원 중 출근 소요 시간이 60분 이상 120분 미만인 직원의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 일 때, $5000(b-a)$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 392 ② 784 ③ 1176 ④ 1568 ⑤ 1960

수학 영역

12

23. 구간 $[0, 1]$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt \quad (0 \leq x \leq 1)$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $F(x) = f(x) - x$

(나) $\int_0^1 F(x)dx = e - \frac{5}{2}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $F(1) = e$

ㄴ. $\int_0^1 xF(x)dx = \frac{1}{6}$

ㄷ. $\int_0^1 \{F(x)\}^2 dx = \frac{1}{2}e^2 - 2e + \frac{11}{6}$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - t| & (|x - t| \leq 1) \\ 0 & (|x - t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수 k 에 대하여 함수

$$g(t) = \int_k^{k+8} f(x) \cos(\pi x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t = \alpha$ 에서 극소이고 $g(\alpha) < 0$ 인 모든 α 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$

(m 은 자연수)라 할 때, $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 45$ 이다.

$k - \pi^2 \sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오. [4점]

수학 영역

13

- 25.** 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m 분, 표준편차가 σ 분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 16 명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 75 분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. 이 지역 주민 중 16 명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균이 77 분일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$ 이다. $d-b=3.86$ 을 만족시키는 σ 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [4점]

Math Power Plant
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>