17번

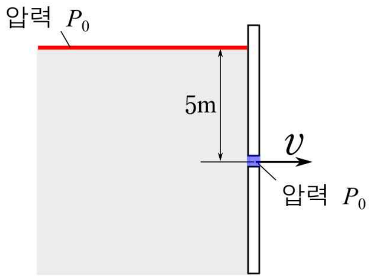
출제 의도(예상)

베르누이 법칙을 사용할 수 있는가?

+자격루의 작동원리를 간접적으로 체험할 수 있는가?

우선 200kg의 무게의 물의 부피를 V라 하면, 물의 밀도와 부피의 곱이 200kg이어야 한다.

$200\text{kg} = 1000\text{kg/m}^3 \times V$, $V = 0.2\text{m}^3$이다.



한편 $1\text{m} = 100\text{cm}$이고, $1\text{m}^3 = (10^2)^3\text{cm}^3$이므로, $V = 2 \times 10^5\text{cm}^3$이다.

물의 대기와 접촉해 있는 부분은 대기압이다.

수면에서(빨간색)와

구멍에서(파란색)에서 베르누이 법칙이 성립하므로

(구멍에서 유체의 속력을 v라 하자.)

$P_0 + \rho gh = P_0 + \frac{1}{2}\rho v^2$, $v = \sqrt{2gh} = 10\text{m/s} = 10^3\text{cm/s}$이다.

여기에 구멍의 면적을 곱하면 단위 시간동안 나오는 물의 양을 계산할 수 있다. 그 값은

$10^3\text{cm/s} \times 1\text{cm}^2 = 10^3\text{cm}^3/\text{s}$

즉, 1초 동안 물은 10^3cm^3의 물이 나온다. 총 나와야 하는 물의 양이 $V = 2 \times 10^5\text{cm}^3$이므로 걸리는 시간 ($t$)는

$t \times 10^3\text{cm}^3/\text{s} = 2 \times 10^5\text{cm}^3$, $t = 200$초이므로, 3분 20초의 시간이 걸린다.

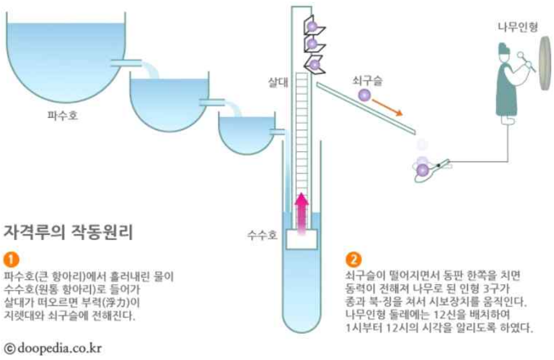
〔자격루〕

자격루는 교학사, 천재교육 교과서에 소개된 바 있다.

1434년 세종대왕의 명에 의해 장영실이 만든 물시계인 자격루가 이의 원리와 같다. 큰 그릇→작은 그릇으로 물이 이동 한다.

일정한 시간 간격으로 시간을 재려면 작은 그릇에서 수수호(원통 항아리)로 물이 들어가는 속력이 일정하게 유지되어야 한다. 작은 그릇이 밖으로 넘치도록 큰 그릇(파수호)에서 물을 부어주면, 구멍과 수면의 높이차가 일정하게 유지가 되면서, 구멍으로부터 나오는 물의 속력을 일정하게 유지시킬 수 있다.

이에 일정한 시간 간격에 따라 나무 인형이 시간을 알리게 된다. 수능 공부 하느랴 지칠지 모르겠지만, 이 문제를 통해 조선시대의 과학기술의 막강함을 체험해보자.



〔그림 출처: 네이버, 교학사 교과서〕

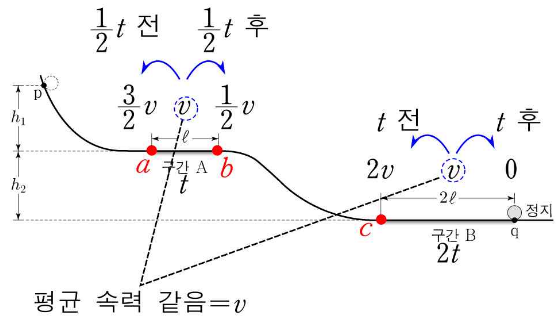
18번

출제 의도(예상)

평균 속력을 통해 각 구간에 도달하여 이동하는 속력을 파악할 수 있는가?

구간 A, B의 이동 시간이 각각 1 : 2이고, 이동 거리도 $l : 2L = 1 : 2$이므로, 두 구간을 이동하는 동안 평균 속력은 동일할 것이다. (평균 속력의 정의에 따라 총 이동거리에 총 이동시간을 나누어 주면 평균 속력이다.)

A, B의 이동 시간을 각각 t초, $2t$초라 하자.



그 평균 속력을 v라 하자.

평균 속력은 '중간 시점에서의 속력이다.'

그리고 구간 A, B에서 물체의 가속도의 크기는 동일하다. (알짜힘이 동일하므로 같다.)

그림의 표기된 점 a, b, c에 대해

① B구간의 이동 시간이 t이므로

A에서 평균 속력이 되는 시점 t의 시간 전에는 c에 있었고, t의 시간 후에는 q에 있었다.

q에서의 속력이 0이므로

<u>물체의 가속도는 A와 B의 구간에서 t의 시간동안 v의 속력만큼 변한다는 것을 알 수 있다.</u>

따라서 c에서의 속력은 $v + v = 2v$이다.

② A구간의 이동 시간이 t이므로

A에서 평균 속력이 되는 시점 $\frac{1}{2}t$의 시간 전에는 a에 있었고, $\frac{1}{2}t$의 시간 후에는 b에 있었다.

<u>평균 속력이 되는 시점을 기점으로 시간이 $\frac{1}{2}t$의 시간동안 $\frac{1}{2}v$의 속력만큼 변할 것이다.</u>

a에서 속력은 $v + \frac{1}{2}v = \frac{3}{2}v$, b에서 속력은 $v - \frac{1}{2}v = \frac{1}{2}v$이다.

h_1는 p와 a에서의 속력의 제곱 차 $\left(\frac{3}{2}v\right)^2 - 0 = \frac{9}{4}v^2$

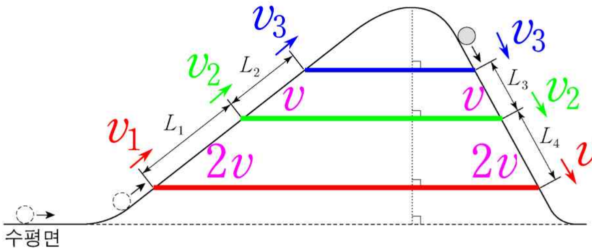
h_2는 b와 c에서의 속력의 제곱 차 $(2v)^2 - \left(\frac{1}{2}v\right)^2 = \frac{15}{4}v^2$ 에 비례하므로, $\frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{5}$이다.

19번

출제 의도(예상)

퍼텐셜이 같을 때 속력이 같다는 점을 이용하고, 평균 속력이 동일하다는 점을 이용할 수 있는가?

전체 역학적 에너지가 보존되므로, 높이가 같다면 운동 에너지가 서로 같아서 속력이 서로 같을 것이다.



각 부분에서 '등가속도 직선 운동'을 하기 때문에,

L_2와 L_3를 이동할 때 평균 속력이 $\dfrac{v_2+v_3}{2}$로 같고

L_1와 L_4를 이동할 때 평균 속력이 $\dfrac{v_1+v_2}{2}$로 같다.

한편, $L_2=L_4$이고, 이동 시간 비가 $t_0:\dfrac{t_0}{2}$이므로, 평균 속력의 비가 $1:2$임을 알 수 있다. ($v:2v$라 하겠다.)

또한

L_1와 L_2를 통과할 때 이동 시간이 같고,

L_3와 L_4를 통과할 때 이동 시간 또한 같아야 한다.

(직선 운동을 하고, 동일한 높이를 내려올 때 속도 변화비도 일정해야 한다.)

따라서

L_3를 이동하는데 걸리는 시간은 $\dfrac{t_0}{2}$, 평균 속력이 v이므로, $L_3=\dfrac{1}{2}vt_0$이다.

L_1를 이동하는데 걸리는 시간은 t_0, 평균 속력이 $2v$이므로 $L_1=2vt_0$ 이다.

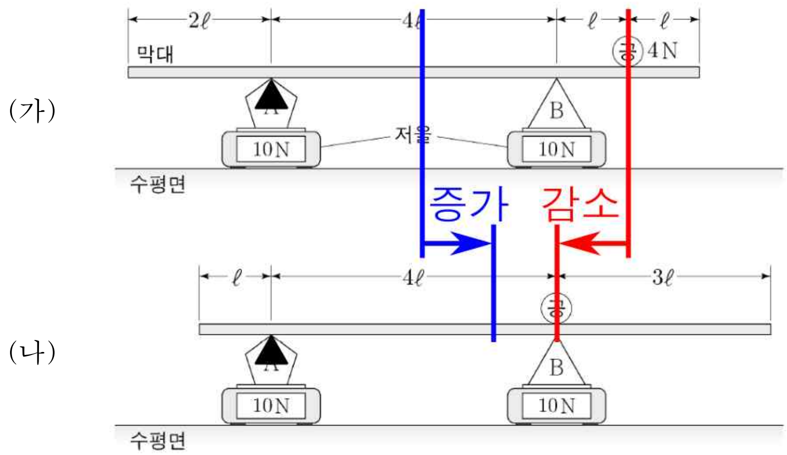
따라서 $\dfrac{L_1}{L_3}=4$이다.

20번

출제 의도(예상)

돌림힘 변화와 질량 분배를 적절하게 사용할 수 있는가?

위의 그림과 아래 그림을 각각 (가), (나)라 하겠다.



막대에서 보면, (가)→(나) 과정에서 A를 기준으로 B에 의한 돌림힘은 일정한데,

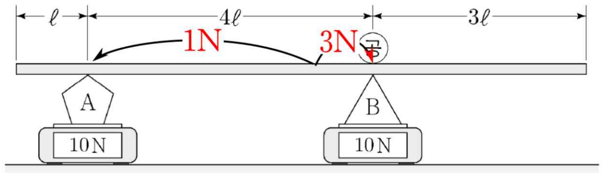
공에 의한 반시계 방향 돌림힘은 $4\mathrm{N}\times l$만큼 감소하고

막대의 무게(w)에 의한 시계 방향 돌림힘은 $w\times l$만큼 증가한다.

평형을 이루므로, 증가한 돌림힘과 감소한 돌림힘이 서로 같아야 돌림힘의 합이 0을 유지할 수 있다.

즉, 공과 막대의 무게에 의한 돌림힘은 같아야 한다. 따라서

$$4\mathrm{N}\times l = w\times l,\ w = 4\mathrm{N}\text{이다.}$$



(나)에서 막대의 질량 중심과 A까지의 거리는 $3l$, B까지의 거리는 l이므로 막대의 무게(4N)를 1:3의 비율로 나누어서 분배된다.

공은 B에만 가해주기 때문에 공에 의해 막대가 A를 눌러주는 힘은 분배되지 않는다.

따라서 막대가 A를 눌러주는 힘은 $\frac{1}{4}\times 4\mathrm{N} = 1\mathrm{N}$

A의 무게를 w_A라 하면, w_A와 막대가 A를 눌러주는 힘의 합은 저울이 A를 밀어주는 10N과 같아야 하므로

$w_A + 1\mathrm{N} = 10\mathrm{N}$, $w_A = 9\mathrm{N}$이다.