2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제 및 정답

- 매교시 종료 후 탑재됩니다.(중증시각장애 수험생 시험시간 기준)
- 모든 문제 및 정답은 PDF파일로 되어 있습니다.(단, 듣기 파일은 MP3파일)
- 탑재된 파일은 수험생에게 제공된 문제지와 다르게 보일 수도 있습니다.

KICE

제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. ${}_9\mathrm{C}_7$의 값은? [2점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

2. 함수 $f(x)=7+3\ln x$에 대하여 $f'(3)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}+e^{3x}-2}{2x}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{3}{4},\ \mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

5. $\int_0^{\ln 3} e^{x+3}dx$ 의 값은? [3점]

① $\frac{e^3}{2}$ ② e^3 ③ $\frac{3}{2}e^3$ ④ $2e^3$ ⑤ $\frac{5}{2}e^3$

6. 곡선 $x^2+xy+y^3=7$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

$2x+y+x\cdot y'+3y^2\cdot y'=0$

7. 같은 종류의 비어 있는 상자 3개가 있다. 같은 종류의 장난감 12개를 남김없이 이 3개의 상자에 빈 상자가 없도록 나누어 넣으려고 한다. 각 상자에 넣은 장난감의 개수가 모두 다르게 되도록 나누어 넣는 경우의 수는? [3점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

$P(12, 3) - 5$

1 2 9
3 8
4 7
5 6
2 3 7
4 6
3 4 5

8. 포물선 $y^2-4y-ax+4=0$의 초점의 좌표가 $(3,\ b)$일 때, $a+b$의 값은? (단, $a,\ b$는 양수이다.) [3점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$(y-2)^2 = ax$

9. 함수 $f(x)=\dfrac{2^x}{\ln 2}$과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(2)$의 값은? [3점]

(가) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{g(2+4h)-g(2)}{h}=8$

(나) 함수 $(f\circ g)(x)$의 $x=2$에서의 미분계수는 10이다.

① 1 ② $\log_2 3$ ③ 2 ④ $\log_2 5$ ⑤ $\log_2 6$

$g'(2) = 2$

$f'(g(2))\cdot g'(2) = 10$

$2^{g(2)} = 5$

10. $\displaystyle\int_1^e x^3\ln x\,dx$의 값은? [3점]

① $\dfrac{3e^4}{16}$ ② $\dfrac{3e^4+1}{16}$ ③ $\dfrac{3e^4+2}{16}$ ④ $\dfrac{3e^4+3}{16}$ ⑤ $\dfrac{3e^4+4}{16}$

미 적

$\ln x$ x^3

$\frac{1}{x}$ $\frac{1}{4}x^4$

$\left[\frac{1}{4}x^4\ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{4}x^3\,dx$

$= \frac{1}{4}e^4 - \frac{1}{16}(e^4-1)$

11. 함수 $f(x)=xe^x$에 대하여 곡선 $y=f(x)$의 변곡점의 좌표가 (a, b)일 때, 두 수 a, b의 곱 ab의 값은? [3점]

① $4e^2$ ② e ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{4}{e^2}$ ⑤ $\frac{9}{e^3}$

$f''(x) = (x+2)e^x$

$\left(-2, -\frac{2}{e^2}\right)$

12. 함수 $f(x)=\sin(x+\alpha)+2\cos(x+\alpha)$에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$일 때, $\tan\alpha$의 값은? (단, α는 상수이다.) [3점]

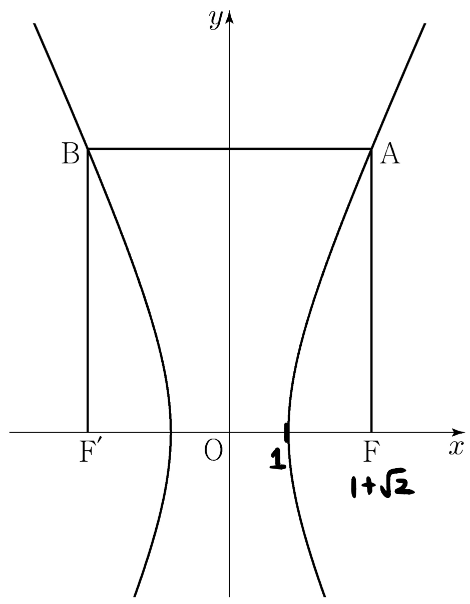
① $-\frac{5}{6}$ ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{6}$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) - 2\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = 0$

$\tan\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right) = \frac{1}{2}$

$\frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{2}$

13. 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)$ $(c>0)$이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선이 있다. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 A, 점 F′을 지나고 x축에 수직인 직선이 쌍곡선과 제2사분면에서 만나는 점을 B라 하자. 사각형 ABF′F가 정사각형일 때, 정사각형 ABF′F의 대각선의 길이는? [3점]



① $3+2\sqrt{2}$ ② $5+\sqrt{2}$ ③ $4+2\sqrt{2}$
④ $6+\sqrt{2}$ ⑤ $5+2\sqrt{2}$

$$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{a}=1$$

$$F(\sqrt{1+a}, 0)$$

$$1+a-\frac{4(1+a)}{a}=1$$

$$a+a^2-4-4a=a$$

$$a=2+2\sqrt{2}$$

14. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 할 때, $a>b$이고 $a>c$일 확률은? [4점]

① $\frac{13}{54}$ ② $\frac{55}{216}$ ③ $\frac{29}{108}$ ④ $\frac{61}{216}$ ⑤ $\frac{8}{27}$

$$\frac{1^2+2^2+3^2+4^2+5^2}{216}=\frac{55}{216}$$

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 위치 (x, y)가

$$x=2\sqrt{t+1}\ ,\ y=t-\ln(t+1)$$

이다. 점 P의 속력의 최솟값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{3}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x' = \frac{1}{\sqrt{t+1}}$ $y' = 1 - \frac{1}{t+1}$

$\sqrt{\frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{t+1} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}}$

$= \sqrt{\left(\frac{1}{t+1} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}}$

16. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)\cos x}{e^x}$$

라 하자. $g'(\pi)=e^{\pi}g(\pi)$일 때, $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)}$의 값은? (단, $f(\pi)\neq 0$)

$= -f(\pi)$

[4점]

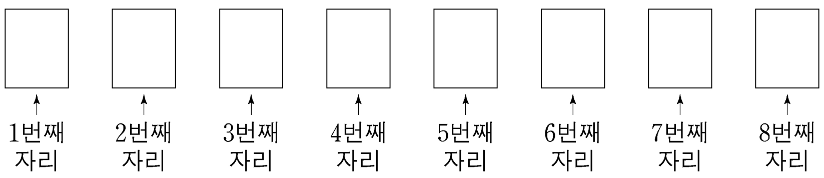
① $e^{-2\pi}$ ② 1 ③ $e^{-\pi}+1$
④ $e^{\pi}+1$ ⑤ $e^{2\pi}$

$e^x(g(x) + g'(x)) = -f(x)\sin x + f'(x)\cos x$

$e^{\pi} g(\pi) + e^{\pi} g'(\pi) = -f'(\pi)$

$(e^{\pi}+1)(-f(\pi)) = -f'(\pi)$

17. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n\,(1 \le m < n \le 8)$에 대하여 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하는 과정이다.

> A_k는 k번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_k) =$ (가) $\frac{k}{8}$
>
> 이다.
>
> $A_m \cap A_n\,(m<n)$은 m번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m번째와 n번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) =$ (나) $\frac{m}{8} \times \frac{n-1}{7}$
>
> 이다.
>
> 한편, 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이기 위해서는
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)$ $\quad \frac{m}{8} \times \frac{n-1}{7} = \frac{m}{8} \times \frac{n}{8}$
>
> 을 만족시켜야 한다.
>
> 따라서 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는 (다) 이다. $n=8$, $m=1 \sim 7$

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $m=3,\ n=5$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $p \times q \times r$의 값은? [4점]

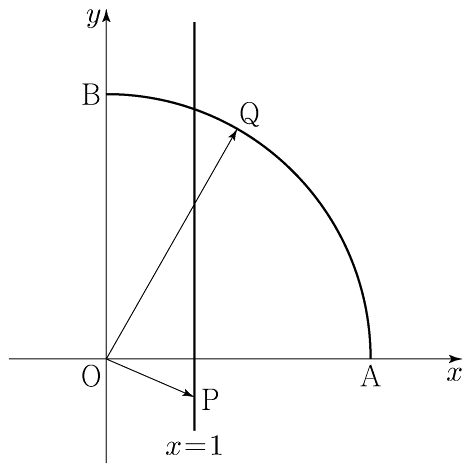
$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{3}{14}$ $\quad 7$

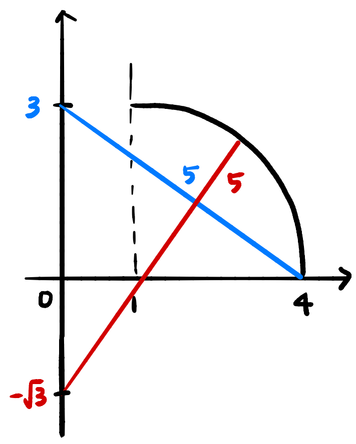
① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

18. 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(3, 0)$, $\mathrm{B}(0, 3)$과 직선 $x=1$ 위의 점 $\mathrm{P}(1, a)$가 있다. 점 Q가 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB의 호 AB 위를 움직일 때 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OQ}}|$의 최댓값을 $f(a)$라 하자. $f(a)=5$가 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 곱은? (단, O는 원점이다.) [4점]

정점

① $-5\sqrt{3}$ ② $-4\sqrt{3}$ ③ $-3\sqrt{3}$ ④ $-2\sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{3}$





19. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3, x_4)의 개수는? [4점]

(가) $n=1, 2, 3$일 때, $x_{n+1}-x_n \geq 2$이다.
(나) $x_4 \leq 12$

① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

$12 \geq x_4 \geq x_3+2 \geq x_2+4 \geq x_1+6 \geq 6$

${}_7H_4 = {}_{10}C_4 \quad \frac{10 \cdot \cancel{9}^{3} \cdot \cancel{8} \cdot 7}{\cancel{24}}$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)>0$
(나) $\ln f(x)+2\int_0^x (x-t)f(t)\,dt=0$ → $f(0)=1$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x>0$에서 함수 $f(x)$는 감소한다.
ㄴ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이다.
ㄷ. 함수 $F(x)$를 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$라 할 때, $F(0)=0$
$f(1)+\{F(1)\}^2=1$이다. $F'(1)+F(1)^2$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$\frac{f'(x)}{f(x)} + 2\int_0^x f(t)\,dt = 0$ → $f'(0)=0$

$f'(x) = -2f(x)\int_0^x f(t)\,dt$

$x>0$: $f(x)>0$, $\int_0^x f(t)\,dt > 0$ $\therefore f'(x)<0$

$x<0$: $f(x)>0$, $\int_0^x f(t)\,dt < 0$ $\therefore f'(x)>0$

$F'(x) = f(x)$

$F''(x) = -2F'(x)F(x)$

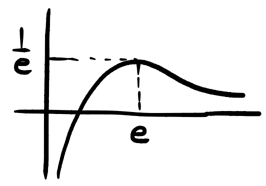
$F'(x) = -F(x)^2 + C$

$F'(0) = -F(0)^2 + C$, $C=1$.

21. 함수 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ 와 양의 실수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $a\times g'(a)$ 의 값은? [4점]

① $-\dfrac{\sqrt{e}}{3}$　② $-\dfrac{\sqrt{e}}{4}$　③ $-\dfrac{\sqrt{e}}{5}$　④ $-\dfrac{\sqrt{e}}{6}$　⑤ $-\dfrac{\sqrt{e}}{7}$

$f'(x) = \dfrac{1-\ln x}{x^2}$



$t = f'(g(t))$ → $g \leftrightarrow f'$ 역함수 관계

접점 : $\left(k, \dfrac{\ln k}{k}\right)$　↘ $g\left(\dfrac{1-\ln x}{x^2}\right) = x$

$a = \dfrac{\ln k}{k^2} = \dfrac{1-\ln k}{k^2}$　$\ln k = \dfrac{1}{2}$. $k=\sqrt{e}$. $a = \dfrac{1}{2e}$

$g'\left(\dfrac{1}{2e}\right)$?

$g'\left(\dfrac{1-\ln x}{x^2}\right) \cdot \dfrac{-x-2x(1-\ln x)}{x^4} = 1$

$x=\sqrt{e}$ 일때 $f'(x) = \dfrac{1}{2e}$

$\therefore g'\left(\dfrac{1}{2e}\right) = \dfrac{x^4}{-3x+2x\ln x} = \dfrac{e^2}{-2\sqrt{e}}$

단답형

22. 벡터 $\vec{a}=(2,1)$ 에 대하여 벡터 $10\vec{a}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

30

23. $\cos\theta=\dfrac{1}{7}$ 일 때, $\csc\theta\times\tan\theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

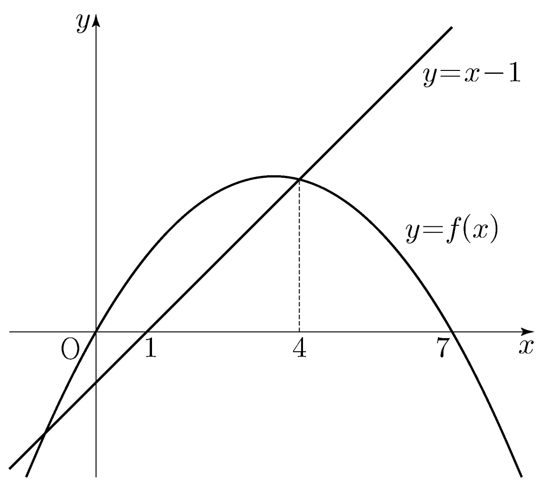
7

24. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-1$이 그림과 같을 때, 부등식

$$\log_3 f(x)+\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\le 0$$

$f(x)>0$
$x>1$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. (단, $f(0)=f(7)=0$, $f(4)=3$) [3점]



$\log_3 \frac{f(x)}{x-1} \le 0$

$\frac{f(x)}{x-1} \le 1$, $f(x) \le x-1$

$4+5+6 = 15$

25. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수를 구하시오. [3점]

(가) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 4이다.
(나) $f(a)=a$인 X의 원소 a의 개수는 3이다.

$1 \longrightarrow 1$
$2 \longrightarrow 2$
$3 \longrightarrow 3$
4 4
5 5

${}_5C_3 \times {}_2C_1 \times {}_3C_1$

$= 60$

26. 좌표평면에서 $|\overrightarrow{OP}|=10$을 만족시키는 점 P가 나타내는 도형 위의 점 A(a, b)에서의 접선을 l, 원점을 지나고 방향벡터가 $(1, 1)$인 직선을 m이라 하고, 두 직선 l, m이 이루는 예각의 크기를 θ라 하자. $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{10}$일 때, 두 수 a, b의 곱 ab의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, $a>b>0$이다.) [4점]

$a^2+b^2=100$

l의 $\vec{n} = (a, b)$
m의 $\vec{n} = (1, -1)$

$\frac{a-b}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$, $a-b=2$

$a=8$
$b=6$

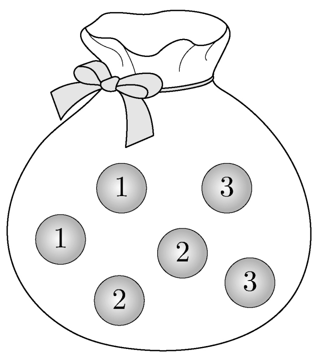
48

27. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3 이 하나씩 적혀 있는 6 개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6 번 반복할 때, $k\,(1 \le k \le 6)$번째 꺼낸 공에 적힌 수를 a_k라 하자. 두 자연수 m, n을

$$m = a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3 ,$$

$$n = a_4 \times 100 + a_5 \times 10 + a_6$$

이라 할 때, $m > n$일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



i) $a_1 > a_4$

$\frac{2}{5}$

$\frac{7}{15}$

ii) $a_1 = a_4$, $a_2 > a_5$

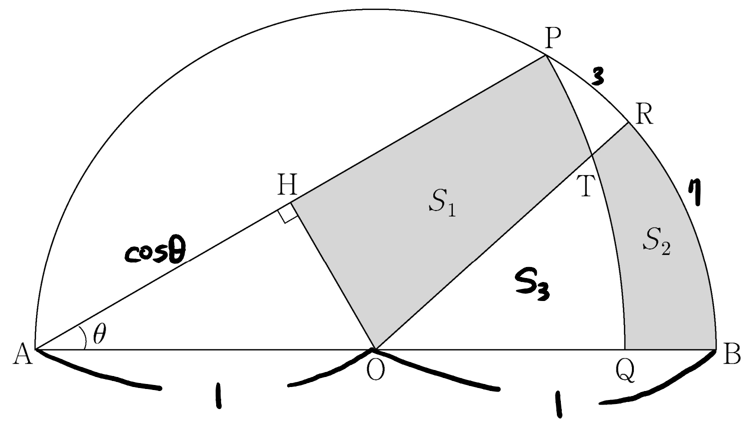
22

$\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}$

iii) $a_1 = a_4$, $a_2 = a_5$, $a_3 > a_6$ (없음)

28. 그림과 같이 길이가 2 인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P 가 있다. 중심이 A 이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AP}}$ 인 원과 선분 AB 의 교점을 Q 라 하자.
호 PB 위에 점 R 를 호 PR 와 호 RB 의 길이의 비가 3 : 7 이 되도록 잡는다. 선분 AB 의 중점을 O 라 할 때, 선분 OR 와 호 PQ 의 교점을 T, 점 O 에서 선분 AP 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.
세 선분 PH, HO, OT 와 호 TP 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 두 선분 RT, QB 와 두 호 TQ, BR 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $\angle \mathrm{PAB} = \theta$라 할 때,

$\lim\limits_{\theta \to 0+} \dfrac{S_1 - S_2}{\overline{\mathrm{OH}}} = a$이다. $50a$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



$S_1 + S_3 = \frac{1}{2}(2\cos\theta)^2\theta - \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta$

$S_2 + S_3 = \frac{1}{2}\cdot 1^2 \cdot 2\theta \times \frac{7}{10}$

$\overline{\mathrm{OH}} = \sin\theta$

$$\lim_{\theta \to 0+} \frac{2\theta\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin\theta\cos\theta - \frac{7}{10}\theta}{\sin\theta} = 2 - \frac{1}{2} - \frac{7}{10} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

40

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}a + \frac{\sqrt{2}}{2}b = 3\sqrt{2}$ $\quad a+2b=12$

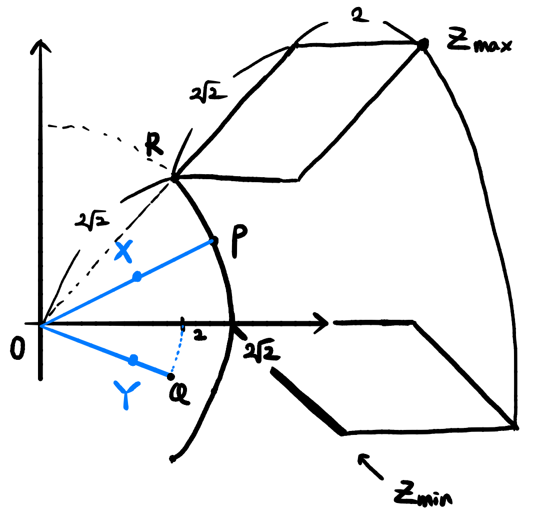
$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{8}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b = 5\sqrt{3}$ $\quad 3a+4b=40$

$a=16,\ b=-2$

29. 좌표평면에서 곡선 $C: y=\sqrt{8-x^2}\ (2 \le x \le 2\sqrt{2})$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{OQ}}=2$, $\angle\mathrm{POQ}=\frac{\pi}{4}$를 만족시키고 직선 OP의 아랫부분에 있는 점을 Q라 하자.
점 P가 곡선 C 위를 움직일 때, 선분 OP 위를 움직이는 점 X와 선분 OQ 위를 움직이는 점 Y에 대하여

$$\overrightarrow{\mathrm{OZ}} = \overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OX}}+\overrightarrow{\mathrm{OY}}$$

를 만족시키는 점 Z가 나타내는 영역을 D라 하자.
영역 D에 속하는 점 중에서 y축과의 거리가 최소인 점을 R라 할 때, 영역 D에 속하는 점 Z에 대하여
$\overrightarrow{\mathrm{OR}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OZ}}$의 최댓값과 최솟값의 합이 $a+b\sqrt{2}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, a와 b는 유리수이다.) [4점]



$M = 2\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} = 20$

$m = 2\sqrt{2} \times 2 = 4\sqrt{2}$

$M+m = 20+4\sqrt{2}$

24

30. 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin^3 x+b\sin x$가

$= 16\sin^3 x - 2\sin x$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2},\ f\left(\frac{\pi}{3}\right)=5\sqrt{3}$$

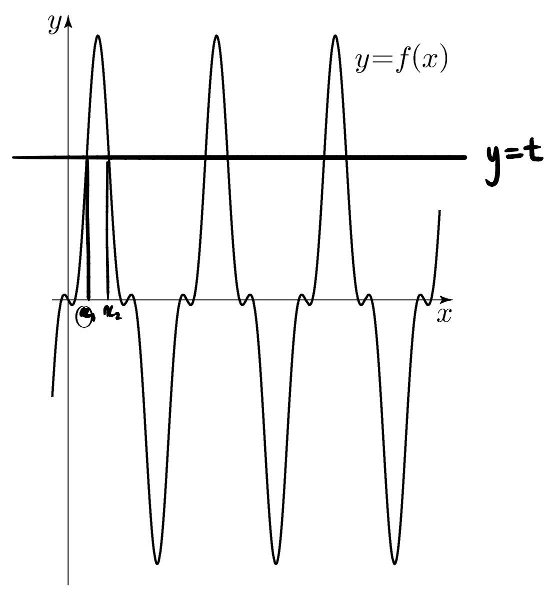
을 만족시킨다. 실수 $t\ (1<t<14)$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 x좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 x_n이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f'(x_n)}\,dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} f(x_n)\,dx_n$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{101} c_n = p+q\sqrt{2}$일 때, $q-p$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

$t = f(x_n)$

$dt = f'(x_n)\cdot dx_n$



$$2\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (8\sin^2 x-1)\sin x\,dx$$

$$= 2\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (7-8\cos^2 x)\sin x\,dx$$

$$= 2\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{1}{2}} (8t^2-7)\,dt = 2\left[\frac{8}{3}t^3-7t\right]_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= 2\left(\frac{\cancel{8}}{3}\cdot\frac{1-2\sqrt{2}}{\cancel{8}} - 7\cdot\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= \frac{2}{3} - \frac{4\sqrt{2}}{3} - 7 + 7\sqrt{2}$$

$$7 - \frac{4}{3} - \frac{2}{3} + 7 = 12$$

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가

수학 영역 정답표

(가형)과목

문항 번호	정 답	배 점	문항 번호	정 답	배 점	문항 번호	정 답	배 점	문항 번호	정 답	배 점
1	③	2	9	④	3	17	④	4	25	60	3
2	①	2	10	②	3	18	③	4	26	48	4
3	⑤	2	11	④	3	19	①	4	27	22	4
4	①	3	12	④	3	20	⑤	4	28	40	4
5	④	3	13	③	3	21	②	4	29	24	4
6	⑤	3	14	②	4	22	30	3	30	12	4
7	③	3	15	⑤	4	23	7	3			
8	②	3	16	④	4	24	15	3			

제 2 교시

수학 영역(나 형)

5지선다형

1. $5^0 \times 25^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{9n^2+4n+1}}{2n+5}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

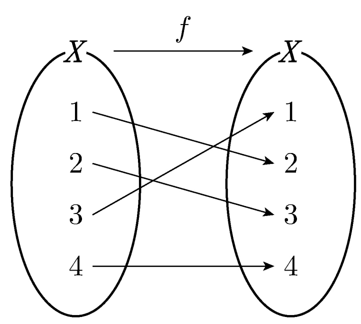
3. 두 집합

$$A = \{2,\ a\},\quad B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$$

에 대하여 $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ 일 때, 실수 a 의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 그림은 함수 $f : X \to X$ 를 나타낸 것이다.



$f(1) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 실수 x에 대한 두 조건 p, q가 다음과 같다.

$p: |x-4| = 2$,

$q: x \geq a$

p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 a의 최댓값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

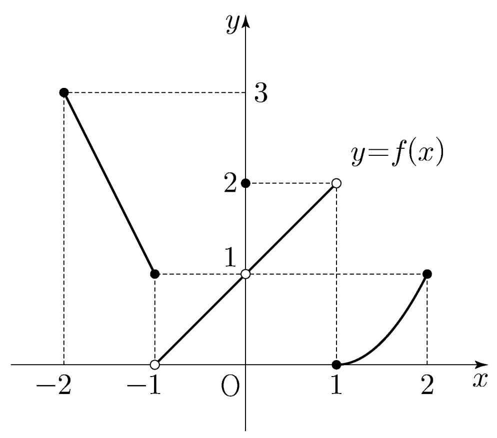
6. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{3}{4},\ \mathrm{P}(A^C \cap B) = \frac{2}{3}$$

일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{24}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

7. 닫힌 구간 $[-2, 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1+} f(x) + \lim_{x \to 1-} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $\log_2 5 = a$, $\log_5 3 = b$일 때, $\log_5 12$를 a, b로 옳게 나타낸 것은? [3점]

① $\frac{1}{a}+b$ ② $\frac{2}{a}+b$ ③ $\frac{1}{a}+2b$ ④ $a+\frac{1}{b}$ ⑤ $2a+\frac{1}{b}$

9. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} + (-1)^n \times a_n = 2^n$$

을 만족시킨다. a_5의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

10. 검은 공 3개, 흰 공 4개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [3점]

① $\frac{19}{35}$ ② $\frac{22}{35}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{31}{35}$

11. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{n=1}^{\infty}(2a_n-3)=2$를 만족시킨다.

$\lim_{n\to\infty} a_n = r$일 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{r^{n+2}-1}{r^n+1}$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

12. 두 곡선 $y=\frac{6}{x-5}+3$, $y=\sqrt{x-k}$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k의 최댓값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

13. 자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2-nx+4(n-4)=0$$

이 서로 다른 두 실근 $\alpha, \beta\,(\alpha<\beta)$를 갖고, 세 수 $1, \alpha, \beta$가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, n의 값은? [3점]

① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

14. $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^4$의 전개식에서 x^3의 계수가 7일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

15. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-2x+3 & (x<0)\\ -2x+2 & (x\geq 0)\end{cases},$$

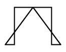
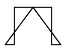
$$g(x)=\begin{cases}2x & (x<a)\\ 2x-1 & (x\geq a)\end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a의 값은? [4점]

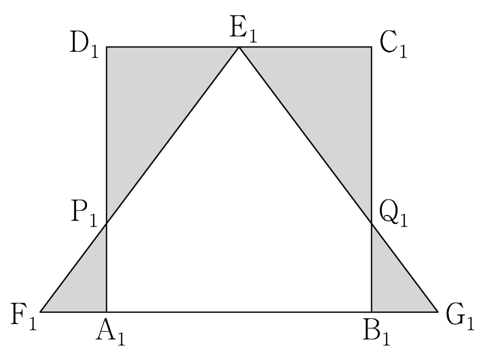
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

16. 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c, d라 하자. 네 수 a, b, c, d의 곱 $a\times b\times c\times d$가 12일 확률은? [4점]

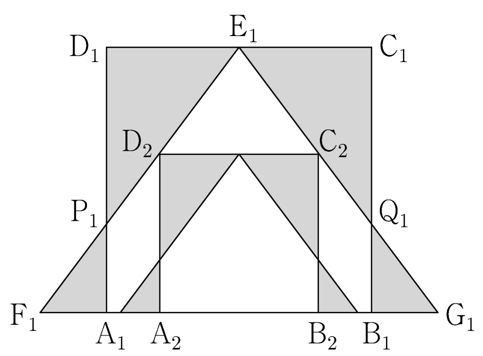
① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{5}{72}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{11}{72}$ ⑤ $\frac{7}{36}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$이 있다. 선분 C_1D_1의 중점을 E_1이라 하고, 직선 A_1B_1 위에 두 점 F_1, G_1을 $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$, $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$이 되도록 잡고 이등변삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다. 선분 D_1A_1과 선분 E_1F_1의 교점을 P_1, 선분 B_1C_1과 선분 G_1E_1의 교점을 Q_1이라 할 때, 네 삼각형 $E_1D_1P_1$, $P_1F_1A_1$, $Q_1B_1G_1$, $E_1Q_1C_1$로 만들어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에 선분 F_1G_1 위의 두 점 A_2, B_2와 선분 G_1E_1 위의 점 C_2, 선분 E_1F_1 위의 점 D_2를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{61}{6}$ ② $\frac{125}{12}$ ③ $\frac{32}{3}$ ④ $\frac{131}{12}$ ⑤ $\frac{67}{6}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

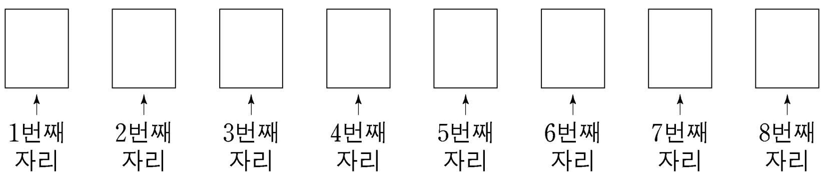
ㄱ. $g(0) + g'(0) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1) < \frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2) = \frac{5}{2}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수 k에 대하여 k번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 k 이하인 사건을 A_k라 하자.



다음은 두 자연수 $m, n\,(1 \le m < n \le 8)$에 대하여 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하는 과정이다.

> A_k는 k번째 자리에 k 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, k번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$
>
> 이다.
> $A_m \cap A_n\,(m < n)$은 m번째 자리에 m 이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고, n번째 자리에 n 이하의 자연수 중 m번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고, m번째와 n번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$
>
> 이다.
> 한편, 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이기 위해서는
>
> $\mathrm{P}(A_m \cap A_n) = \mathrm{P}(A_m)\mathrm{P}(A_n)$
>
> 을 만족시켜야 한다.
> 따라서 두 사건 A_m과 A_n이 서로 독립이 되도록 하는 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식에 $k=4$를 대입한 값을 p, (나)에 알맞은 식에 $m=3,\, n=5$를 대입한 값을 q, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $p \times q \times r$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$　② $\frac{1}{2}$　③ $\frac{5}{8}$　④ $\frac{3}{4}$　⑤ $\frac{7}{8}$

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점]

> $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6,\ \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$인 자연수 n이 존재한다.

① 12　② 13　③ 14　④ 15　⑤ 16

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

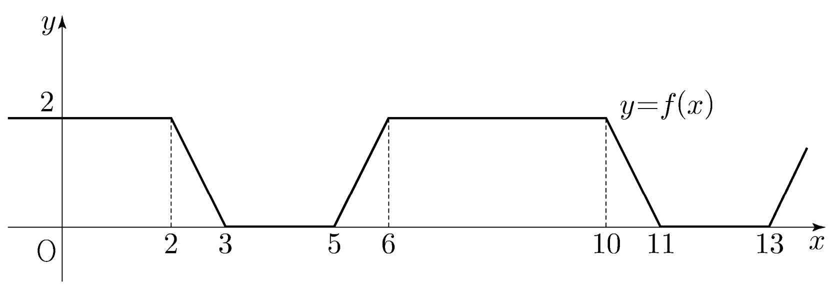
> (가) $f(x)=\begin{cases} 2 & (0 \le x < 2) \\ -2x+6 & (2 \le x < 3) \\ 0 & (3 \le x \le 4) \end{cases}$
>
> (나) 모든 실수 x에 대하여
> $f(-x) = f(x)$이고 $f(x) = f(x-8)$이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x}+n & (x \ne 0) \\ n & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f \circ g)(x)$가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38



단답형

22. ${}_9C_7$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y=\dfrac{2}{x}$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 그래프가 점 $(2, a)$를 지난다. a의 값을 구하시오. [3점]

24. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1 = 2,\ \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^{4} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t>0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 - 5t^2 + 6t$$

이다. $t=3$에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

26. 자연수 전체의 집합 U의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\},\ B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

에 대하여

$$n(X) = 2,\ X - (A - B) = \varnothing$$

을 만족시키는 U의 모든 부분집합 X의 개수를 구하시오. [4점]

27. 두 함수

$$f(x)=x^3+3x^2-k,\ g(x)=2x^2+3x-10$$

에 대하여 부등식

$$f(x)\geq 3g(x)$$

가 닫힌 구간 $[-1,4]$에서 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하시오. [4점]

28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열 $\{a_n\}$과 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, a_m의 값을 구하시오. [4점]

(가) $4<a_2+a_3\leq 12$

(나) $\sum_{k=1}^{m} a_k=122$

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3의 모든 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $n=1, 2$일 때, $x_{n+1}-x_n \geq 2$이다.
>
> (나) $x_3 \leq 10$

30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1$ 또는 $t \geq 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점]

> ※ 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가

수학 영역 정답표

(나형)과목

문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점	문항번호	정 답	배 점
1	⑤	2	9	④	3	17	②	4	25	8	3
2	③	2	10	⑤	3	18	⑤	4	26	6	4
3	⑤	2	11	③	3	19	④	4	27	3	4
4	②	3	12	①	3	20	③	4	28	162	4
5	②	3	13	③	3	21	①	4	29	84	4
6	①	3	14	②	4	22	36	3	30	19	4
7	②	3	15	④	4	23	5	3			
8	②	3	16	①	4	24	80	3			