

수학 영역

1

18년 06월 30번 가형

1. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 모든 실수 t 에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\} = 2t$$

이고, $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{\ln 10}{4}$, $f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8}$ 일 때,

$2\{f(4)+f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

16년 06월 30번 나형

2. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\log_2(na-a^2)$ 과 $\log_2(nb-b^2)$ 은 같은 자연수이고

$0 < b-a \leq \frac{n}{2}$ 인 두 실수 a, b 가 존재한다.

3. 상수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

18년 06월 21번 나형

- (가) $f(-1) > -1$
- (나) $f(1) - f(-1) > 8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ㄴ. $-1 < x < 1$ 일 때, $f'(x) \geq 0$ 이다.
- ㄷ. 방정식 $f(x) - f'(k)x = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 좌표평면 위에 $\overline{AB} = 5$ 인 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 5인 두 원을 각각 O_1, O_2 라 하자. 원 O_1 위의 점 C와 원 O_2 위의 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

18년 06월 29번 가형

- (가) $\cos(\angle CAB) = \frac{3}{5}$
- (나) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 30$ 이고 $|\overrightarrow{CD}| < 9$ 이다.

선분 CD를 지름으로 하는 원 위의 점 P에 대하여 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 의 최댓값이 $a + b\sqrt{74}$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수이다.) [4점]

17년 06월 29번 가형

5. 좌표평면에서 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 한 점을 A , 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원 위의 한 점을 B 라 할 때, 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \vec{OB} \cdot \vec{OP} = 3\vec{OA} \cdot \vec{OP}$$

$$(나) |\vec{PA}|^2 + |\vec{PB}|^2 = 20$$

$\vec{PA} \cdot \vec{PB}$ 의 최솟값은 m 이고 이때 $|\vec{OP}| = k$ 이다. $m+k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

18년 06월 30번 나형

6. 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n f(k) = f(n)f(n+1) \text{ 이다.}$$

(나) $n=3, 4$ 일 때, 함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 n 에서 $n+2$ 까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

16년 06월 21번 가형

7. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x) \neq 1$
 (나) $f(x) + f(-x) = 0$
 (다) $f'(x) = \{1 + f(x)\}\{1 + f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \neq -1$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 어떤 열린 구간에서 감소한다.
 ㄷ. 곡선 $y = f(x)$ 는 세 개의 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17년 06월 29번 나형

8. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 은

$$b_1 = a_1$$

이고, 2이상의 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$ 일 때, $\frac{b_8}{b_{10}} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

9. 함수

17년 06월 21번 나형

$$f(x) = \frac{k}{x-11} + 6 \quad (k \geq 36)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 개수는?

[4점]

$|f(x)| \leq y \leq -x+5$ 인 두 자연수 x, y 의 모든 순서쌍 (x, y) 의 개수는 2 이상 4 이하이다.

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

10. 실수 a 와 함수 $f(x) = \ln(x^4+1) - c$ ($c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

17년 06월 30번 가형

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이다.

$a = \alpha_1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k \alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]

18년 06월 29번 나형

11. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x < 1) \\ cx^2 + \frac{5}{2}x & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x 좌표가 각각 $-1, 1, 2$ 일 때, $2a+4b-10c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

16년 06월 30번 가형

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 상수 a ($0 < a < 2\pi$)와 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(x) = f(-x)$$

$$(나) \int_x^{x+a} f(t) dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

단한 구간 $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수 b, c 에 대하여

$$f(x) = b\cos(3x) + c\cos(5x) \text{ 일 때 } abc = -\frac{q}{p}\pi \text{이다.}$$

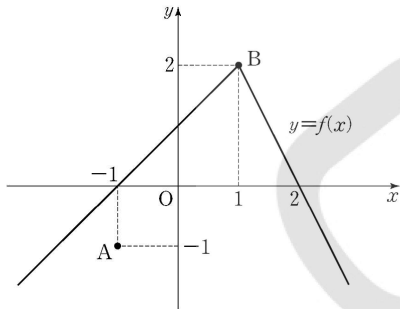
$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

16년 06월 29번 나형

13. 함수 $f(x)$ 는

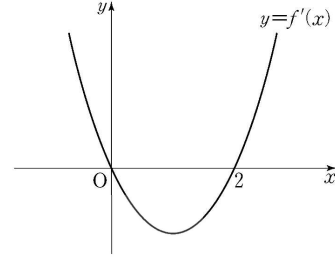
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 1) \\ -2x+4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$ 가 있다. 실수 x 에 대하여 점 $(x, f(x))$ 에서 점 A 까지의 거리의 제곱과 점 B 까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 모든 a 의 값의 합이 p 일 때, $80p$ 의 값을 구하시오. [4점]



16년 06월 21번 나형

14. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. $f(0) < 0$ 이면 $|f(0)| < |f(2)|$ 이다.
- ㄴ. $f(0)f(2) \geq 0$ 이면 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극소인 a 의 값의 개수는 2이다.
- ㄷ. $f(0)+f(2)=0$ 이면 방정식 $|f(x)|=f(0)$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18년 06월 21번 가형

15. 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k 의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$

(나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는 $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$ 에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인

사차함수 $h(x)$ 가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a$, $g(0) = b$, $g(-1) = c$ 라

할 때, $h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

17년 06월 30번 나형

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha) = g(\alpha)$ 이고 $f'(\alpha) = g'(\alpha) = -16$ 인 실수 α 가 존재한다.

(나) $f'(\beta) = g'(\beta) = 16$ 인 실수 β 가 존재한다.

$g(\beta+1) - f(\beta+1)$ 의 값을 구하시오. [4점]