2019년 수학 모의고사 mixed by MPP

수학 영역(고1)

5지선다형

1. 두 다항식 $A=2x^2+3xy+1$, $B=2x^2+2xy-3$에 대하여 $A-B$는? [2점]

① $xy+4$ ② $xy+2$ ③ xy
④ $xy-2$ ⑤ $xy-4$

2. $(4+2i)+(1-3i)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

① $3-i$ ② $3+i$ ③ $4-i$ ④ $5-i$ ⑤ $5+i$

3. x에 대한 다항식 x^3+3x^2+a를 $x-1$로 나눈 나머지가 7일 때, 상수 a의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 이차부등식 $x^2-7x+12\geq 0$의 해가 $x\leq\alpha$ 또는 $x\geq\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은? [3점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

5. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $2x^3+3x+4$를 일차식 $x-a$로 나누었을 때, 나머지를 구하는 과정을 나타낸 것이다.

a	2	0	3	4
		2	☐	☐
	2	☐	☐	b

위 과정에 들어갈 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

6. x에 대한 다항식 $x(x+2)+a$가 이차식 $(x+b)^2$으로 인수분해될 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. x에 대한 부등식

$$|x-a|<5$$

를 만족시키는 정수 x의 최댓값이 12일 때, 정수 a의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

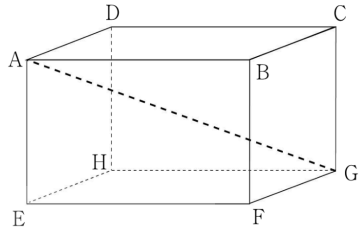
8. 다항식 $(x^2-x)^2+2x^2-2x-15$가 $(x^2+ax+b)(x^2+ax+c)$로 인수분해될 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 이차함수 $y=x^2-5x+k$의 그래프와 x축이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수 k의 최댓값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 그림과 같이 모든 모서리 길이의 합이 20인 직육면체 ABCD−EFGH가 있다. $\overline{AG}=\sqrt{13}$일 때, 직육면체 ABCD−EFGH의 겉넓이는? [3점]



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

11. x, y에 대한 두 연립방정식

$$\begin{cases} 3x+y=a \\ 2x+2y=1 \end{cases}, \quad \begin{cases} x^2-y^2=-1 \\ x-y=b \end{cases}$$

의 해가 일치할 때, 두 상수 a, b에 대하여 ab의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

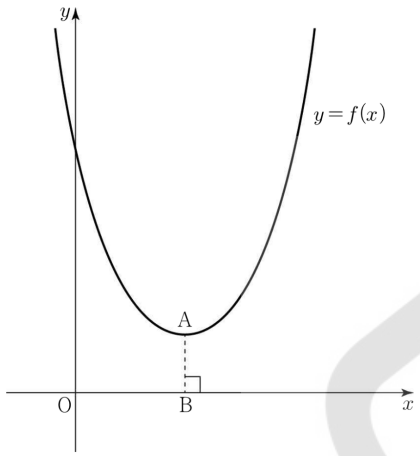
12. 다항식 $2x^3+x^2+x-1$을 일차식 $x-a$로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 3이다. $Q(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

13. 이차함수 $f(x)=x^2-2ax+5a$의 그래프의 꼭짓점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라 하자. 물음에 답하시오.

(단, O는 원점이고, a는 $a\neq 0$, $a\neq 5$인 실수이다.)



이차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$가 오직 한 점에서 만나도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [3점]

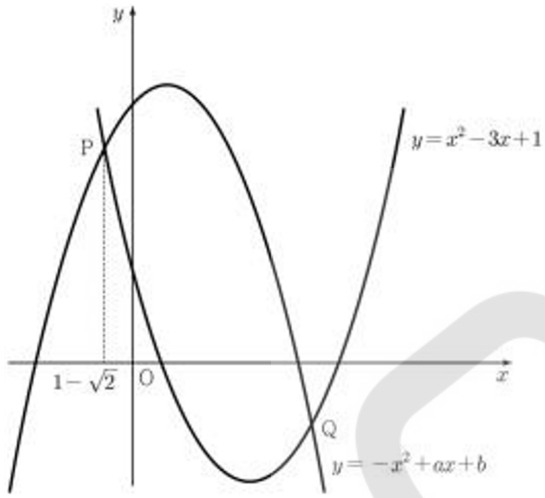
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 두 복소수 $\alpha=\frac{1+i}{2i}$, $\beta=\frac{1-i}{2i}$에 대하여 $(2\alpha^2+3)(2\beta^2+3)$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$이다.) [4점]

① 6 ② 10 ③ 14 ④ 18 ⑤ 22

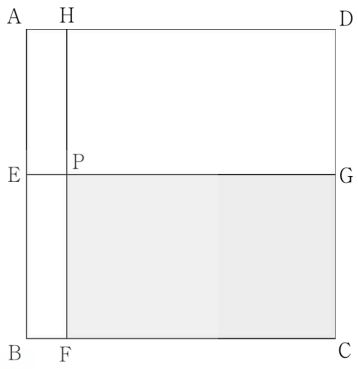
Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

15. 그림과 같이 유리수 a, b에 대하여 두 이차함수 $y=x^2-3x+1$과 $y=-x^2+ax+b$의 그래프가 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 점 P의 x좌표가 $1-\sqrt{2}$일 때, $a+3b$의 값은? [4점]



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

16. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡고, 점 P를 지나고 정사각형의 각 변에 평행한 두 직선이 정사각형의 네 변과 만나는 점을 각각 E, F, G, H라 하자.



직사각형 PFCG의 둘레의 길이가 28이고 넓이가 46일 때, 두 선분 AE와 AH의 길이를 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, 이차방정식의 이차항의 계수는 1이다.) [4점]

① $x^2-6x+4=0$ ② $x^2-6x+6=0$ ③ $x^2-6x+8=0$
④ $x^2-8x+6=0$ ⑤ $x^2-8x+8=0$

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

17. 실린더에 담긴 액체의 높이를 h(m), 액체의 밀도를 ρ(kg/m^3), 액체의 무게에 의한 밑면에서의 압력을 P(N/m^2)라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$P=\rho gh$ (단, g는 중력가속도이다.)

실린더 A에 담긴 액체의 높이는 실린더 B에 담긴 액체의 높이의 15배이고, 실린더 A에 담긴 액체의 밀도는 실린더 B에 담긴 액체의 밀도의 $\frac{3}{5}$배이다. 실린더 A에 담긴 액체의 무게에 의한 밑면에서의 압력과 실린더 B에 담긴 액체의 무게에 의한 밑면에서의 압력을 각각 P_A, P_B라 할 때, $\frac{P_A}{P_B}$의 값은? [4점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

18. 복소수 $z=a+bi$ (a, b는 0이 아닌 실수)에 대하여

$iz=\overline{z}$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$이고, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $z+\overline{z}=-2b$

ㄴ. $i\overline{z}=-z$

ㄷ. $\frac{\overline{z}}{z}+\frac{z}{\overline{z}}=0$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

19. 세 유리수 a, b, c에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$ax^2+\sqrt{3}bx+c=0$$

의 한 근이 $\alpha=2+\sqrt{3}$ 이다. 다른 한 근을 β라 할 때, $\alpha+\frac{1}{\beta}$의 값은? [4점]

① -4 ② $-2\sqrt{3}$ ③ 0
④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 4

20. 다음은 x에 대한 삼차방정식

$$2x^3-5x^2+(k+3)x-k=0$$

의 서로 다른 세 실근이 직각삼각형의 세 변의 길이일 때, 상수 k의 값을 구하는 과정의 일부이다.

삼차방정식 $2x^3-5x^2+(k+3)x-k=0$에서

$$(x-1)(\boxed{\text{(가)}}+k)=0$$

이므로 삼차방정식 $2x^3-5x^2+(k+3)x-k=0$의 서로 다른 세 실근은 1과 이차방정식 $\boxed{\text{(가)}}+k=0$의 두 근이다.

이차방정식 $\boxed{\text{(가)}}+k=0$의 두 근을 α, β $(\alpha>\beta)$라 하자. 1, α, β가 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 경우는 다음과 같이 2가지로 나눌 수 있다.

(i) 빗변의 길이가 1인 경우

$\alpha^2+\beta^2=1$이므로 $(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1$이다.

그러므로 $k=\boxed{\text{(나)}}$이다.

그런데 $\boxed{\text{(가)}}+k=0$에서 판별식 $D<0$이므로 α, β는 실수가 아니다. 따라서 1, α, β는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없다.

(ii) 빗변의 길이가 α인 경우

$1+\beta^2=\alpha^2$이므로 $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=1$이다.

그러므로 $k=\boxed{\text{(다)}}$이다. 이때 1, α, β는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있다.

따라서 (i)과 (ii)에 의하여 $k=\boxed{\text{(다)}}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(x)$라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q라 할 때, $f(3)\times\frac{q}{p}$의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

단답형

21. x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2-a^2x \geq 0 \\ x^2-4ax+4a^2-1 < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x의 개수가 1이 되기 위한 모든 실수 a의 값의 합은? (단, $0<a<\sqrt{2}$) [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{25}{16}$ ③ $\frac{13}{8}$ ④ $\frac{27}{16}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

22. 등식 $(a+1)+3i=7+bi$를 만족시키는 두 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오. (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

23. $x+y=5$, $xy=2$일 때, $(x-y)^2$의 값을 구하시오. [3점]

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

24. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x+1<x-3 \\ x^2+6x-7<0 \end{cases}$$

의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값을 구하시오. [3점]

25. 이차방정식 $x^2+4x-3=0$의 두 실근을 α, β라 할 때,

$\dfrac{6\beta}{\alpha^2+4\alpha-4}+\dfrac{6\alpha}{\beta^2+4\beta-4}$의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이고, $Q(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지는 10이다. $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지를 $ax+b$라 할 때, 두 상수 a, b에 대하여 $3a+b$의 값을 구하시오. [4점]

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

27. 최고차항의 계수가 a $(a>0)$인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

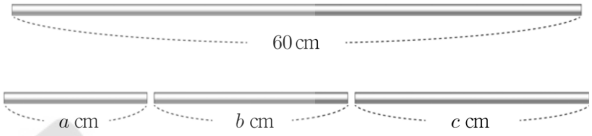
(가) 직선 $y=4ax-10$과 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 두 점의 x좌표는 1과 5이다.
(나) $1 \le x \le 5$에서 $f(x)$의 최솟값은 -8이다.

$100a$의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 길이가 60 cm인 철사를 길이가 a(cm), b(cm), c(cm) $(a<b<c)$인 세 조각으로 잘랐다. 이 조각들로 만든 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형이 다음 조건을 만족시킨다. (단, 철사의 두께는 고려하지 않고, 철사를 세 조각으로 자를 때 남는 조각은 없다.)

(가) 두 변의 길이의 차의 최댓값은 16이다.
(나) 두 변의 길이의 차의 최솟값은 2이다.

$3a-b+c$의 값을 구하시오. [4점]



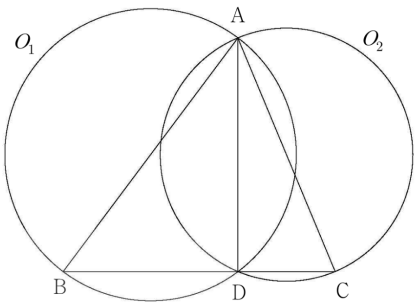
Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net

29. 최고차항의 계수가 음수인 이차다항식 $P(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{P(x)+x\}^2=(x-a)(x+a)(x^2+5)+9$$

를 만족시킨다. $\{P(a)\}^2$의 값을 구하시오. (단, $a>0$) [4점]

30. 그림과 같이 삼각형 ABC의 변 AB와 변 AC를 각각 지름으로 하는 두 원 O_1, O_2가 두 점 A, D에서 만난다.



$\overline{AD}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{AB}$가 이 순서대로 네 개의 연속된 짝수일 때, 두 원 O_1, O_2의 넓이의 합은 S이다. $\frac{S}{\pi}$의 값을 구하시오.

[4점]

Math Power Plant
https://mathpowerplant.azurewebsites.net