

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $\sin \frac{7\pi}{3}$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$

- ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

수학 영역(가형)

5. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리가 $6\sqrt{6}$ 일 때,

a^2 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

7. $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$ 일 때, $\tan\alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

6. 함수 $f(x) = \tan 2x + 3 \sin x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10



Math Power Plant
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>

8. 부등식

$$2\log_2|x-1| \leq 1 - \log_2 \frac{1}{2}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

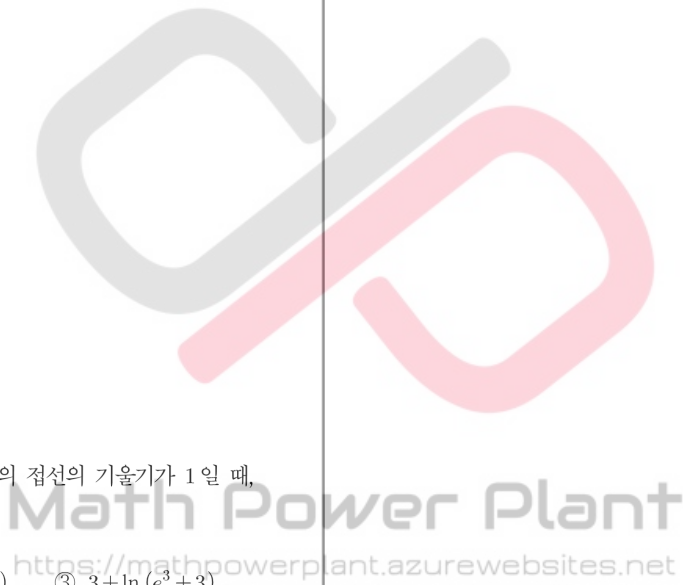
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 곡선 $e^x - e^y = y$ 위의 점 (a, b) 에서의 접선의 기울기가 1일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $1 + \ln(e+1)$ ② $2 + \ln(e^2+2)$ ③ $3 + \ln(e^3+3)$
④ $4 + \ln(e^4+4)$ ⑤ $5 + \ln(e^5+5)$

10. 어느 지구대에서는 학생들의 안전한 통학을 위한 귀가도우미 프로그램에 참여하기로 하였다. 이 지구대의 경찰관은 모두 9명이고, 각 경찰관은 두 개의 근무조 A, B 중 한 조에 속해 있다. 이 지구대의 근무조 A는 5명, 근무조 B는 4명의 경찰관으로 구성되어 있다. 이 지구대의 경찰관 9명 중에서 임의로 3명을 동시에 귀가도우미로 선택할 때, 근무조 A와 근무조 B에서 적어도 1명씩 선택될 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



11. $\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2-1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{15}$ ② $\frac{8}{15}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

12. 좌표평면에서 두 직선

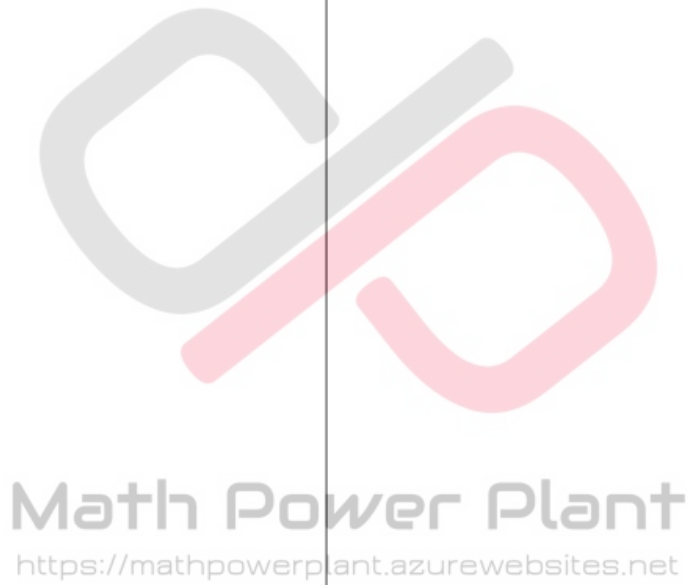
$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{3}, \quad \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{3}$$

이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{5}$
④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

13. 이틀 동안 진행되는 어느 축제에 모두 다섯 개의 팀이 참가하여 공연한다. 매일 두 팀 이상이 공연하도록 다섯 팀의 공연 날짜와 공연 순서를 정하는 경우의 수는? (단, 공연은 한 팀씩 하고, 축제 기간 중 각 팀은 1회만 공연한다.) [3점]
- ① 180 ② 210 ③ 240 ④ 270 ⑤ 300

14. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. 이차함수 $f(x) = x^2 - 7x + 10$ 에 대하여 $f(a)f(b) < 0$ 이 성립할 확률은? [4점]
- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{5}{18}$



15. 두 함수 $f(x) = \sin^2 x$, $g(x) = e^x$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{g(f(x)) - \sqrt{e}}{x - \frac{\pi}{4}}$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ 1 ④ \sqrt{e} ⑤ e

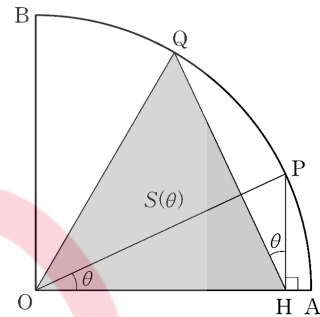
16. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를

$\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다. $\angle POH = \theta$ 일 때,

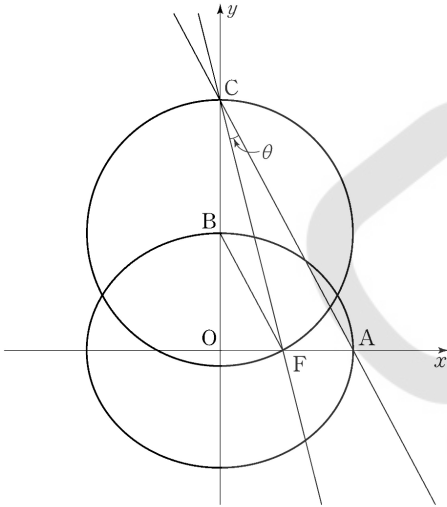
삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



- ① $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{3 + \sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{5 + \sqrt{2}}{2}$

17. 그림과 같이 한 초점이 $F(c, 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 두 점 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고 점 F 를 지나는 원이 y 축과 만나는 점 중에서 y 좌표가 양수인 점을 C 라 할 때, 직선 CF 와 직선 CA 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan(\angle CFB) = \frac{1}{4}$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?
(단, a, b, c 는 양수이다.) [4점]



- ① $\frac{36}{145}$ ② $\frac{41}{145}$ ③ $\frac{46}{145}$ ④ $\frac{51}{145}$ ⑤ $\frac{56}{145}$

18. 좌표평면에서 점 P 는 시각 $t=0$ 일 때 $(0, -1)$ 에서 출발하여 시각 t 에서의 속도가

$$\vec{v} = (2t, 2\pi \sin 2\pi t)$$

이고, 점 Q 는 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 시각 t 에서의 위치가

$$Q(4\sin 2\pi t, |\cos 2\pi t|)$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q 가 만나는 횟수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자를 던져 밑면에 적힌 숫자를 읽기로 한다. 이 상자를 3번 던져 2가 나오는 횟수를 m , 2가 아닌 숫자가 나오는 횟수를 n 이라 할 때, $i^{|m-n|} = -i$ 일 확률은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

20. 자연수 n 에 대하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 a_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

음이 아닌 정수 a, b, c, d 가 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키려면 음이 아닌 정수 k 에 대하여 $c+d=2k$ 이어야 한다.

$c+d=2k$ 인 경우는 (1) 음이 아닌 정수 k_1, k_2 에 대하여 $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우이거나 (2) 음이 아닌 정수 k_3, k_4 에 대하여 $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우이다.

(1) $c=2k_1, d=2k_2$ 인 경우:
 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $(가)$ 이다.

(2) $c=2k_3+1, d=2k_4+1$ 인 경우:
 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는 $(나)$ 이다.

(1), (2)에 의하여 $2a+2b+c+d=2n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수 a_n 은 $a_n = (가) + (나)$ 이다. 자연수 m 에 대하여 $\sum_{n=1}^m (나) = {}_{m+3}C_4$ 이므로 $\sum_{n=1}^8 a_n = (다)$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(6)+g(5)+r$ 의 값은? [4점]

- ① 893 ② 918 ③ 943 ④ 968 ⑤ 993

21. 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k 의 개수를 $g(t)$ 라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$

(나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는 $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$ 에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인

사차함수 $h(x)$ 가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a, g(0) = b, g(-1) = c$ 라

할 때, $h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

단답형

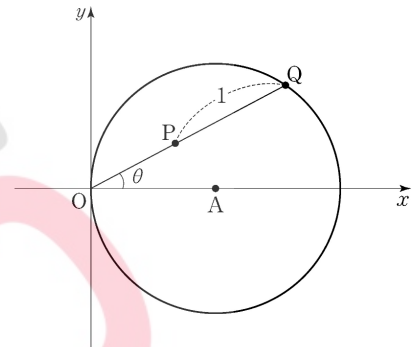
22. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 4), \vec{b} = (1, 3)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. $\cos \theta = \frac{1}{7}$ 일 때, $\sec^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $\int_2^4 2e^{2x-4} dx = k$ 일 때, $\ln(k+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

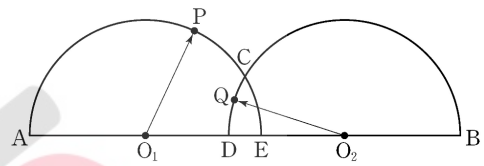
25. 좌표평면 위의 점 $(6, 3)$ 을 지나고 벡터 $\vec{u} = (2, 3)$ 에 평행한 직선이 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B라 할 때, \overline{AB}^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에 점 $A(1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점 Q에 대하여 $\angle AOQ = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{3}$)라 할 때, 선분 OQ 위에 $\overline{PQ} = 1$ 인 점 P를 정한다. 점 P의 y 좌표가 최대가 될 때 $\cos \theta = \frac{a + \sqrt{b}}{8}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, a 와 b 는 자연수이다.) [4점]



27. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 부분집합을 두 개 선택할 때, 선택한 두 집합이 서로 같지 않은 경우의 수를 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AE} = \overline{DB} = 2$ 인 두 점 D, E가 있다. 두 선분 AE, DB를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB가 만나는 점을 C라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{O_1A} = \overline{O_2B} = 1$ 인 두 점을 O_1, O_2 라 하자. 호 AC 위를 움직이는 점 P와 호 DC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{O_1P} + \overrightarrow{O_2Q}|$ 의 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < \overline{O_1O_2} < 2$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



Math Power Plant
<https://mathpowerplant.azurewebsites.net>

29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 1)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = 2 \ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가 s 가 될 때 시간 t 는 $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$ 이고, $t=2$ 일 때 점 P의 속도는 $(1, \frac{3}{4})$ 이다. 시간 $t=2$ 일 때 점 P의 가속도를 $(-\frac{1}{2}, a)$ 라 할 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 a 와 함수 $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$ ($c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ (m 은 자연수)이다. $a = \alpha_1$ 일 때, 함수 $g(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k \alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오. [4점]